શાળાઓ તથા કોલેજોમાં ચલાવવાને, અને ઇનામ તથા લાઇબ્રેરી માટે, આ પુસ્તક મંજુર છે

ભૂમિતિ.



ભાગ ૧લો—પુસ્તક ૧લું.

કર્તા—ગુલાબભાઈ રઘુનાથજી નાયક.

કીમત બાર આના

Sanctioned as a Text, Prize and Library book.]

A GEOMETRY.

For Gujarati Schools.

PART 1, BOOK 1.

BY

G. R. NAIK, B. A., S. T. C. D.
(BOMBAY EDUCATIONAL DEPARTMENT.)

FOURTH EDITION-1914.

Price { **Fourteen annas** (Full cloth.)
Twelve annas (Paper boards.)

Published by the Author
G. R. Naik, B. A. at Desai Pol, Surat.

Printed by
Mr Matubhai Bhaidas at the Khubchand Amichand's 'Jain Printing Press, Khapatia Chakla, Surat

શાળા તથા કોલેજોમાં ચલાવવાને, અને ઈનામ તથા લાઈબ્રેરી માટે, સરકાર તરફથી મંજુર થઈ છે.

ભૂમિતિ.

ભાગ ૧ લો, પુસ્તક ૧ લું.

ગુજરાતી નિશાળો માટે.

સરકારી નવા અભ્યાસક્રમ પ્રમાણે આજ પુસ્તક બધી નિશાળોમાં ચાલશે.

કર્તા

ગુલાબભાઈ રઘુનાથજી નાયક, બી. એ.,

એસ. ટી. સી. ડી.

(મુંબઇ સરકારના કેળવણી ખાતામાં શિક્ષક.)

ચોથી આવૃતિ, ૧૯૧૪.

શા. ખુ. અ. ના જૈન પ્રિન્ટીંગ પ્રેસમાં મટુભાઈ ભાઈદાસે છાપ્યું,

ખપાટીઆ ચકલા—સુરત.

કીંમત { ચૌદ આના (પાકું પુઠું.)
બાર આના (કાચું પુઠું.)

૫૦૩૨

બીજાં પુસ્તકો.

રૂ. આ. પા.

૧ ભૂમિતિ ભાગ ૧લો–પુસ્તક ૧લું; નવી આવૃતિ.

[ટેક્ષ્ટ, ઇનામ તથા લાઇબ્રેરી બુક તરીકે મંજુર છે] ૦–૧૨–૦

૨. નવી ભૂમિતિ, ભાગ ૨–૩જો (તૈયાર થાય છે)

૩ જ્યુનીઅર અંકગણિત–નવી આવૃતિ.

[ગુજરાતી તથા અંગ્રેજી ધોરણો માટે મંજુર છે] ૦–૧૩–૦

૪. જ્યુનીઅર અંકગણિતનો આજુપાજુનો વધારો.... ૦– ૦–૬

૫. પ્રાથમિક અંકગણિત ભાગ ૧લો.

[સરકારી છેલ્લા નવા અભ્યાસક્રમ પ્રમાણે ખાસ લખેલું.] ૦–૯–૦

૬ પ્રાથમિક અંકગણિત ભાગ ૨ જો. (છપાય છે)

[ગુજરાતી ઉપલાં ધોરણો માટે] ૦–૧૪–૦

7 Senior Arithmetic (In the press) ... 1– 8–0

ઉપલા પુસ્તકો નીચેને ઠેકાણેથી મળશેઃ—

૧. આ આવૃતિના સોલ એજંટ મી. કરસનદાસ નારણદાસ, સુરત;
૨. ન્યુ ગુજરાત બુક ડીપો, નડીઆદ;
૩. ગુજરાત ઓરીએન્ટલ બુક ડીપો, અમદાવાદ;
૪. મેસર્સ એન. એમ. ત્રિપાઠી, કાલબાદેવી, મુંબઈ;
૫. મી. બેચર મેઘજી, બુકસેલર, રાજકોટ; તથા
૬. જી. આર. નાયક, ગવર્નમેન્ટ હાઈસ્કૂલ, સુરત.
૭. મી. કે. ડી. દેશાઇ, ગવર્નમેન્ટ હાઈસ્કૂલ, ગોધરા; અને
૮. તમામ શહેરોના બીજા જાણીતા બુકસેલરો.

ચોથી આવૃત્તિની પ્રસ્તાવના.

કોઈ પણ જાતનો મુખ્ય ફેરફાર કર્યા વિના ત્રીજી આવૃત્તિ ફરીથી છપાવવામાં આવી છે.

સુરત હાઈ સ્કૂલ,
એપ્રીલ ૧૯૧૪. } ગુલાબભાઈ રઘુનાથજી નાયક.

ત્રીજી આવૃત્તિની પ્રસ્તાવના.

આ પુસ્તક નામદાર સરકાર તરફથી પોતાના તા. ૮-૯-૧૯૧૩ ના નંબર ૨૫૬૮થી સઘળી ગુજરાતી શાળાઓના નવા અભ્યાસક્રમમાં છઠ્ઠા તથા સાતમા ધોરણમાં ચલાવવાને મંજુર થયું છે; તેથી નામદાર સરકારનો જેટલો ઉપકાર માનું તેટલો ઓછો છે. ઉપલા ઠરાવ પ્રમાણે આ પુસ્તકમાંથી કેટલો કેટલો અભ્યાસ પ્રત્યેક ધોરણમાં ચલાવવાનો છે તે પુસ્તકમાં ૮મે પાને બતાવવામાં આવ્યુ છે. હવે પછી વર્નાક્યૂલર ફાઇનલ પરીક્ષા માટે પણ આજ પુસ્તક મહેરબાન ઉત્તર વિભાગના એડ્યુકેશનલ ઇન્સ્પેક્ટર સાહેબે મંજુર કર્યું છે. કોઈ કોઈ સ્થળે નામનો જ ફેરફાર કરી તથા અમુક જગ્યાએ નવી અને વધારાની આકૃતિઓ દાખલ કરી બીજી આવૃતિ ઉપરથી જ આ આવૃત્તિ ફરીથી છપાવવામાં આવી છે.

"આ ગ્રંથના નીચે પ્રમાણે બે મુખ્ય ભાગ પાડયા છે:—

૧. કર્તવ્ય ભાગ—આ ભાગમાં જુદાં જુદાં ભૂમિતિનાં સાહિત્યનો ઉપયોગ કેવી રીતે કરવો, લીટી અને ખૂણા કેવી રીતે માપવાં, સાદી આકૃતિઓની રચના કેવી રીતે કરવી, વગેરે આપવામાં આવ્યું છે. જેમ

અને તેમ સહેલા અને ઉપયોગી પ્રશ્નો ઘણી જ ખંત અને કાળજીથી પસંદ કરવામાં આવ્યા છે એ સિવાય એજ ભાગમાં સળરચના યા "પેપર ફોલ્ડિંગ", સ્કેલમાપ વગેરેનાં પ્રકરણો પણ વિદ્યાર્થીની વ્યાવહારિક દૃષ્ટિ ખીલવવાને દાખલ કરવામાં આવ્યાં છે ઘણી વખતે સિદ્ધ ભાગની અંદર આવેલા કેટલાક સિદ્ધાંતોની જે સત્યતા સિદ્ધ ભાગમાં સાબિત કરવામા આવી છે તે પણ ઉપલાં પ્રકરણોમાં પ્રયોગથી અનુમિત કરાવી બતાવી છે

૨. સિદ્ધ ભાગ–આ ભાગમા ભૂમિતિના સિદ્ધાંતોનો સંગ્રહ આપ્યો છે અને એવા સિદ્ધાંતો તર્કશાસ્ત્રના સામાન્ય નિયમ પ્રમાણે સિદ્ધ કર્યા છે આ ભાગના નીચે પ્રમાણે ત્રણ વિભાગ પાડ્યા છે—

(अ) પ્રથમ વિભાગ–ગુજરાતી નિશાળો, વર્નાક્યૂલર ફાઇનલ પરીક્ષા અને વર્નાક્યૂલર ટ્રેનિંગ કોલેજના પહેલા વર્ષ માટે જોઈતા સિદ્ધાંતો.

(ब). દ્વિતીય વિભાગ–આ વિભાગમાં વર્નાક્યૂલર ટ્રેનિંગ કોલેજના બીજા વર્ષમાં શીખવાતા સિદ્ધાંતો દાખલ કર્યા છે

(क) તૃતીય વિભાગ–આ વિભાગમા વર્નાક્યૂલર ટ્રેનિંગ કોલેજના ત્રીજા વર્ષને માટે નક્કી થએલા સિદ્ધાંતો સિદ્ધ કીધા છે" (૧ લી આવૃત્તિ)

"પહેલી આવૃત્તિમા આપેલા પ્રશ્નોમા છુપાવીને ભૂમિતિની કેટલીક અગત્યની સત્યતાઓ વિદ્યાર્થીની પાસે અનુમાન કરાવી બતાવવામા આવી હતી, તેને બદલે આ આવૃત્તિમા એવી અગત્યની સત્યતાઓ (જે પ્રશ્નોમા આપેલી જ હતી) પ્રયોગ કરી સિદ્ધ કરવામાં આવી છે

આ આવૃત્તિમાં આકૃતિની સંખ્યા ૧૨૫ ઉપરથી ૧૭૫ ઉપર ગઈ છે અને આશા છે કે તેથી વિદ્યાર્થીઓને પ્રશ્નો સમજવામાં વધારે મુશ્કેલી નડશે નહિ.

નવી ભૂમિતિનો વિષય જુની ભૂમિતિના વિષયથી કાંઈક જૂદો છે અને તેના શિક્ષણની યોગ્ય સમજુતિ પુસ્તકમાં "શિક્ષણ સંબંધી સૂચના" એ

પ્રકરણમાં આપી છે. વર્નાક્યૂલર ફાઇનલ પરીક્ષામાં પ્રશ્નો પણ પૂછવામાં આવશે એમ હોવાથી પુસ્તકને છેડે ભૂમિતિના સિદ્ધાંતો–પ્રમેયો અને કૃત્યોની સિદ્ધતા શોધી કાઢવામાં અતિ ઉપયોગી થઇ પડે એવી પૃથક્કરણ રીતિના ચાર સિદ્ધાંતો એકીકરણ સાથે કરી સાથે બતાવ્યા છે."(૨જી આવૃતિ)

પહેલી તથા બીજી આવૃતિઓમાં કેળવણી ખાતાના સત્તાધિકારિઓએ જે ઉત્તેજન આપ્યું છે; તે માટે હું તેઓનો આભારી થયો છું. આશા છે કે હવે પછી પણ તેઓના તરફનું ઉત્તેજન ચાલુજ રહેશે.

અગાઉની માફક આ આવૃતિ છપાવવામાં અત્યંત કાળજી રાખી છે, તો પણ કદાચ ભૂલો રહી ગઈ હશે; તેને માટે વાચક વર્ગ ક્ષમા કરશે. કેળવણીની સેવામાં જે જે સૂચનાઓ કરવામાં આવશે તે ઉપકાર સહિત સ્વીકારી યોગ્ય સુધારા હવે પછી કરીશ.

સુરત હાઈસ્કૂલ.
જાનેવારી ૧૯૧૪, ગુ. ૨. નાયક.

શુદ્ધિપત્ર.

પાનું	લીટી	અશુદ્ધ	શુદ્ધ
૧૬,	૧૩,	∠कमब,	∠डमब
૧૭,	સૌથી નાની	ब,	क
,,	આકૃતિમાં	क,	ब,अ
૩૧,	૯,	मडब,	अडब,
,,	૧૦,	अकड,	अडक
૩૨,	૪,	कब,	अब
૩૩,	૫,	कब,	अब
૪૬,	૫,	બીજા बक,	अक
૫૯,	૧૭,	બિંદુ,	મધ્ય બિંદુ
૧૨૭,	૧૫,	डलड,	बडलड
૧૩૨,	છેડેથી૨૭,	△ઓનો.	∠ઓનો
૧૩૫,	છેડેથી૮માં	∠अबक,	∠अकब
૧૩૭,	પ્રશ્ન ૧૬,	૧૮,	૧[illegible]
૧૩૯,	૧,	∠ઓ,	બહુકોણના ∠ઓ
૧૪૩,	૭,	कफ,	क, फ
૧૪૪,	છેલ્લી,	अड-डइ,	अड=डइ
૧૫૨,	૪,	वक,	बक
૧૫૪,	૧૦,	∠डइफ,	∠इडफ
૧૬૫,	૩,	<∠बकड,	>∠बकड
૧૭૦,	૨,	अम,	अब
૧૮૦,	૮,	२मड	२गड
૧૯૨,	૧૨,	अबक,	बअक
૧૯૪,	૮,	अ'ब',	क'ब
૧૯૬,	૧૬,	बअक,	अकब'
૧૯૭,	છેડેથી૪,	ब,	क
૨૦૬,	૬,	मब=पम,	पब=पभ
૨૧૩,	૧લી આકૃતિ		अफबकडइअ વાંચો

આ પુસ્તક પ્રમાણે સરકારે મંજુર કરેલા અભ્યાસક્રમ.

૧. છઠ્ઠા ધોરણ માટે,
કર્તવ્ય ભાગ—પહેલા ખંડમાથી પાના ૧ થી ૬૦ અને ૭૩ થી ૮૬.
(આ પ્રકરણોમાંના સહેલા પ્રશ્નો આ ધોરણમાં આવડવા જોઇએ)
પ્રમેય ભાગ- બીજા ખંડમાંથી સિદ્ધાંત ૧ થી ૧૩.

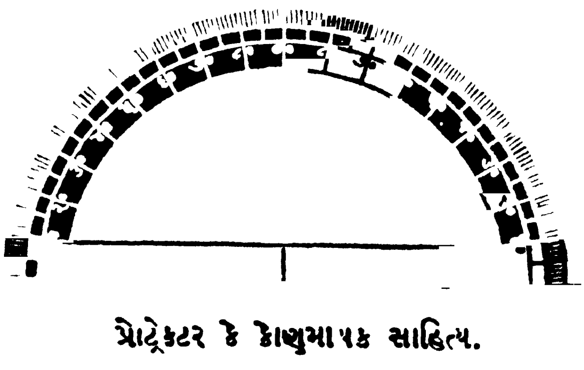
૨. સાતમા ધોરણ તથા વર્નાક્યૂલર ફાઇનલ પરીક્ષા માટે,
કર્તવ્ય ભાગ—પહેલો ખંડ આખો.
સિદ્ધ ભાગ—બીજા તથા ત્રીજા ખંડ આખા. અને તેમાંનાં પ્રમેય ને કૃત્ય પરના સહેલા પ્રશ્નો.

૩. ટ્રેનિંગ કોલેજના પહેલા વર્ષ માટે,
આખું પુસ્તક—સઘળા પ્રશ્નો સાથે.

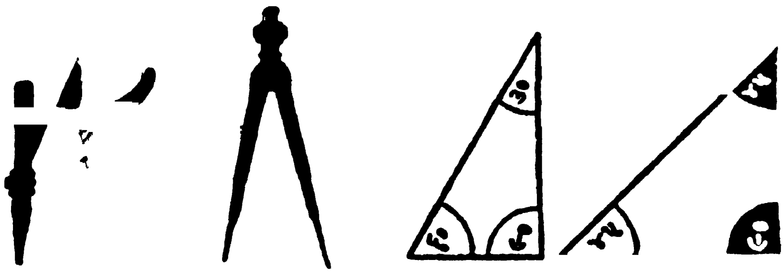
ભૂમિતિ શિક્ષણ સંબંધી સૂચના.

'ભૂમિતિના અભ્યાસથી જે ફાયદા થવા જોઇએ તેનો પુરે પુરો લાભ વિદ્યાર્થીને થાય એવી જો શિક્ષકની ઇચ્છા હોય તો તેના કર્તવ્ય ભાગમા તેમજ સિદ્ધ ભાગમાં તેને એકી વખતે સાથે જ તાલીમ મળવી જોઇએ ભૂમિતિ શાસ્ત્રના એ બંને ભાગો એકમેકથી બિલકુલ વિરૂદ્ધ નથી, પણ એક ભાગ બીજાનો દૃષ્ટાંત રૂપ છે, અને તેથી જો તેને બીજાથી છૂટો પાડી નાખવામાં આવે તો તેનું મૂલ્ય છેક ઘટી જઇ અધ્યયન નિરર્થક થઇ પડે છે; કોઇ પણ શાસ્ત્રીય વિષયમાં સિદ્ધ ભાગની સાથે સાથે જ કર્તવ્ય અથવા પ્રાયોગિક ભાગ જેમ રાખવો જોઇએ તેમ અત્ર પણ કરવાની ખાસ અગત્ય છે. આ હેતુથી કર્તવ્ય ભાગમાં જે પ્રાયોગિક ભાગ આપવામાં આવ્યો છે તેનો ઉપયોગ સંપૂર્ણ કાળજીથી કરવાનો છે સિદ્ધ ભાગમાં તર્કશાસ્ત્રના નિયમો બહુ સંભાળથી સાચવવાની જરૂર છે, તેથી તે ભાગ પાછળથી રાખવામાં આવ્યો છે, તો પણ તેના સઘળા પ્રમેયોના ગુણ ધર્મ અનુમાન દ્વારા કે પ્રયોગદ્વારા પહેલેથીજ સમજાવવાની જરૂર છે. તેને માટે નીચેના નિયમો લક્ષમાં રાખવાની જરૂર છે

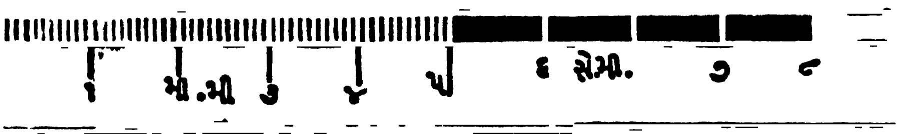
(1) આકૃતિઓ બહુજ સફાઇથી અને સંભાળથી દોરાવવી જોઇએ; અને જરૂર પડે ત્યાં શિક્ષકે પોતે તે આકૃતિ પાટીઆ ઉપર નમુના રૂપ દોરી બતાવવી સફાઇદાર આકૃતિઓ નીચનાં સાહિત્યોના નમુના પ્રમાણેના સાહિત્યોથી નીકળશે—

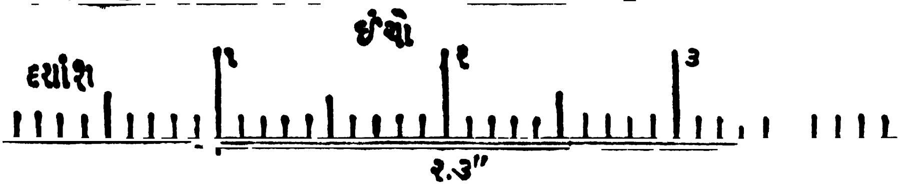


પ્રોટ્રેક્ટર કે કોણમાપક સાહિત્ય.



કંપાસ, કે કર્કટી. ડીવાઇડર્સ, કે અંતરમાપક સેટ સ્કવેરની જોડ, કે કાટખૂણા





સીધી લીટીના ઉપર રૂલર (આંકણી).

(અ) 'ત્રણ એચ' અને '૭ એચ' ની બે પેન્સીલો,

(બ) કર્કટી અને અંતરમાપક સાહિત્ય,

(ક) કોણમાપક સાહિત્ય.

(ડ) ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ, સેન્ટીમીટર અને મીલીમીટર વાળું એક લાકડાનું આશરે ૭ ઈંચ લાંબું રૂલર

(ઇ) બે સેટસ્કવેર યા કાટખૂણાની જોડ

(૨) જે જે આકૃતિ સંબંધી વિવેચન (કર્તવ્ય ભાગમાં કે પ્રયોગમાં કે પ્રશ્નમાં કે સિધ્ધ ભાગમાં) કર્યું છે તે તે આકૃતિઓ શિક્ષકે વિદ્યાર્થી પાસે પણ કઢાવવી.

(૩) ખરાં માપ મેળવવાને માટે દરેક લીટી ઝીણી સફાઈદાર હોવી જોઇએ; પેન્સીલોના છેડા ગ્લાસ પેપરથી તીણા કરવાની ખાસ જરૂર છે. સઘળી લીટીઓ એકજ સરખી જાડાઇની આવવી જોઇએ.

(૪) લીટીઓ ડાબા હાથ તરફથી જમણા હાથ તરફ દોરવી અને કદી પણ તેની તેજ લીટી ફરીથી બેવડી કરવી નહિ. લીટી દોરવામાં આંગળાં અને કાડું ફક્ત ખસેડવા નહિ, પણ આખો હાથ ખસેડવો જોઇએ.

(૫) કકર્ટી (કંપાસીઝ)ને ઉપરના માથા આગળથી પકડવું અને વર્તુળ દોરતી વખતે લક્ષમા રાખવુ કે કાગળમાં છિદ્ર પડે નહિ.

(૬) રૂલર ઉપર અંતર માપવાને તથા બે બિંદુઓની વચ્ચેનું અંતર માપવ ને ડીવાઇડર્ઝનો ઉપયોગ કરવો, રૂલ ના સ્કેલ ઉપર છિદ્ર ન પડે તેવી રીતે ડીવાઇડર્ઝને લગભગ ક્ષિતિજ બરાબર રાખવુ અને જોઇએ તેના કરતાં સહેજ વધારે પહોળું રાખી ડીવાઇડર્ઝને સાંકડું કરવું.

(૭) પ્રોટ્રેક્ટર અને સેટસ્કવેરનો ઉપયોગ આગળ બતાવ્યો છે તે પ્રમાણે કરવો

આ બધાં સાહિત્યોનો ઉપયોગ વિદ્યાર્થીને બરાબર કરતાં આવડે તે પહેલાં શિક્ષકે પાંચ દશ આકૃતિ તેની મદદથી બરાબર વર્ગને દેખાય તે પ્રમાણે દોરવી અને તેને માટે મોટાં સાહિત્યો (પાટીઆ ઉપર વપરાય તેવાં) ખાસ રાખી મૂકવા. યૂકિલડના સિદ્ધાંતો શીખવતી વખતે આકૃતિ સાહિત્યો વગર દોરી ચલાવી લેવામાં આવતુ તેમ કદી પણ નાની કે મોટી, પ્રમેયની કે કૃત્યની, વ્યાખ્યાની કે પ્રશ્નની, આકૃતિઓ સાહિત્ય વગર દોરવી નહિ.

કર્તવ્ય ભાગમાં દરેક પ્રકરણમાં વ્યાખ્યાઓ સામાન્ય રીતે સાથે આપવામાં આવી છે તેનો ઉદેશ એવો છે કે તે ભાગ વિદ્યાર્થીને માટે છે, અને તેની પછીનો સમજુતિ ભાગ શિક્ષકોને માટે છે. તેથી સમજુતિ પ્રમાણે યોગ્ય લાગે તેવા જુદાં જુદાં દૃષ્ટાંત આપી વિદ્યાર્થી પાસેજ તેના પોતાનાજ શબ્દોમાં વ્યાખ્યા બને ત્યાં સુધી કઢાવવી અને બરાબર સમજાયા પછીજ અંદરની વ્યાખ્યાઓ મોઢે કરાવવી. તર્કશાસ્ત્રની આ નિગમન પદ્ધતિનો ઉપયોગ દરેક પ્રયોગના ગુણ ઠસાવવામાં ખાસ કરવાનો છે. કર્તવ્ય ભાગમાં

જે જે પ્રયોગો આપ્યા છે તેમાંનો કોઇ પણ પ્રયોગ વિદ્યાર્થી પાસે મોઢે કરાવવાનો નથી; પણ તે પ્રયોગ પ્રમાણે અથવા તેવી કોઇ અન્ય રીતિએ પૃથક પૃથક આકૃતિઓ પાડી (પાટીઆ ઉપર અથવા જાડા ટોપીસ્તાની પાતળી પટીઓ કાપી તેમાં ટાંકણી મારી) વિદ્યાર્થી સમક્ષ ભૂમિતિનાં મુખ્ય મુખ્ય સત્યો સમજાવવાં. પ્રયોગોથી સિદ્ધ કરેલી સત્યતાઓ પાછળથી તર્કશાસ્ત્રના નિયમોને અનુસરી સિદ્ધાંતરૂપે આપવામાં આવી છે.

જેમ સાહિત્યનો શોખ વધારવાને માટે કવિતાની કડીઓ મોઢે કરાવવાની આવશ્યકતા છે તેમ વિદ્યાર્થીની તાર્કિક શક્તિ કેળવવાને માટે સિદ્ધાંતોમા આપેલી દોષ રહિત તાર્કિક સિધ્ધતા અવશ્ય મોઢે કરાવવીજ જોઇએ. એ તાર્કિક શકિત કેળવવાને માટે લગભગ એકજ જાતના શબ્દોમાં, પણ જુદા ક્રમમાં, કે ઉલટા શબ્દોમાં વ્યાખ્યાઓ બનાવી વિદ્યાર્થીના જ્ઞાનની પરીક્ષા કરાવવી જેમકે

(૧) વાંકી લીટીઓથી હદ થઇ એવી સપાટ આકૃતિ તે વર્તુળ,

(૨) ચાર સરખી બાજુઓથી હદ થઇ હોય તેવી આકૃતિ રૉમ્બસ,

(૩) સીધી ન હોય એવી લીટી તે વાંકી લીટી, વગેરે. ઉપલી વ્યાખ્યાઓ કયાં કારણથી ખોટી કે ખરી છે તે વિદ્યાર્થી પાસેથીજ કઢાવવાની ખાસ અગત્ય છે.

કર્તવ્ય ભાગમા સત્યતાઓ બતાવવામાં કારણો દર્શાવવાની જરૂર નથી, એ ભાગ ભૂમિતિના શાસ્ત્રીય ભાગનો હોવાથી પાછળથી સિધ્ધાંતરૂપે આપ્યો છે અને કર્તવ્ય ભાગમાં જેમ પ્રાયોગિક ભાગ શીખતા જાય તેમ તેમ આ કારણવાળો સિધ્ધાંત ભાગ પણ વિદ્યાર્થી સમક્ષ રજુ કરવો. ભૂમિતિ શીખવવાનો મુખ્ય ઉદ્દેશ આ તાર્કિક ભાગ શીખવવાનોજ છે અને એ વિષય બહુજ મહત્વનો છે.

સિદ્ધાંતના તાર્કિક વિવેચનમાં વિદ્યાર્થીને દરેક સત્યતાનું કારણ સમજાવુંજ જોઇએ અને તે તે સમજે છે કે નહિ તેની ખાત્રી કરવાને શિક્ષકે ડગલે ડગલે પ્રશ્ન અને પ્રતિ પ્રશ્નથી પ્રયત્ન કરવો અવશ્યનો છે. એ વિવેચનનું કોઇ પણ વાકય પાછળના કોઇ પણ સિધ્ધાંત પર આધારભૂત હોય

તો તેનો સબંધ વર્ગના પાઠમાં વિદ્યાર્થીને આવડવો જ જોઇએ. પુસ્તકમાં મુખ્ય મુખ્ય આધારના સંબંધો દર્શાવ્યા છે, પણ પરીક્ષાઓમાં તે સંબંધ દર્શાવવાની જરૂર નથી, જો કે વિવેચન અને સિદ્ધાંતનું દરેક વાક્ય વિદ્યાર્થી સમજીને મુકે છે કે નહિ તે તેણે લખવાની પદ્ધતિ પરથી બતાવવુ જોઇએ. જે જે સિદ્ધાંતોની મદદ આગળના સિદ્ધાંતમાં લેવામાં આવતી હોય તેનાં પ્રતિજ્ઞા અને નિર્દેશ વિદ્યાર્થીને આવડવાં જોઇએ. દરેક સિદ્ધાંત બરાબર મોઢે કરવો જોઇએ પણ પોપટની માફક સમજ્યા વગર નહિ. મોઢે કરાવવાનુ કામ સહેલું કરવાને માટે શિક્ષકે (૧) જુદા જુદા અક્ષરો વાપરવા (૨) આકૃતિ આડી ઉભી, મોટી નાની કરવી, (૩) અક્ષરોનાં સ્થળ બદલવા, (૪) ઘણી વખત કોઇ પણ અક્ષર વાપરવોજ નહિ (આ રીત ખાસ લક્ષમા લેવા યોગ્ય છે). ઉપર પ્રમાણેજ વિદ્યાર્થીએ ઘેરે વાંચવાની ટેવ પાડવી જોઇએ અને જો તે પોતાના મનમાં આકૃતિમા જોયા વિના સિદ્ધાત બરાબર સિદ્ધ કરે તો ભૂમિતિ અધ્યયનનું યોગ્ય સાફલ્ય થાયછે.

વર્ગમાં સિદ્ધાંતનુ પુનરાવર્તન થાય ત્યારે વિદ્યાર્થીએ અંદરનાજ શબ્દો બોલવાનો, તેમ તે યાદ આવી જતા હોય તો તે છોડી દેવાનો પ્રયત્ન કરવો નહિ; સિદ્ધાંતનું વિવેચન એવી રીતે તેને કહેતાં આવડવું જોઇએ કે પાછલા સિધ્ધાતોના આધારો બોલવાની જરૂર પડે નહિ. ચોપડીનીજ આકૃતિ કે અંદરના અક્ષરોની આવશ્યકતા નથી. જયાં સુધી તેનું વિવેચન કારણ દર્શક હોય ત્યાં સુધી અંદરના ક્રમમાંજ તે કહેવાની જરૂર નથી. જે વિવેચન તે કરે તે યોગ્ય રીત સહિત, અને કારણ દર્શક છે એવી ખાત્રી થવી જોઇએ.

કોઇ કોઇ સિદ્ધાંતોની રચનામા પાછળ સિદ્ધના ન આવી હોય એવાં સ્વીકૃત કૃત્યો લેવામાં આવ્યાં છે; જયારે એવાં કૃત્યો કરવ માં આવે ત્યારે તે એવા હોવા જોઇએ કે તેનો ઉપયોગ કરવાનું સબળ કારણ હોવું જોઇએ, અને તે કરવામાં ભૂમિતિના તાર્કિક ભાગને કોઇ પણ જાતનો દોષ લાગતો નથી એ જોવું જોઇએ અમુક રસ્તો પૂર્ણ કરે એવી લીટી કે એવું બિંદુ આવી શકતું હોય તોજ તે સ્વીકૃત કૃત્ય તરીકે લેવું જોઇએ.

અમુક સિદ્ધાંતો મોઢે થઇ ગયા પછી વિદ્યાર્થીના લક્ષમાં આવવું જોઇએ કે ભૂમિતિ શાસ્ત્રનો મુખ્ય હેતુ તાર્કિક વિવેચન શક્તિ કેળવવાનો છે અને સૂક્ષ્મ દૃષ્ટિથી જોતા માલમ પડશે કે દરેક વિવેચન (૧) ભૂમિતિના મુખ્ય વિચારો (જેવા કે બિંદુ, લીટી) (૨) વ્યાખ્યાઓ, (૩) પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો (૪) પ્રત્યક્ષ પ્રમાણોથી ઉપજતા પ્રમેયો અને (૫) પાછળ શીખી ગએલા સિદ્ધાંતોનું બનેલું છે. આ ઉપરાંત જે કાંઇ વધારાનું હોય તે વિવેચનના તાર્કિક ક્રમની સમજુતિ અર્થે અથવા દૃષ્ટાંત રૂપેજ છે. તે વિવેચન જોઇએ તેમ વિદ્યાર્થીને આવડે છે કે નહિ તેની ખાત્રી પ્રશ્ન છોડવાની તેની શક્તિ ઉપરથી થાય છે પ્રશ્ન છોડવા એ કામ એકદમ સહેલુ નથી, તેમજ શક્તિ બરાબર કેળવાયા પછી એ કામ ધારવામાં આવે તેટલું અઘરૂં નથી. એ કામને માટે પુસ્તકને અંતે આપેલી પૃથક્કરણ રીતિનો ઉપયોગ કરવો, અને તેમાં બતાવેલી વિગમન પદ્ધતિ એક વખત સમજાયા પછી મ્હાવરાથી ઠસી જશે અને ઉપયોગી થઈ પડશે.

પ્રશ્ન સામાન્ય રીતે ત્રણ જાતના છે—પ્રમેય પ્રશ્નો, કૃત્ય પ્રશ્નો અને ગણત્રીના પ્રશ્નો પહેલી બે જાતના પ્રશ્નોમાં સિદ્ધતા જરૂરની છે અને ત્રીજી જાતના પ્રશ્નો સિદ્ધતાની જગ્યાએ તેજ પ્રમાણે આપેલી કીમતો મુકી કરવાના છે. શરૂઆતમાં બધાજ પ્રશ્નોમાં વિદ્યાર્થીને મદદની જરૂર પડશે અને તેથી શિક્ષકે યોગ્ય લાગે તેમ મદદ કરવી, પણ જોવુ કે વિદ્યાર્થીનો આત્મ પ્રયત્ન ઓછો થવાથી તે નિરાશી થાય નહિ. સહેલા પ્રશ્નો બનતાં સુધી મોઢેજ કરાવવા. નવો સિદ્ધાંત સમજાવતાં પહેલાં કર્તવ્ય ભાગમા તેને લગતા આપેલા પ્રશ્નો કરવાથી, અને રચનાનો ભાગ બતાવવાથી વિદ્યાર્થી કદાચ સિદ્ધતા પણ થોડી થોડી પોતાની મેળે કહી શકશે.

પાટીઆ ઉપર આકૃતિઓ દોરવા માટે નીકલના અથવા લાકડાનાં મોટાં સાહિત્યો આશરે ત્રણેક રૂપીઆની કીંમતથી મળે છે. આવા મોટાં સેટ સ્કવેરો, કંપાસ, ડીવાઇડર્ઝ, રૂલર અને પ્રોટ્રેક્ટર મુંબઇ યા અન્ય સ્થળના મોટા બુકસેલરોને ત્યાંથી જોઇએ તો નાના બુકસેલરો યોગ્ય સુચનાને આધારે મંગાવી આપશે.

અનુક્રમણિકા.

ભૂમિતિ. ભાગ ૧ લો.

ખંડ ૧લો. કર્તવ્ય ભાગ.

---

§ ૧. સીધી લીટી, બિંદુ વગેરે.

કોઇ પણ કઠણ શબ્દના અર્થ, ગુણ, લક્ષણ વગેરેનું જે વર્ણન કહેવામા આવે તે વર્ણનને તે શબ્દની **વ્યાખ્યા** કહે છે

દુનીઆમાં અનેક જાતની વસ્તુઓ આવી રહેલી છે અને તે બધી **અવકાશનો** થોડો અથવા વધારે ભાગ રોકે છે તેમજ તે વસ્તુઓને આકાર અને કદ હોય છે અવકાશમા આવેલી વસ્તુઓના આકાર અને માપનું વર્ણન કરવુ એ **ભૂમિતિનું** કામ છે. આ આકાર અનેક જાતના હોય છે અને તેમાના ઘણાખરા એટલા બધા ગુચવણ ભરેલા છે કે તેનું વર્ણન આપણને નિરર્થક થઇ પડે છે તેથી આપણે **સાદા** અને **નિયમિત** આકારનું વર્ણન કરીશું. આ વસ્તુમાથી કેટલીક સૂર્ય, ચદ્ર જેવી અતિશય મોટી છે અને કેટલીક મેજ, ચોપડી, ઘર જેવી સહેજ મોટી છે, ત્યારે અનહદ વસ્તુઓ તો ફક્ત સૂક્ષ્મદર્શક યત્રથીજ જોઇ શકાય છે. ગમે તે વસ્તુ હોય તો પણ તેને **લબાઈ, પહોળાઈ** અને **જાડાઈ** હોય છે. વળી કોઇ ગોળ વસ્તુની લબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઇ કહેવી એ ઠીક નથી તો પણ ચોપડીની માફક લબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઇનાં જેવાં તેનાં ત્રણ મહત્ત્વ કહી શકાય છે તેથી

વ્યાખ્યા ૧ લી—જેને લંબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઇ અથવા ઉંચાઇ હોય તેને **નક્કર** યા **ઘન** વસ્તુ કહે છે; જેમકે ચોપડી, દડો.



વળી ઘન વસ્તુના બે પ્રકાર હોય છે, જેમકે ઈંટનો એક કકડો અ-થવા હવાથી ભરેલો એક દડો, પહેલી વસ્તુ **નક્કર** છે અને બીજી ફક્ત **ઘન** છે, કારણ કે પહેલી દબાવી શકાતી નથી અને બીજી દબાવી શકાય છે અને તેથી તેનો આકાર ફરી શકે છે. લંબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઈ—આ ત્રણ પરિમેયો કોઈ પણ ઘન પદાર્થના અગત્યના ગુણ છે હવે એક જાડા પાટીઆ જેવી કોઇ પણ નક્કર વસ્તુ લઇએ અને તેને જો કોઇ બારીક કરવતથી જાડાઇની ઉપરથી વેરીએ તો તે દરેક કટકાની લબાઈ પહોળાઇ તેટલીજ રહેશે, પણ જેમ જેમ વધારે ભાગો કરીશું તેમ તેમ જાડાઈ ઓછી થતી જશે અને જ્યારે તેના અસખ્ય ભાગો (જાડાઈ ઉપરથીજ) કરીશુ ત્યારે તેની જાડાઇ નહિજ જેવી આવશે એવા કટકાને પણ જાડાઈ તો છેજ પણ મૂળ જાડાઇની સાથે સરખાવતા તે એટલી બધી નજીવી છે કે તેને આપણે સહેલાઇથી છોડી દઇએ તો પણ ચાલે એક અબરખનો લાંબો પહોળો અને જાડો કટકો લઇએ તો તે એક નક્કર પદાર્થ કહેવાશે, પણ કોઈ કારીગર બહુજ બારીકીથી તેના પડે પડ જુદા જુદા કરી નાખે અને તે એવા બારીક પડો કરે છે કે નક્કર અબરખના કટકાની જાડાઈની સાથે સરખાવતા તે અતિશય નજીવી થઈ જાય અને જ્યારે કાઇ પણ જાડાઇ રહે નહિ ત્યારે આપણને **સફાઈ** મળે છે તેથી

વ્યા૦ ૨ જી—જેને ફક્ત લબાઇ અને પહોળાઇ હોય અને જાડાઇ ન હોય તેને **સફાઈ** કહે છે જેમકે ચોપડીની ઉપરની બાજુ, કલમની બહારની બાજુ

આ અબરખનું પડ ગમે તેવુ પાતળુ હશે તો પણ તેને કાંઈ પણ જાડાઇ તો હશેજ, તેથી તેને **ભૂમિતિની** વ્યાખ્યા **પ્રમાણે** સફાઈ કહી ન શકાય, પણ એવા પડની કોઈ પણ બાજુ, જેને લંબાઇ અને પહોળાઇ છે, પણ જા-ડાઇ નથી અને (તેથી) જે હાથમાં પકડી શકાતી નથી પણ આખથી ફક્ત જાડાઇના વિચાર વિના જોઇ શકાય છે, તેને ભૂમિતિની સફાઇ કહેવામાં આવે છે. આ પ્રમાણે સફાઇને મહત્ત્વના બે પ્રકાર હોય છે. સફાઇને જાડાઇ નથી તેથી સફાઇ અવકાશના બે ભાગની વચ્ચેની **સીમા** છે. 'જે ભાગમાં સ્લેટ છે' અને 'જે ભાગમાં સ્લેટ નથી.' તે બે ભાગની વચ્ચે કાંઇક સીમા છે અને એ સીમા તેજ સફાઈ છે.

લંબાઇ તેની તેજ રાખીને જો આવી સપાટીના પહોળાઇ ઉપરથી અસંખ્ય કટકા કરીશુ તો આપણને લંબાઇવાળા પણ નજીવી પહોળાઇવાળા કટકા મળશે અને એમ કરતાં કરતાં જ્યારે કાંઇ પણ જાડાઈ કે પહોળાઈ ન રહે ત્યારે આપણને **લીટી** મળે છે. તેથી

વ્યા૦ ૩ જી—જેને ફક્ત લંબાઇજ હોય પણ જાડાઇ કે પહોળાઇ કંઈ પણ ન હોય તેને **લીટી** કહે છે.

ઉપરના દરેક કટકાને લંબાઈ છે અને ગમે તેવી નજીવી પહોળાઇ છે તો પણ કાંઈક પહોળાઈ છે તેથી એવા કટકાને ભૂમિતિની લીટી ન કહી શકાય પણ જ્યારે પેનસીલનુ અગ્રભાગી તીણુ બિંદુ કાગળ ઉપર આમથી તેમ ફેરવીએ તો તે એક લીટી બતાવે છે, ખરૂં જોતા આ ભૂમિતિની ખરી લીટી નથી, અને તેથી કાંઈ પણ જાડાઇ વગરની કોઇ પણ લંબાઇવાળી નિશાની દોરી શકાય તોજ તે ખરી લીટી કહી શકાશે. પણ આપણા ચાલુ કામને માટે પેન્સીલની અતિશય બારીક એવી નિશાનીને લીટી કહીશુ તો ચાલશે.

વળી દોપીરતાના બે કટકાને લાહો લગાડી ચોટાડયા હોય અને રંદથી તે જોડાએલા બંને કટકામાથી એક ઝીણુ પડ ઉખેડીએ તો આ પડની બને સફાઈ વચ્ચે લાહીની એક ઝીણી બારીક રેખા માલમ પડશે, એટલે કે લાહીની રેખાથી બે સફાઇઓ જુદી પડે છે અને તેથી સફાઇની હદ **લીટી** હોય છે અને **સફાઈઓ** અરસપરસ **લીટીમાં** છેદે છે.

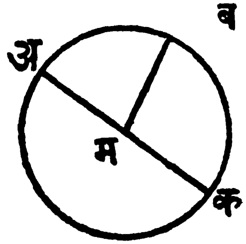
જેમ નક્કર વસ્તુના અનહદ ભાગો કરવાથી સફાઇ મળી શકે છે, અને સફાઈના અનહદ ભાગો કરવાથી લીટીઓ મળી શકે છે, તેમજ ઉપર કહેલી રીતિથી લીટીના અનહદ ભાગો કરીએ અને જ્યારે એવા કોઇ પણ ભાગને લંબાઇ ન હોય પણ તેને ફક્ત **સ્થિતિજ** હોય ત્યારે આપણને એક **બિંદુ** મળે છે

વ્યા૦ ૪ થી—જેને ફક્ત સ્થિતિજ હોય પણ લંબાઇ, જાડાઇ કે પહોળાઈ કોઇ પણ ન હોય તેને **બિંદુ** કહે છે.

લીટીનો ગમે તેવો નાનો ભાગ કરીશું તો પણ તેની કોંઇ પણ લંબાઇ

રહેશે અને તેથી એવા ભાગને ખરૂં બિંદુ ન કહી શકાય. પણ આપણા ચાલુ કામને માટે પેન્સીલના તીણા બિંદુથી જે નિશાની એકદમ ધીમે હાથે મૂકવાથી થઇ શકે તેને આપણે બિંદુ કહી શકીશું અને તેથી જેમ આપણી નિશાની વધારે ન્યૂન પરિમાણની હશે તેમ તે વધારે ખરા બિંદુની પાસે આવશે. બબ્બે લાકડાની બે જોડને સરસથી ચોટાડો અને આ બન્નેને પાછી સરસથી ચોંટાડો, જે બાજુ પર ચારે કટકા દેખાય છે તે બાજુ પર રંદો મારી એક બારીક પડ ચારે કટકામાથી ઉખેડો તો માલમ પડશે કે જેમ ચારે સફાઇઓ લીટીથી જુદી પડે છે તેમ આડી ઉભી સરસની બે લીટીઓ અરસપરસ એક સામાન્ય રજકણમા છેદે છે એટલે કે લીટીઓ **બિંદુમાં છેદે છે.** અને લીટીની **સીમા બિંદુ છે.**

પ્રયોગ ૧—એક દોરીનો એક છેડો એક ટાકણી સાથે બાંધો અને બીજો છેડો પેન્સીલની આસપાસ વિંટાળો પેન્સીલની આસપાસ દોરી ખેંચી રાખી તેને ફેરવો તો એક લીટી થશે આ લીટી પેન્સીલના છેડાને ધીમે ધીમે ખસેડવાથી થઇ છે અને તેથી અનન્ત બિંદુઓ પાસે આવવાથી થઇ છે તેથી



(૧) લીટી બિંદુની બનેલી છે; અને

(૨) એક ખસતા બિંદુથી લીટી દોરાય છે.



(૧) સફાઈ લીટીની બનેલી છે, અને

(૨) એક ખસતી લીટીથી સફાઈ દોરી શકાય છે.

એજ પ્રમાણે જો એક સફાઇને ખસેડીએ
તો તેથી એક ઘન વતુ બનશે, તેથી

(૧) ઘન વસ્તુ સફાઇની બનેલી છે; અને

(૨) એક ખસતી સફાઇથી ઘન બનાવી શકાય છે.

વળી પ્રયોગ ૧ માં આપણે જોયુ છે કે ખસતુ બિંદુ ટાંકણીથી હમેશાં એકજ અંતરે રહે છે, એટલે કે તે ખસતી વખતે **અમુક શરતથી** આમ તેમ ખસે છે આવી રીતે જ્યારે એક બિંદુ ખસે છે ત્યારે તેનાથી થતી લીટી **નિધાન** અથવા **કક્ષા** કહેવાય છે. તેથી

વ્યા૦ ૫—કોઇ પણ આપેલી શરત પ્રમાણે જ્યારે એક બિંદુ ખસે ત્યારે જે લીટી તેથી દોરાય તે લીટી તે બિંદુનું **નિધાન અથવા કક્ષા** કહેવાય છે ઉપલી સમજુતિ ઉપરથી નકકી થાય છે કે —

(૧) ઘન વસ્તુની સીમા સફાઇઓજ હોય છે અને તે હાથે પકડી શકાય એવી હોય છે.

(૨) સફાઇને ફકત અટકીજ શકાય છે, અને તેની સીમા લીટીઓ છે

(૩) લીટી અને બિંદુ ફકત કલ્પનાથીજ વિચારી શકાય છે અને લીટીની સીમા બિંદુઓ હોય છે.

(૪) સફાઇઓ લીટીમા મળે છે, અને (૫) લીટીઓ બિંદુમા મળે છે સફાઇ બે જાતની હોય છે અને લીટી પણ બે જાતની છે.

કોઇ પણ લોટાની કોર અને ટેબલની કોર એ બે લીટીઓ એકજ પ્રકારની નથી, કારણ કે કોઇ પણ દોરીના કટકાને જમીન પર નાખીએ તો તે ગમે તે આકારમા પડશે અને જો કોઇ દોરીને બે છેડા પકડી ખેચીશું તો તેનો આકાર પહેલી લીટીના જેવો નહિ રહેશે

પ્રયોગ ૨—એક દોરીનો કટકો નીચે પ્રમાણે પડે છે, તેમાંથી કોઇ પણ ભાગ કાપો;



(અથવા પાતળા કાગળ પર તેની નકલ કરો). આ કાપેલા કટકાને બાકી રહેલા કોઇ પણ ભાગ સાથે બધી રીતે—ઉપર અને નીચેથી સરખાવો. તો બન્ને ભાગની વચ્ચે પોલાણુ રહી જશે, તેથી એવી લીટી વક્ર છે.

પ્રયોગ ૩—હાથમાં બે છેડા પકડી એક દોરી ખેંચો આ લીટીની નકલ કરો, આમાથી કોઇ પણ ભાગ કાપી કાઢો અને આ કાપેલા ભાગને બીજા કોઇ પણ ભાગ સાથે સરખાવો તો તે બન્ને–ગમે તે બાજુએ–અરસપરસ મળી જશે અને તેની વચ્ચે જરા પણ પોલાણુ રહી ન જશે તેથી એવી લીટી **સીધી** છે

વ્યાખ્યા ૬ ઠ્ઠી—જે લીટી પોતાની આખી લબાઈમા એક બિંદુથી બીજા કોઇ પણ બિંદુ સુધી એકજ દિશા રાખે છે તેને **સીધી લીટી** કહે છે. જેમકે

વ્યાખ્યા ૭ મી—જે લીટી પોતાની લંબાઇમા એક બિંદુથી બીજા બિંદુ સુધી દિશા બદલે છે, તેને **વક્ર લીટી** કહે છે. જેમકે



સામાન્ય રીતે જ્યારે એક લીટી વક્ર વા સીધી છે એમ પારખવાનું હોય ત્યારે એવી લીટીના એક છેડાને આંખ આગળ લાવીએ છીએ અને તેના બીજા છેડા તરફ જોઇએ છીએ તો એવી લીટીમા કોઇ પણ ખાડો છે કે નહિ તે બરાબર દેખાઇ આવશે અને લીટી જ્યારે સીધી હશે ત્યારે તેના **બન્ને છેડા વચ્ચેની લીટી એકજ દિશામાં જતી** દેખાશે. અથવા કોઇ પણ સીધી આકણીને લીટી સાથે બધી રીતે સરખાવીશું તો જ્યારે બન્ને મળી જાય ત્યારે તે લીટી સીધી છે એમ સમજવું.

પ્રયોગ ૪—તમારી પાટી ઉપર એક સીધી આંકણી મૂકો આ આંકણીને ગમે તેમ પાટીયા ઉપર ફેરવો અને હમેશા આખી આંકણી પાટી સાથે રાખી જુઓ કે આકણીની સીધી કોર પાટીની સફાઇ સાથે મળી જાય છે કે નહિ જ્યારે તે મળી જાય છે ત્યારે પાટીની સફાઇમાં બધી સીધી લીટીઓજ છે અને તેથી તે **સીધી અથવા સપાટ સફાઈ** કહેવાય છે.

આંકણીને આમ તેમ ફેરવીએ ત્યારે આપણે આપણા પ્રયોગમાં આંકણીના છેડાની નીચેનાં પાટી ઉપરનાં બે બિંદુને સીધી લીટીથી સાધીએ છીએ અને તેથી દરેક વખતે જોઇએ છીએ કે પાટી ઉપરનાં કોઇ પણ બે બિંદુ સીધી લીટીમાં છે કે નહિ. તેથી

વ્યાખ્યા ૮ મી-સીધી લીટીઓની બનેલી સપાઇને **સીધી સફાઈ** કહે છે. દાખલો, મેજની સફાઈ

પ્રયોગ ૫-તમારા હાથ ઉપર આમ તેમ સીધી આંકણી ફેરવો. દરેક સ્થિતિમાં જુઓ કે હાથ ઉપરની દરેક લીટી આકણી સાથે બરાબર મળી જાય છે કે નહિ. જ્યારે તે હાથ સાથે મળી જતી નથી ત્યારે હાથની સફાઇમાં વક્ર લીટી છે, તેથી તે સફાઇ વક્ર છે તેથી

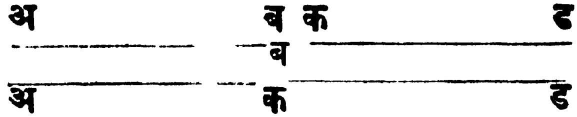
વ્યા૦ ૯ મી—વક્ર લીટીઓની બનેલી સફાઇને **વક્ર સફાઈ** કહે છે. દાખલો ગોળની સફાઈ

જ્યારે સીધી લીટીમા એક છેડાથી લઇ બીજા છેડા સુધી ફક્ત એકની એકજ દિશા હોય છે ત્યારે સ્પષ્ટ થાય છે કે બે આપેલાં બિંદુની વચ્ચે સીધી લીટી એ ટુકામા ટુકું અતર છે. વળી તેથીજ વધારે પુરવાર થાય છે કે બે સીધી લીટીની વચ્ચે કોઈ પણ જગ્યા રોકી શકાતી નથી એટલે કે સફાઇની કોઇ પણ જગ્યા ..રેકાને માટે ઓછામા ઓછી ત્રણ સીધી લીટી જોઇએ છે. તેમજ સીધી લીટીનો કોઇ પણ ભાગ સીધી લીટી છે.

પ્રયોગ ૬—એક સપાટ કાગળનો કટકો લો; તેને તેના એક ભાગ ઉપર બેવડ વાળો, જો તેને **અ૨** લીટી ઉપર બેવડ વાળ્યો હોય તો **અ૨** એક ભાગ ઉપર છે તેથી **અ૨** તેની સીધી લીટી છે: તેમજ **અ૨** તેના બીજા ભાગ ઉપર છે તેથી **અ૨** તેની સીધી લીટી છે. તેથી

એક સપાટ સફાઈને તેના કોઈ પણ ભાગ ઉપર બેવડ વાળી હોય તો જે લીટી ઉપર તે બેવડ વળાય છે તે લીટી સીધી છે; એટલે કે બે સફાઈઓ એકજ સીધી લીટીમાં છેદે છે.

જો કોઇ પણ બે સીધી લીટી **अ ब** અને **क ड** એકજ દિશામાં જતી હોય અને **ब** બિંદુ **क** સાથે મળે તો તે બન્ને મળી એકજ સીધી લીટી કરે છે જેમકે,



તેમજ વળી કોઈ એક સીધી લીટીના બે બિંદુ બીજી સીધી લીટીનાં બે બિંદુ સાથે મળે તો તે બન્ને સીધી લીટીની એકજ દિશા હોવી જોઇએ.

નોટ—આ પુસ્તકમા "લીટી" એટલે "સીધી લીટી" સમજવી.

વ્યાખ્યા ૮ મી ને વારવાર **સપાટ સફાઇની** વ્યાખ્યા કહે છે.

સપાટ સફાઇની પરીક્ષા એવી છે કે એવી સફાઇમા કોઇ પણ બે બિંદુઓ લઇએ તો તેને જોડનારી સીધી લીટી એવી સફાઇમાજ પુરેપુરી પડવી જોઇએ અને માટે એવી સફાઇમા બે ટાંકણી ગમે તે જગ્યામા રાખી તેને દોરી બાધી ખેચી જોઇએ તો આ દોરીનો કોઇ પણ ભાગ જો સફાઇની સાથે અડકે તો બાકીનો બધો ભાગ અડકવોજ જોઇએ આ પ્રયોગમા એટલુ અવશ્યનુ છે કે દોરીના છેડાઓ સફાઇ ઉપરજ રહેવા જોઇએ જો દોરીનો કોઇ પણ ભાગ સફાઈના કોઈ પણ ભાગને ન અડકે અથવા તેનાથી ઉચકાય તો તે **સીધી સફાઈ** યા **સપાટ સફાઈ** ન હશે

નોટ—સપાટ સફાઈને કોઇ કોઈ વાર "સમતલ પૃષ્ઠ" પણ કહેવામા આવે છે આ ભૂમિતિમા વક્ર સફાઈ વિષે કાઈ પણ વર્ણન નથી તેથી 'સફાઇ" કહ્યુ હોય ત્યા "સપાટ સફાઇ" સમજવી

अ ब, क ड જેવી કોઈ પણ બે સીધી લીટીને સરખાવવી હોય તો



એકને ઉચકીને (યા નકલ કરીને) બીજી ઉપર મૂકવામાં આવે છે. જો **अ**, **क** ઉપર પડી **ब**, **ड** ની બહાર, ઉપર, અથવા અંદર પડે તો તે પ્રમાણે **अ ब**, **क ड** થી મોટી બરાબર, અથવા નાની છે.

વ્યા૦ ૧૦–જ્યારે ત્રણ અથવા વધારે બિંદુઓ એકજ સીધી લી-ટીમાં હોય ત્યારે તેઓ **એકલીટીસ્થાયી** કહેવાય છે.

વ્યા૦ ૧૧—જ્યારે ત્રણ અથવા વધારે સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમાં મળે ત્યારે તેઓ **એકબિંદુગામી** કહેવાય છે

જ્યારે કોઇ પણ સાદુ ભૂમિતિનુ કાર્ય કરવાને માટે રજા આપવામાં આવે ત્યારે તે **સ્વીકૃત કૃત્ય** કહેવાય છે સામાન્ય રીતે નીચેનાં સ્વીકૃત કૃત્ય આપણે લઇએ છીએ

(૧) કોઈ પણ બે બિંદુને આંકણીથી સીધી લીટીમાં જોડી શકાય છે.

(૨) કોઈ પણ સીધી લીટીને આંકણીથી તેની પોતાની લબાઈમાં લબાવી શકાય છે.

(3) કંપાસની મદદ વડે કોઈ પણ મોટી લીટીમાંથી એક નાની લીટી બરાબર એક ભાગ કાપી શકાય છે

વિદ્યાર્થીને નીચેનાં સાહિત્યો જોઇશે.

૧ સખત પેન્સીલ, " એચ એચ " નબરની.

૨. ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ, સેન્ટીમીટર અને મીલીમીટરમાં આંકેલી એક આશરે ૭ સાત ઇંચ લાંબી ચપટી આંકણી.

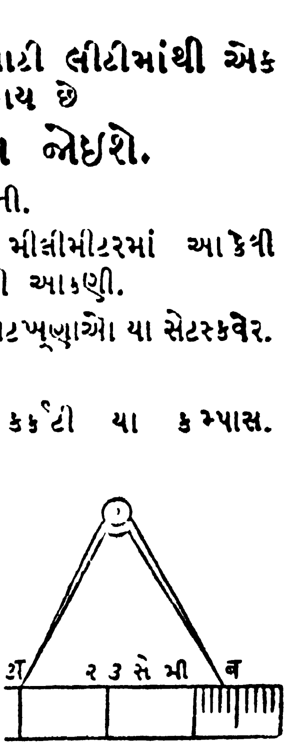
૩. ૬૦ અંશ અને ૪૫ અંશના ખૂણાના બે કાટખૂણાઓ યા સેટસ્કવેર.

૪. કોણમાપક અર્ધવર્તુળ યા પ્રોટ્રેકટર

૫ સખત પેન્સીલવાળી વર્તુળ દોરવાની કર્કટી યા કમ્પાસ.

૬ અંતરમાપક યા ડીવાઇડર્ઝ

ટીપ—પેન્સીલની અણી હમેશા તીણી સફાઈદાર રાખવી પ્રથમ લીટી માપવી હોય તો આંકણીથીજ માપવી પણ પાછળથી અંતરમાપક સાહિત્ય વધારે સુગમ થઇ પડશે અને ચોકકસ માપ આપશે. બે લીટીઓની સમાનતા હમેશા અંતરમાપક સાહિત્યથીજ નકકી કરવી અને સરખી લીટીઓ કાપવાને માટે પણ એજ સાહિત્ય વાપરવું. કોઇ કોઈ વખતે કંપાસ પણ વધારે ઉપયોગી થઈ પડશે.

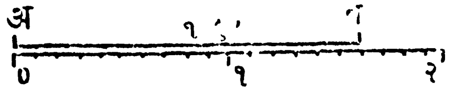


લંબાઈનાં કોષ્ટકો.

અંગ્રેજી.	ફ્રેંચ.
૧૨ ઇંચ=૧ ફુટ.	૧૦ મીલીમીટર=૧ સેન્ટીમીટર;
૩ ફુટ=૧ વાર,	૧૦ સેન્ટીમીટર=૧ ડેસીમીટર,
૨૨૦વાર=૧ ફર્લાંગ,	૧૦ ડેસીમીટર=૧ મીટર,
૮ ફર્લાંગ=૧ માઇલ	૧૦ મીટર=૧ ડેકામીટર,
	૧૦ ડેકામીટર=૧ હેકટોમીટર,
૩ માઇલ=૧ લીગ,	૧૦ હેકટોમીટર=૧ કીલોમીટર=$\frac{5}{8}$ માઇલ.

ફ્રાન્સ દેશમા લબાઈના માપની એકમ મીટર હોય છે અને તેના નાના ભાગ બતાવવાને ડેસીમીટર, સેન્ટીમીટર, વગેરે અને મોટા ભાગ બતાવવાને ડેકામીટર, વગેરે હોય છે એ રૂઢિમા દરેક માપ તદ્દન નીચેના ભાગથી દશ ગણુ હોય છે તેથી શાસ્ત્રીય વિષયમા તે બહુ કામ આવે છે

રૂલર અથવા ફુટ પટીનો ઉપયોગ.



લીટી દોરવાની અને માપવાની ફૂટપટી ૭ ઇંચ લાંબી હોય છે. એક કોર પર ઇંચ અને દશાશ ઇંચના દોરા હોય છે અને બીજી કોર પર સેન્ટીમીટર અને મીલીમીટરના દોરા હોય છે જો **અબ** લીટી માપવાની હોય તો ફૂટપટીનો ૦ ઇંચનો દોરો બરાબર **અ** આગળ અને ફૂટપટી બરાબર **અ બ** લીટી સાથે મૂકો જો **બ** છેડો ફૂટપટીના કોઈ ચોકકસ દોરા આગળ આવી રહે તો તે પ્રમાણે છેડેથી તેની લબાઈ ગણી લેવી. ઉપર **અબ**=૧.૬ ઇંચ છે નીચેના નિયમો ઉપયોગી થઇ પડશે—

(૧) ફુટપટીની કોરો બરાબર સીધી હોવી જોઇએ અને દોરાઓ કાગળની છેક પાસે આવવા જોઇએ.

૫૦૩૨

(૨) ફૂટપટીનો પડછાયો કાગળ પર પડવા દેવો નહિ; આ પડછાયો દૂર કરવા માટે અજવાળાને ડાબા હાથ તરફથી આવવા દેવુ.

(૩) માપતી વખતે આખ લીટીઓના છેડા પર બરાબર આવવી જોઇએ એકજ આખનો ઉપયોગ કરવો

(૪) માપ્યા પછી લીટીના છેડા બરોબર ઝીણી લીટીથી કાપી મૂકવા

(૫) ફૂટપટીને ઉચકીને લીટીની પાસે રાખવી કે દોરાઓ લીટીને છેડે અડોઅડ આવે.

નોટ—જવાબ દશાશ ઇંચ અને મીલીમીટર સુધી લાવવો· નીચેના પ્રશ્નોમા ઇંચને માટે (ઇંચ) યા ("), સેન્ટીમીટરને માટે (સે મી), મીલીમીટરને માટે (મી મી) અને ફુટને માટે (ફુ) યા (') સજ્ઞાઓ વારવાર વાપરવામાં આવી છે વિદ્યાર્થીએ પણ એ સંજ્ઞા વાપરવાનો મ્હાવરો પાડવો.

સીધી લીટી ઉપરના પ્રશ્નો.

૧ નીચેની લબાઇઓ (ઇ; અને (સે. મી) મા માપો —

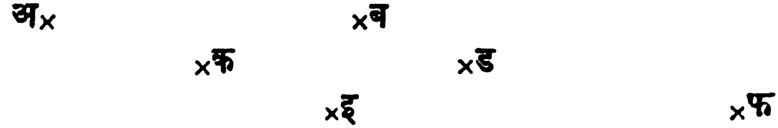
(અ) તમારી ચોપડીની લબાઈ, પહોળાઇ અને જાડાઇ,

(બ) તમારા સેટસ્કવેરની કોરોની લબાઇ,

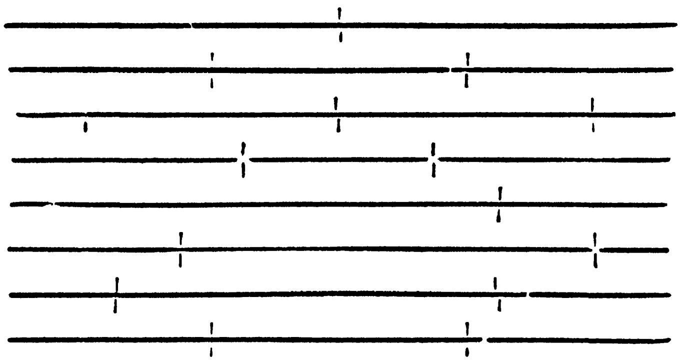
(ક) તમારી નોટબુકના પાનાની લંબાઇ અને પહોળાઇ

૨ નીચેની લીટીઓની લબાઇ બન્ને માપથી કાઢી, તેની સાથે નીચે તેનાં માપો લખી દો—

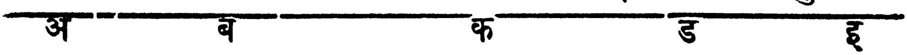
૩ નીચેની લંબાઈ બન્ને માપથી માપો—



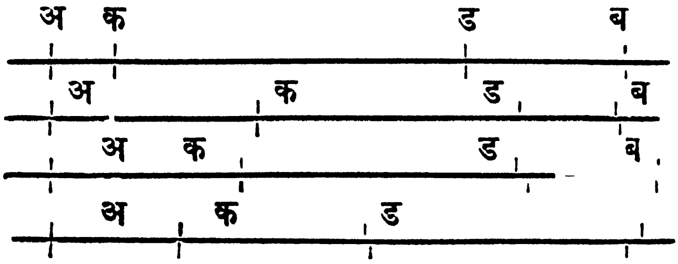
૪ નીચેની લંબાઈ માપી સરવાળો કરો—



૫ નીચેની લંબાઇ સે ગી મા માપી પરિણામ સરખાવી જુઓ—



૬ अब, कड માપી બાદબાકી બન્ને માપથી કરો—



अ क અને ड ब માપી પરિણામ સરખાવો

૭ આઠ ઇંચ લાંબી એક સીધી લીટી દોરો એક છેડેથી अब=૩", बक=૧.૮" અને कड= ૨.૩" કાપો. બાકીની डइની, સરવાળો કરીને અને માપીને, લંબાઇ કહો અનુક્રમે તમારું પરિણામ મૂકો,

૮. પ્રશ્ન ૭ નીચેની લંબાઇ લઈ કરો. અઇની લંબાઈ તેજ છે—

(૧) अब = ૩·૩", बक = ૨·૩", कड = ·૭".

(૨) अब = ૧·૩", बक = ૪·૧", कड = ૨·૧",

(૩) अब = ૧ ૯", बक = ૧·૮", कड = ૫ ૩".

(૪) अब = ૪ ૩", बक = ૫", कड = ૧·૯"

૯ ૧૨ ૦ સે મી મા કેટલા ઇંચ છે તે લીટી દોરી માપી નક્કી કરો

૧૦ એક ૧૨ ૪" ની લીટી દોરો અર્ધું કરી એના બે ભાગ સરખા કરો [લખી દેવું

નોટ—દરેક લીટી માપ્યા પછી હંમેશા તેની સાથે તેનું પરિમાણ લખો.

૧૧. ૧૦મા પ્રશ્ન પ્રમાણે ૬ ૮"ની લીટી દોરી બે સરખા ભાગ કરો

૧૨. ઉપર પ્રમાણે ૪ ૮ સેં. મી ની લીટી દોરી ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

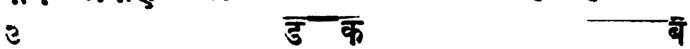
૧૩ નીચેની લીટીઓના બે અને ત્રણ સરખા ભાગ કરો—

(૧) ૨ ૪"; (૨) ૪ ૨", (૩) ૯ ૬", (૪) ૧૨ ૬ સે મી.

(૫) ૭·૨ સે મી (૬) ૪·૮ સે. મી (૭) ૮ ૪ સેં. મી.

૧૪ કોઇ પણ લીટી લઇ ડીવાઇડર્ઝના માપથી (બન્ને છેડા તરફથી) તેને દુભાગો.

નીચે પ્રમાણે એક अ ब લીટી લો. પહેલવહેલા अ ब ને



આશરે દુભાગો, ધારો કે क, अ ब નું મધ્ય બિંદુ છે, પછી अ ઉપર કંપાસનુ અગ્ર બિંદુ રાખી પેન્સીલના છેડાથી अ ब ઉપર ड બિંદુ લો, અને તેટલાજ અંતરથી ब ઉપર અગ્ર બિંદુ રાખી इ બિંદુ લો. વળી ड इ માથી પણ એજ પ્રમાણે સરખા ભાગ કાપી કાઢો. આખરે क અથવા क ની પાસે કોઇ બિંદુ આવશે કે જે अ ब ને દુભાગશે.

૧૫. નીચે પ્રમાણે લીટીઓ માપી લઇ પ્રશ્ન ૧૪ પ્રમાણે દુભાગો:-

(૧) ૩·૫"; (૨) ૫·૯ સેં. મીં; (૩) ૧૦·૩"; (૪) ૭·૨ સેં. મી;

(૫) ૪·૯ સેં. મી (૬) ૫·૩"; (૭) ૭·૧"; (૮) ૬·૧ સેં. મી.

૧૬. એક કીડી ઉત્તરે ૪૭" જાય છે અને પછી પૂર્વમાં ૮૪" જાય તેા પ્રથમ સ્થળેથી તે કેટલે દૂર ગઇ ?

૧૭. अ પશ્ચિમમાં ૭·૮ સે મી જાય છે અને પછી ઉત્તરમા ૧૨ ૩ સે. મી જાય તેા મૂળ જગ્યાથી તેનુ અતર કેટલુ ?

૧૮ એક લખેાટાને દક્ષિણમા ૧.૩" ફેકયેા અને ત્યાથી પાછેા પૂર્વમાં ૯ ૭" ફેકયેા તેા મૂળ જગ્યાએથી તે હવે કેટલેા દૂર છે ?

૧૯. अ ब લીટીને એવડ વાળી (अ, ब ઉપર આવે તેમ) દુભાગેા.

૨૦. ૩ ૫", ૪ ૩ સે મી, ૪ ૭", ૫ ૯ સેમી ના લીટીએા લઈ એવડ વાળી દુભાગેા.

૨૧ अ ब લીટીનેા એક ભાગ બીજાની ઉપર રાખી અને તે બન્ને ભાગેા ત્રીજા ભાગની ઉપર રાખી છેડા બરાબર મેળવી अ ब ના ત્રણ સરખા ભાગ કરેા.

ઉ ड क ब

૨૨ પ્રશ્ન ૨૧ પ્રમાણે ૫ ૭". ૩ ૩ સે. મી ૪ ૧, ૩ ૫ ના ત્રણ સરખા ભાગ કરેા

૨૩. લીટીએાના ભાગ એક બીજાની ઉપર એવડ વાળવાની રીતથી નીચેની લીટીએાના ૪, ૬, ૮ સરખા ભાગ કરેા —

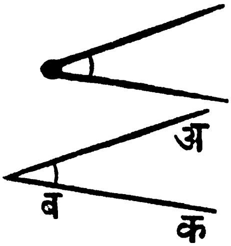
૫ ૯", ૧૧ ૩ સે મી, ૭ ૩, ૯ ૪", ૧૦ ૫ સ મી, ૯ ૫ સે. મી.

---

§ ૨. ખૂણેા.

अ ब ને, अ क ના अ છેડાની આસપાસ अ બિંદુ સ્થિર રાખી ફેરવીએ તેા એાછુ વત્તું ફરે તે પ્રમાણે તે બેની વચ્ચેનેા ગાળેા નાનેા અથવા મેાટેા થાય છે.

વ્યાખ્યા ૧૨ મી—ડીવાઇડર્ઝના બન્ને હાથને જે પહેાળા કર્યા હેાય તેા તે એક બીજા સાથે ખૂણેા કરે છે એમ કહેવાય છે.



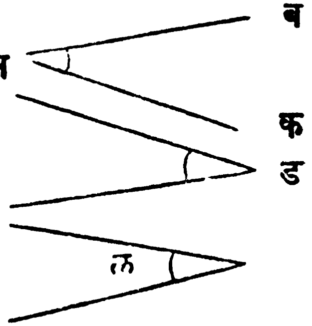
ડીવાઇડર્ઝનો ખૂણો.

તેજ પ્રમાણે જો એક લીટીને બીજી લીટી મળે તો તે બન્નેની વચ્ચેના ગાળાને **ખૂણો** કહે છે.

નોટ—ખૂણો કરનારી બે લીટીઓ જો સીધી લીટી હોય તો તે ખૂણાને **સીધી લીટી ખૂણો** કહે છે **अब** અને **बक** બે સીધી લીટી **ब** બિંદુમા મળે છે અને **अबक** ખૂણો કરે છે **ब** બિંદુને ખૂણાનું **શિરોબિંદુ** કહે છે અને **अब** અને **बक** ને ખૂણાના હાથ યા **શાખા લીટી** કહે છે ઉપરના ખૂણામા **बअ** અને **बक** ને લંબાવીએ તો પણ **अबक** ખૂણાનુ મહત્ત્વ વિકૃત થતુ નથી એ ઉપરથી સમજાશે કે કોઇ પણ ખૂણાનુ મહત્ત્વ તેની શાખાલીટીથી તદ્દન સ્વતંત્ર છે ખૂણાનુ મહત્ત્વ આ પ્રમાણે લેવાય છે. **बक** ને **बअ** લીટીમા સાથે એકને બીજી ઉપર રાખીને **अब**ને, **कब**ને સ્થિર રાખી, **ब** બિંદુની આસપાસ ફેરવીએ તો જે પ્રમાણે બન્નેની વચ્ચેનો ગાળો વધે છે તે પ્રમાણે તેના ખૂણાનુ મહત્ત્વ પણ વધે છે જ્યારે બે લીટીની વચ્ચેનો ખૂણો કહ્યો હોય ત્યારે તેના શિરોબિંદુ આગળ બે ખૂણા હોય છે પણ તેમાથી નાનો ખૂણો સામાન્ય રીતે લેવામા આવે છે, અને ઘણી વખતે જે ખૂણો લેવાનો હોય તેના ગાળામા અક્ષર અથવા કૌંસ મૂકવામા આવે છે.

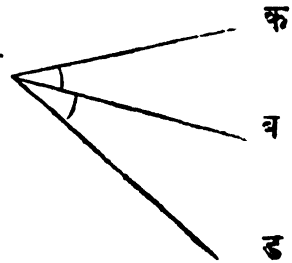
વળી બે સીધી લીટીઓ જો એક બીજીની નીચે ઉપર રહી એકજ દિશામા જતી હોય તો તેઓ એક બીજીને કદી પણ મળશે નહિ અને બન્નેની વચ્ચે કદાપિ પણ ખૂણો થશે નહિ પણ જો બન્ને લીટી જુદી જુદી દિશામાં જતી હોય તો કોઇ પણ બિંદુમાં તેઓ મળશે અને ત્યાં બન્નેની વચ્ચે ખૂણો થશે ખૂણો જ્યારે ગાળા ઉપર આધાર રાખે છે, ત્યારે જો ગાળો મોટો હોય તો ખૂણો મોટો હોય છે અને ગાળો નાનો હોય તો ખૂણો પણ નાનો હોય છે.

ખૂણો **बअक**, ખૂણો ड અથવા ખૂણો **अ**
ल થી પણ ઓળખાય છે " ખૂણા " ની જગ્યાએ ∠ નુ ચિહ્ન લખાય છે



જ્યારે એક ખૂણાને ઉચકીને બીજાની ઉપર મૂકીએ, એવી રીતે કે તેનાં શિરોબિંદુઓ એક બીજાની સાથે મળી જાય અને શાખાલીટીઓ પણ મળી જાય, તો તે ખૂણાઓ **અરસ પરસ સરખા** છે. પણ શિરોબિંદુઓ મળી જઇ અને એકેક શાખાલીટી પણ મળી જઈ બીજી શાખાલીટીઓ ન મળે તો જે ખૂણાની શાખાલીટી બહાર પડે છે તે ખૂણો બીજાથી **મોટો** હોય છે

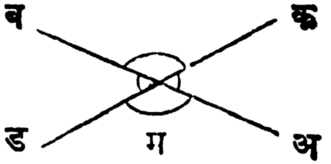
વ્યા૦ ૧૩—એકજ શાખાલીટીની આસપાસ આવેલા ખૂણાઓ **પાસે પાસેના ખૂણાઓ** કહેવાય છે, જેમકે **अब**ની આસપાસ આવેલા ∠ **कअब** અને **अ**
∠**कअब** પાસેપાસેના ખૂણા છે



વળી **अब**ને **अड**ની ઉપર **अब** સુધી અને પછી ત્યાંથી **अक** સુધી ફેરવીએ તો આ બન્ને ગાળા મળી, **अब**, **अक**ની નીચે એકદમ **अक** થી **अड** સુધી જાય તેટલા ગાળાની બરાબર છે. તેથી

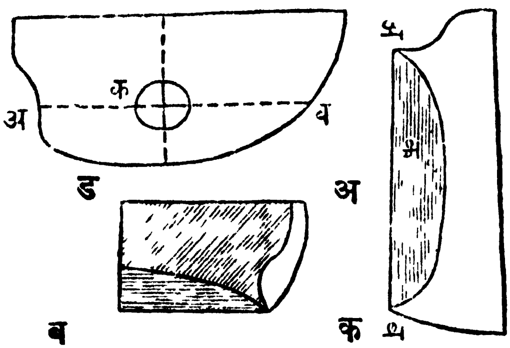
∠**बअड**+ ∠**बअक**=**डअक.**

વ્યા૦ ૧૪—જો કોઇ પણ બે સીધી લીટી, **अब** અને **कड**



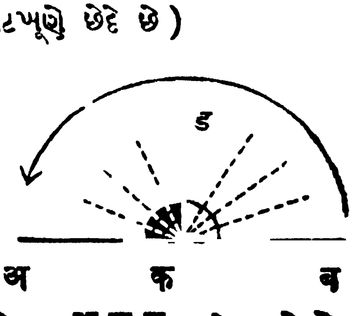
જેવી, એક બીજીને म બિંદુમાં છેદે તો ∠ अमक અને ∠ डमब, અથવા ∠ अमड અને ∠ कमब, સામસામેના ખૂણા છે.

પ્રયોગ ૭—કોઈ પણ કાગળના કટકાને એની અંદર દોરેલી કોઈ પણ अ ब લીટીની ઉપર વાળો અને ફરીથી તેનેજ નીચે પ્રમાણે क अ અને क ब એક બીજીની બરાબર મળી જાય તેમ વાળો તો ઉકેલ્યા પછી ચાર ખૂણા થશે. આ સર્વે ખૂણાઓ સરખા છે અને अ क, क ड બન્ને લીટી અરસપરસ લંબ છે.



વ્યા૦ ૧૫—જ્યારે એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટી ઉપર પડે અને પાસે પાસેના ખૂણાઓ સરખા કરે તો તે દરેક ખૂણાને કાટખૂણો કહે છે.

વ્યા૦ ૧૬—કાટખૂણો કરતી બન્ને લીટીઓ એક બીજીને લંબ કહેવાય છે. (अक ⊥ कड=अक, कड કાટખૂણે છેદે છે)

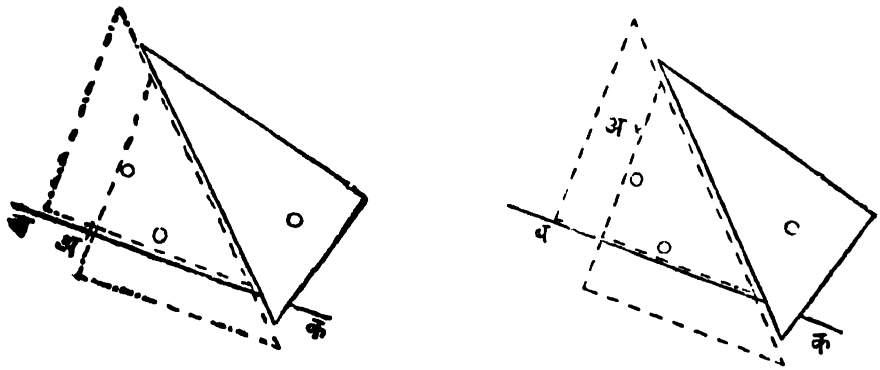


પ્રયોગ ૮—अ ब સીધી લીટીના કોઈ પણ क બિંદુની આસપાસ क ड જેવી કોઈ પણ બીજી સીધી લીટીને क ब થી લઈ ફેરવો. એમ કરતાં क ड, જે પહેલાં क ब દિશામાં હતી તે कअ દિશામાં આવશે. એટલે તેની દિશા તદ્દન ઉલટી થશે. એમ કરતાં ∠ बकड વધતો જશે અને ∠ अ क ड ઘટશે. અને એ પરિવર્તનમાં कड કોઈ પણ વખતે એવી સ્થિતિમાં આવશે કે તે વખતે

∠ चकड=∠अकड થશે, આવી સ્થિતિમાં ∠बकड અથવા ∠ अकड કાટખૂણો કહેવાય છે અને कड આવી સ્થિતિમાં એકજ વખતે આવી શકે છે, તેથી કોઈ પણ સીધી લીટીના એક બિંદુ આગળ એકજ લંબ દરેક બાજુએ દોરી શકાય છે.

નોટ-દરેક કાટખૂણાના ૯૦ સરખા ભાગ કરેલા હોય છે અને તે દરેકને **અંશ** કહે છે '૯ અંશ' ને માટે ૯° લખાય છે દરેક અંશના ૬૦ સરખા ભાગ કરેલા છે અને તે દરેકને **મીનીટ** યા **કળા** કહે છે '૧૧ મીનીટ'ને માટે ૧૧' લખાય છે અને વળી દરેક મીનીટના ૬૦ સરખા પેટા ભાગ કરેલા છે. તેને સેકન્ડ યા વિકળા કહે છે, '૧૫ સેકન્ડને, માટે ૧૫" લખાય છે

એક આપેલા બિંદુ अમાંથી એક આપેલી बक સીધી લીટી પર લંબ દોરવા વિષે—સેટસ્કવેરોની મદદથી.



बक સાથે સેટસ્કવેરની કોર બરાબર સરખી કરી સજ્જડ પકડો; આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે સેટસ્કવેર કાટખૂણા ઉપર સેટસ્કવેર પર બરાબર કોર સરખી થાય તેમ ગોઠવો ધીમે ધીમે अ બિંદુ તરફ સેટસ્કવેરને ખસેડી अ માંથી સેટસ્કવેર પર સેટસ્કવેરની લંબ પડતી કોર જાય ત્યારે अ માંથી बक ઉપર દોરેલી લીટી बकને લંબ છે.

ઉપલી રચનામાં લક્ષમાં રાખવાનું (બન્ને સેટસ્કવેર વાપરો તો) કે

(૧) સેટસ્કવેરની કોરનો પડછાયો કાગળ પર પડવો જોઇએ નહિ;

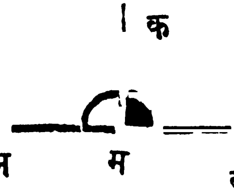
(૨) ખસતા સેટસ્કવેરની કોર હમેશાં બીજાની કરતાં મોટી કોર સાથેજ ખસવી જોઈએ.

સેટસ્કવેરનો ખૂણો બરાબર કાટખૂણો છે કે નહિ તે તપાસવા માટે કોઇ પણ સીધી લીટી પર કાટખણો કરતી બાજુ મૂકો અને બીજી બાજુ સાથે પેન્સીલ રાખી આપેલી સીધી લીટી પર ⊥ દોરો, અને સેટસ્કવેરને બીજા હાથ પર ફેરવી તે પ્રમાણેજ પાછો લમ દોરો. જો આ બન્ને લંબ બરાબર મળી જાય તો સેટસ્કવરનો ખૂણો ખરો કાટખૂણો છે

પ્રયોગ ૮ મા માં કહ્યા પ્રમાણે કોઈ પણ કાગળના કટકાને વાળનાં ચાર ભાગ પડે છે અને તેનો શિરોબિંદુ આગળનો ગાળો બીજા કોઇ પણ ભાગના ગાળાની બરોબર છે અને તેમા રહેલી શરતે સળવાગીશુ તો આ પરિણામ કાયમ રહેશે તેથી

(૧) સઘળા કાટખૂણા સરખા છે,

(૨) **कम** લીટી **मब**ની ઉપરથી **म** બિંદુની આસપાસ ફરી **मअ साथे** આવી મળી જાય તો એટલામા બે કાટખૂણા થાય છે.



(૩) અને તેજ પ્રમાણે પાછી નીચેથી ફરી આવી **मब** ની સાથે મળી જાય તો તે ચાર કટખૂણા કરે છે.

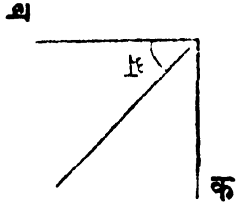
પ્રયોગ ૯—જો કોઈ પણ સીધી લીટી **मक**, **म** બિંદુની આસપાસ **बम** સ્થિતિમાંથી પરિવર્તન કરી **मक** મા આવે અને પછી **मअ**માં આવે અને **बमक**, **कमअ** ખૂણા પરિવર્તન કરી કરે તો તે **मब** સ્થિતમાંથ **मअम** આવતાં બે કાટખૂણામાંથી પરિવર્તન કરે છે, એટલે ∠**बमक**+∠**कमअ** = ૨ કાટખૂણા.

વળી પ્ર૦ ૮માં **डक** સીધી લીટી **क**ની આસપાસ **बक** સ્થાતમાંથી પરિવર્તન કરી પાછી **बक** માં આવે તો તે ચાર કાટખૂણામાંથી પરિવર્તનાં કરે છે. તેથી

જો એક સીધી લીટી બીજી ઉપર પડે તો પાસેપાસેના ખૂણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે. અને ગમે તેટલી સીધી

લીટીઓ એક બિંદુમાંથી હોય તો તેના સામાન્ય બિંદુ આગળના ખૂણા મળી ચાર કાટખૂણા બરાબર છે.

સંજ્ઞા—૧ કાટખૂણો = L



વ્યા૦ ૧૭મી—એક કાટખૂણાથી નાના ખૂણાને ઉનકાટખૂણ કે સાંકડો ખૂણો કહે છે સાંકડો ખૂણો (∠अ)૯૦°થી નાનો છે



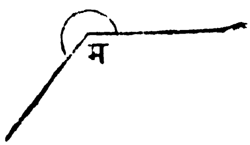
વ્યા૦ ૧૮મી—એક કાટખૂણથી મોટો પણ બે કાટખૂણથી નાનો ખૂણો હોય તેને અતિકાટખૂણ કે પહોળો ખૂણો કહે છે,

પહોળો ખૂણો (∠अ) ૯૦°થી મોટો અને ૧૮૦°થી નાનો છે



વ્યા૦ ૧૯મી—બે કાટખૂણાની બરાબરના ખૂણાને દ્વિકાટખૂણ અથવા સીધો ખૂણો કહે છે

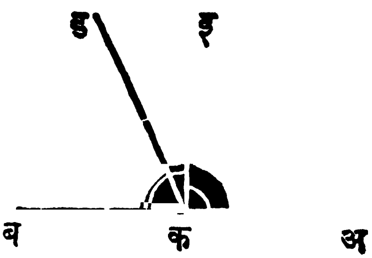
દ્વિકાટખૂણ (∠अ)૧૮૦ ની બરાબર હોયછે.



વ્યા૦ ૨૦મી-બે કાટખૂણાથી મોટા પણ ચાર કાટખૂણાથી નાના ખૂણાને **અંતર્ગામી** યા **"રીફ્લેક્ષ"** યા **અતિ દ્વિકાટખૂણ** ખૂણો કહે છે.

અતિદ્વિકાટખૂણખૂણો (∠म)૧૮૦૦થી મોટો પણ ૩૬૦૦થી નાનો હોય છે.

વ્યા૦ ૨૧મી—બે ખુણાનો સરવાળો એક કાટખૂણા બરાબર હોય તો તે દરેકને **એકકાટખૂણપૂર્ણી** યા **કોટિ ખૂણો** કહે છે.



∠बकड અને ∠ डकइ કોટિખૂણા છે.

વ્યા૦ ૨૨—બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરોબર હોય તો તે દરેકને **દ્વિકાટખૂણપૂર્ણી** યા **ન્યૂનતાપૂરક** ખૂણો કહે છે.

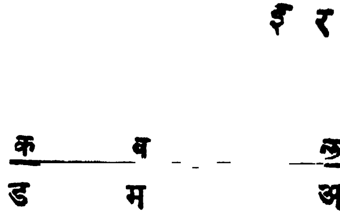
∠बकड અને ∠डकअ ન્યનતાપૂરક ખૂણા છે

પ્રયોગ ૧૦—૧૭ મા પાનાની પહેલી આકૃતિમાં कडને म ઉપર ફેરવીને अब સાથે મળી જાય એવી રીતે લાવીએ તો मड, मब સાથે અને मक, मअ સાથે મળવીજ જોઇએ, કારણ કે બન્ને સીધી લીટી છે એટલે ∠कमअ બંધ કરવાને જેટલું પરિવર્તન कडને કરવું પડે છે તેટલુંજ પરિવર્તન ∠बमड બંધ કરવાને તેને કરવું પડે છે.

∴ ∠कमअ=∠बमड તેથી

જો એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટીને છેદે તો સામસામેના ખૂણા બરાબર છે.

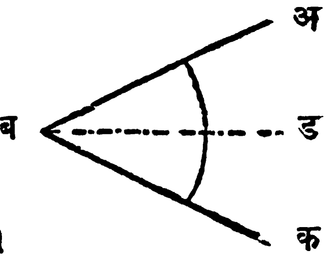
પ્રયોગ ૧૧—क ल કોઇ પણ સીધી લીટી લો. ∠ड ब इ, ∠अमर ન્યૂનતાપૂરક ખણા લો, ∠ ड ब इ ને ઉંચકીને ड ब, क ल ઉપર પડે તેમ



મૂકો અને ∠अमर ઉંચકીને मर, बइ ઉપર પડે તેમ મૂકો તો જ્યારે म, ब સાથે म र, ब इ સાથે મળી જાય ત્યારે मअ, बल સાથે મળી જશે, કારણ કે ∠कबल = સીધો ખૂણો=∠ डबइ + ∠अमर, તેથી

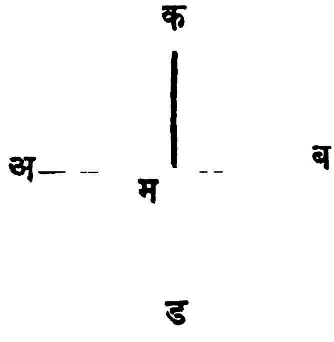
જો બે ન્યૂનતાપૂરક ખૂણાની એકેક શાખા લીટી મળી જાય અને શિરોબિંદુ પણ મળી જાય તો તેની સામસામે પડતી બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

પ્રયોગ ૧૨— ∠ अबक લો.



∠ अ ब क ને એવી રીતે બેવડ વાળો કે ब अ, ब क ઉપર પડે અને સળ बम થી જાય, ત્યારે સળ અને આ બન્ને શાખા લીટીની વચ્ચેના બન્ને ખૂણા બરાબર છે અને આવો સળ એકજ છે તેથી

કોઈ પણ ખૂણાની એકજ દુભાગનાર લીટી છે.

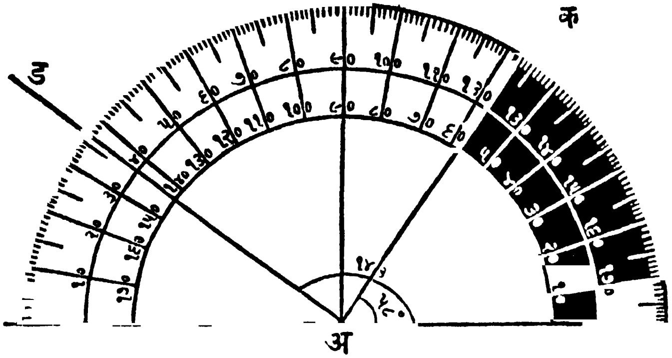


પ્રયોગ ૧૩—अब, कड ⊥ લો. अब સ્થિર રાખી ઉપરના ભાગને બેવડ વાળો તો ∠ अमक= ૧ કાટખૂણો=∠ अमड તેથી मक, मड ઉપરાઉપર પડશે. ધારો કે क, ड ઉપર પડે છે તેથી कम=मड, તેથી જો क માંથી अब ઉપર ⊥ દોરવી હોય તો अब ઉપર આકૃતિ બેવડ વાળી क જે જગ્યાએ પડે તે બિંદુ क સાથે સાધવાથી अब ⊥ कम થશે તેથી

બહારના બિંદુમાંથી એક આપેલી સીધી લીટી ઉપર એકજ લંબ દોરી શકાય છે.

નોટ—ખૂણા માપવાની રીત નીચે પ્રમાણે છે—

ખૂણાઓ કોણમાપક સાહિત્ય અથવા પ્રોટ્રેક્ટરથી મપાય છે. જો बअक ખૂણો માપવો હોય તો એ સાહિત્યને એવી રીતે એ ખૂણા ઉપર મૂકવું કે સાહિત્યની સીધી કોર બરાબર अब લીટીની સાથે મળી જાય



અને પ્રોટ્રેક્ટરનુ મધ્યબિંદુ ખૂણાના શિરોબિંદુની સાથે મળે ત્યારે अक શાખાલીટી સાહિત્યની નીચેથી કોઇ પણ તેની ઉપરના અંશની નિશાનીમાંથી જશે અને (अबथी લઇ) શૂન્ય (૦) અંશની નિશાનીથી એ નિશાની જેટલા અંશ દૂર હશે તેટલા અંશ આપેલા ખૂણાના સમજવા. કારણકે પ્રોટ્રેકટરની ઉપરનો શૂન્ય (૦) અંશ અને લીટી ઉપરના અંશની વચ્ચેનો ખૂણો, આપેલા ખૂણાની બરાબર છે

જો કોઈ ખૂણો દ્વિકાટખૂણ હોય તો તેના બે ભાગ કરી માપવો.

ખૂણા ઉપરના પ્રશ્નો.

૧. કેઈ પણ બે ખૂણા દોરી, તેની પાતળા કાગળથી નકલ કરી, નાનો કો અને મોટો કયો તેની પરીક્ષા કરો.

૨. કોઇ પણ ખૂણો કાઢી તે પ્રમાણે તમારૂં ડીવાઈડર્ઝ પહોળું કરો.

૩ નીચે આપેલા વખતે બન્ને કાંટાની વચ્ચે ઘડીઆળમાં કેટલા કાટખૂણા થયા હશે —

(૧) ૩·૦; (૨) ૫·૦; (૩) ૮·૦, (૪) ૯·૦; (૫) ૧૧ ૦;
(૬) ૧૨·૦; (૭) ૪·૦, (૮) ૬·૦, (૯) ૧૨ ૩૦; (૧૦) ૭·૦ ?

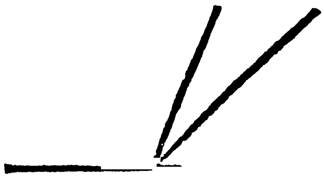
૪. ઉપરના ખૂણાઓ કેવા છે તે કહો અને તેના અંશ કહો.

૫. સેટ સ્કવેરના ખૂણાનો આકાર પાડી ખૂણા માપો

૬. કોઇ પણ ખૂણાના અંશ માપો, તેનો આકાર બીજા કાગળ ઉપર લો. તેને બેવડો વાળી દરેક ભાગ માપો.

૭. તમારા ડીવાઈડર્ઝમા એક કાટ ખૂણો કરો, અને પછી માપી જુઓ

૮. પાસેના સર્વ ખણાઓ માપી જુઓ અને પરિણામ સરવાળા બાદ-બાકીથી મેળવો.



૯ કેઇ પણ अबक ખૂણો કરો અને પ્રોટ્રૅક્ટ થી માપો, પછી डइ લીટી સાથે ड બિંદુ આગળ સીધા કોર સરખી રાખી ∠अबक બરાબર પ્રોટ્રૅક્ટરથી એક ખૂણો કરો

૧૦ પ્રશ્ન ૯મા કહ્યા પ્રમાણે નીચેના ખૂણાની બરાબર ખણા કરોઃ—

૨૫°, ૪૯°, ૧૭°, ૫૧°, ૧૧૧°, ૧૩૦°, ૧૭૧°, અને ૩૯°.

૧૧ કોઇ પણ ખૂણાના અંશ કાઢો, તેને મોઢેથી દુભાગો, એ ખૂણા બરાબર તેની એક શાખા લીટી સાથે પ્રોટ્રૅક્ટરથી એક ખણો બનાવી એ પ્રમાણે દુભાગો, મેળવી જુઓ કે બાકીનો ખૂણો આપેલા ખૂણાથી અર્ધો છે કે નહિ.

૧૨. પ્રશ્ન ૧૧ પ્રમાણે નીચેના ખૂણાને દુભાગો—

૪૮°, ૬૬°, ૭૮°, ૯૦°, ૧૧૬°, ૧૪૮°, ૧૭૨°;

૧૧૧°, ૯૫°, ૬૫°, ૬૧°, ૧૨૭°, ૧૫૧°, ૧૭૯°.

૧૩. अ ब क એક સાંકડો ખૂણો કરો, बअ લંબાવતા બહારનો ખૂણો કેવો થયો તે માપી જુઓ.

૧૪. પ્રશ્ન ૧૩ માના ખૂણાનો સરવાળો કરી જે પરિણામ આવે તેનો કાટખૂણા સાથે શો સબંધ છે?

૧૫ ૨૫°, ૩૬°, ૩૭°, ૫૧°, ૫૩°, ના ખૂણાઓ કરો, દરેકની કોઇ પણ શાખાલીટી લંબાવો તો બહારના ખૂણા કેવા થયા? દરેકને માપો.

૧૬. દશ સાંકડા ખૂણા કરી શાખાલીટી લંબાવી સાંકડા ખૂણા અને

પહોળા ખૂણાનાં માપ લો. દરેકમાં બન્ને ખૂણાનો સરવાળો કરી બધાં પરિણામ સરખાવો.

૧૭ વ્યા ૨૧ ની આકૃતિમાં ∠डकब માપી ∠डकअમાં કેટલા અંશ છે તે માપી જુઓ

૧૮ પ્રશ્ન ૧૭મામા જો ∠डकअ=૧૩૫°, તો ∠डकब કેવડો?

∠डकअ = ૧૦૭°, તો ∠बकड કેવડો?

∠डकअ = ૫૦°, તો ∠बकड કેવડો?

∠डकअ = ૯૩°, તો ∠बकड કેવડો?

૧૯. એક अब લીટી દેરો, अबની સામસામેની બાજુ ઉપર ૩૮° અને ૧૪૩° ના પાસેપાસેના ખૂણા કરો બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમા છે?

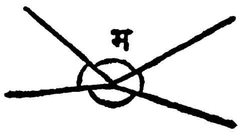
૨૦ अब ની સામસામેની બાજુ ઉપર નીચે પ્રમાણેના પાસે પાસેના ખૂણાઓ બનાવો —

(૧) ૧૫૩°, ૨૭°. (૨) ૪૦°, ૧૪૧°, (૩) ૯૧°, ૮૯°, (૪) ૧૧૫°, ૬૭°, (૫) ૫૧°, ૧૩૦°, (૬) ૬૧° ૧૨૨°

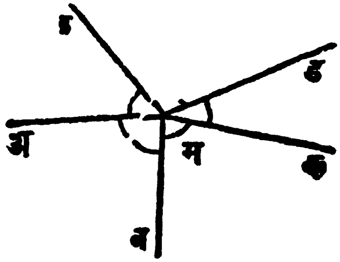
૨૧ નીચેના ખૂણામાથી તેના સામેના ખૂણા બરાબર ખૂણા કાઢો —

(૧) ૧૧૫° માથી ૫૧°, (૨) ૧૭૯ માથી ૭૨°,
(૩) ૨૧૨° માથી ૬૭°, (૪) ૨૦૦° માથી ૧૦૦°.

૨૨ પાસેની આકૃતિમાના ચાર ખૂણાઓ માપી સરવાળો કરો.



૨૩ પાસેની આકૃતિના પાંચ ખૂણાઓ માપી તેનો સરવાળો કરો



૨૪. ૭, સાત, આઠ, કે નવ ખૂણાની સર્વ શાખાલીટીઓ એકજ શિરોબિંદુમાં મળે છે તો બધા ખૂણાનો સરવાળો કરો.

૨૫. अ બિંદુમાંથી ગમે તેટલી લીટી દોરો, દરેક ખૂણાનું માપ અટકળે કહો. પછી માપી જુઓ, પરિણામ નીચેના કોષ્ટકમાં ગોઠવો.—

ખૂણો.	અટકળથી			માપથી		
अ	–	–	–	–	–	–
ब	–	–	–	–	–	–
क	–	–	–	–	–	–
ड વગેરે	–	–	–	–	–	–

૨૬ अकब ખૂણો કરી अक ને ख સુધી અને बक ને ग સુધી લબાવી સર્વ ખૂણાના માપ લો

૨૭. अबक ખૂણો ૫૧° નો કરો, પ્રશ્ન ૨૬ પ્રમાણે સામેની બાજુએ લીટી લંબાવી ખૂણાના માપ લો

૨૮. તમારા સેટસ્કવેરમા ૩૦° અને ૬૦° ની સામેની બાજુ માપો.

૨૯. એક લીટી ઉપર ૯૦° નો ખૂણો કરી લબના કોઇ પણ બિંદુ આગળ ૩૦° નો ખૂણો કરી બીજા લબને શાખાલીટી મળવા દો પ્રશ્ન ૨૮ પ્રમાણે સામેની બાજુ માપો.

૩૦. પ્રશ્ન ૨૮ અને ૨૯ ઉપરથી બે બાજુનો શો સંબધ છે તે કહો.

૩૧ તમારા સેટસ્કવેરમા ૪૫° ની સામેની બાજુઓ માપો.

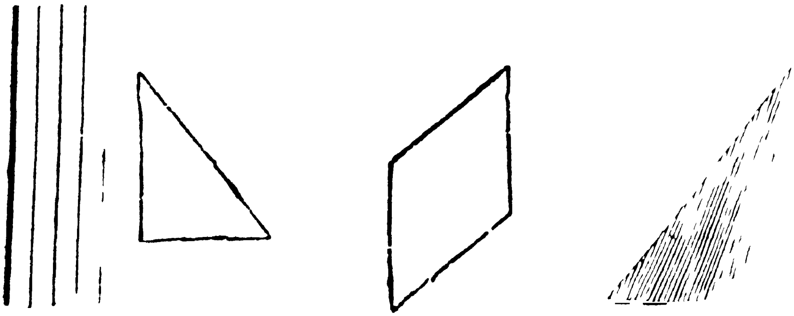
૩૨ નાના મોટા સેટસ્કવેર લઇ તેના દરેકના ખૂણા માપી સરવાળો કરો; નીચેના કોષ્ટક પ્રમાણે ઉત્તર લખો.—

સેટસ્કવેર	૧લો ખૂણો	૨જો ખૂણો	૩જો ખૂણો	સરવાળો
૧	–	–	–	–
૨	–	–	–	–
૩	–	–	–	–
૪	–	–	–	–
૫	–	–	–	–

§ ૩. વર્તુળ.

સંજ્ઞા— = તેથી. = કારણ કે.

વ્યાખ્યા ૨૩—એક યા વધારે, સીધી યા વક્ર લીટીથી સફાઇના જે ભાગની હદ નક્કી થએલી હોય તે ભાગને **આકૃતિ** કહે છે. અથવા બિંદુ, લીટી અને સફાઇના કોઇ પણ જુથને **આકૃતિ** કહે છે



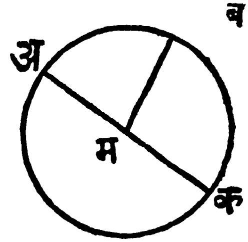
જુદી જુદી જાતની આકૃતિઓ.

વ્યા૦ ૨૪—જે આકૃતિ સપાટ સફાઇમા આવી હોય તેને **સપાટ આકૃતિ** કહે છે. અથવા

એક યા વધારે વક્ર, અથવા ત્રણ અથવા વધારે સીધી લીટીથી

અવકાશના જે ભાગની હદ નક્કી થએલી હોય તેને **સપાટ આકૃતિ** કહે છે.

વ્યા૦ ૨૫–જો કોઇ સપાટ આકૃતિની એક એવી વક્ર લીટીથી હદ થએલી હોય કે તે વક્ર લીટી સુધી આકૃતિ માહેના એક મુકરર બિંદુમાંથી કોઇ પણ સીધી લીટીનું અંતર લઇએ તો તે અંતર હમેશા એકનું એકજ રહે તો તે આકૃતિને **વર્તુળ** કહે છે, અને એવી વક્ર લીટીને **પરિધ** યા **પરિધિ** કહે છે



સંજ્ઞા— O = પરિધ

વ્યા૦ ૨૬—વર્તુળમા જે (म) મુકરર બિંદુથી પરિધ સુધી સરખી લીટી દોરી હોય તે બિંદુને વર્તુળનુ **"મધ્ય બિંદુ"** કહે છે

વ્યા૦ ૨૭—મધ્ય બિંદુથી પરિધ સુધી જે સરખી લીટીઓ દોરી હોય તે **ત્રિજ્યા** કહેવાય છે मअ, मब ત્રિજ્યા છે.

વ્યા૦ ૨૮—વર્તુળમા જે સીધી લીટી મધ્ય બિંદુમા થઇ બન્ને બાજુ પર પરિધ સુધી જાય તેને **વ્યાસ** કહે છે अक વ્યાસ છે

વ્યા૦ ૨૯—પરિધના કોઇ પણ ભાગને **કૌંસ** અથવા **ચાપ** કહેછે.

વ્યા૦ ૩૦—વ્યાસ અને વર્તુળના કોંસની વચ્ચેના ભાગને **અર્ધ વર્તુળ** યા **વ્યાસ ચાપ** કહે છે

વ્યા૦ ૩૧—વર્તુળમા આવી **પરિધ** ઉપર હદ પામતી કોઇ પણ સીધી લીટીને **જ્યા** કહે છે

વ્યા૦ ૩૨—જ્યા અને કોંસની વચ્ચેના ભાગને ખંડ યા **જ્યા ચાપ** કહે છે અને કોઇ પણ બે ત્રિજ્યા અને તેની વચ્ચેના કોંસ–એ ત્રણની વચ્ચેના ભાગને **વૃત્તખંડ** યા **ત્રિજ્યાચાપ** કહે છે.

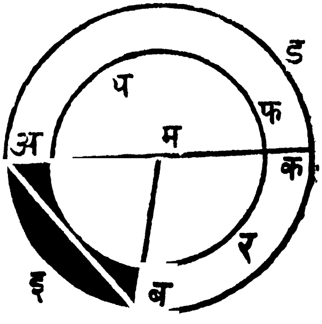
સ્વીકૃત કૃત્ય—કંપાસની મદદ નીચેના કાર્યમાં લેવાય છે.

(૧) કોઇ પણ બિંદુને મધ્ય બિંદુ લઇ કોઇ પણ લંબાઇની ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરી શકાય છે

(૨) આપેલી લીટી ઉપર કોઇ પણ મુકરર લંબાઇ લઈ શકાય છે. તેથી

(૧) ની મદદ વડે બે આપેલી લીટીના સરવાળા અથવા બાદબાકી બરાબર એક સીધી લીટી થઇ શકે છે અને કોઈ પણ આખી લીટીને તેનાથી ગમે તેટલી ગણી કરી શકાય છે

આકૃતિની હદ વક્ર લીટીથી થઇ હોય તેા તેને **વક્ર આકૃતિ** કહે છે અને સીધી લીટીથી થઇ હોય તેા તેને **સીધી લીટી આકૃતિ** કહે છે. વર્તુળ દોરવાને માટે (કંપાસને **માથા પરથીજ** પકડીને) કેાઇ પણ બિંદુ પર કંપાસના હાથનુ લેાખંડનુ અગ્રબિંદુ સ્થિર રાખી બીજા હાથને તેની આસપાસ ચેાગમ કાગળ ઉપર ફેરવ્યેા હેાય તેા પુરેપુરેા વર્તુળ નીકળશે કંપાસના છેડાથી જે વક્ર લીટી થશે તેનેજ **પરિધ** કહે છે અને તેની વચ્ચેની સપાટીને **વર્તુળ** કહે છે જે બિંદુ કંપાસના લેાખંડના અગ્ર ભાગ નીચે સ્થિર રહે છે તે વર્તુળનુ મધ્યબિંદુ છે પરિધનુ કેાઇ પણ બિંદુ મધ્યબિંદુથી સમાન અંતરે છે અને વ્યાસ મધ્યબિંદુમાંથી થઇ પરિધ સુધી બન્ને બાજુ જઇ અટકે છે આ પ્રમાણે કેાઇ પણ વ્યાસથી વર્તુળના બે અર્ધવર્તુળ થઇ શકે છે તેને જો એકેક ઉપર ગેાઠવીએ તેા બરાબર મળી જઇ બન્ને એકેક સાથે સરખા છે એમ માલમ પડશે



આ આકૃતિમા **म** મધ્ય બિંદુ છે, **अबकड** વક્ર લીટી પરિધ છે, **अबकड** સપાટી વર્તુળછે **अक** વ્યાસ છે, **अब** જ્યા છે **अम, कम, बम**, દરેક ત્રિજ્યા છે. **अइबअ** તથા **अबकडअ** ખંડ છે અને **अमबइअ** તથા **अमबकडअ** વૃતખંડ છે **अडकअ** તથા **अबकअ** અર્ધ વર્તુળ છે. **अइब** વક્ર લીટી નાનુ કેાસ છે અને **अडकब** વક્ર લીટી મેાટુ કેાસછે.

ઉપલી સમજુતી ઉપરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે કેાઇ પણ વર્તુળમા—

(૧) સઘળી ત્રિજ્યાઓ સરખી છે

(૨) દરેક વ્યાસ કેાઇ પણ ત્રિજ્યાથી બમણેા છે

(૩) સઘળા વ્યાસેા સરખા છે.

વ્યા૦ ૩૩—જે વર્તુળોનું મધ્ય બિંદુ એકજ હોય તેને **સમકેંદ્ર વર્તુળો** કહે છે ઉપર अवकड અને यरफ સમકેંદ્ર વર્તુળો છે

પ્રયોગ ૧૪—બે કાગળના કટકામાં ટાંકણી મારી સરખાં ત્રિજ્યાના બે વર્તુળો દોરો એકમાંથી ટાંકણી કઢી નાખી બીજાની ટાંકણી તેના મધ્ય બિંદુમાંથી જવા દો તો બન્ને વર્તુળો બરાબર મળી જાય છે તેથી

સરખી ત્રિજ્યાના વર્તુળો બરાબર છે.

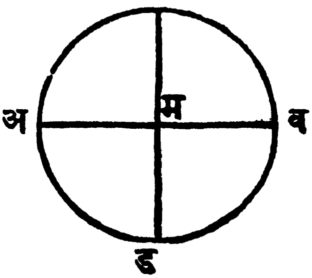
નોટ—જે આકૃતિઓ સપાટીની સરખી જગ્યા રોકે તેઓ ક્ષેત્રફળમાં સરખી છે એમ કહેવાય છે

પ્રયોગ ૧૫—બે કાગળના કટકામાં ટાંકણી મારી જુદી જુદી ત્રિજ્યાના (૧' અને ૨") બે વર્તુળો કાપો એકને બીજાની ઉપર મધ્ય બિંદુ સાથે રાખી મૂકો, તો જે વર્તુળની ત્રિજ્યા મોટી છે તે તદ્દન બીજાની બહાર છે (જુઓ આકૃતિ પાને ૨૯ મે) તેથી

સમકેંદ્ર વર્તુળોમાં મોટી ત્રિજ્યાનો વર્તુળ નાની ત્રિજ્યાના વર્તુળને છેદતો નથી.

પ્રયોગ ૧૬—કોઇ પણ म મધ્ય બિંદુવાળો ૧ ત્રિજ્યાની એક વર્તુળ દોરો अ કોઇ પણ બિંદુ લે म મધ્યબિંદુ લઇ मअ ત્રિજ્યાથી એક બીજો વર્તુળ દોરો જો मअ ૧"થી નાની હશે તો अ અંદર પડશે (પ્ર ૧૫) અને मअ=૧" હોય તો अ પરિધ ઉપર પડશે (પ્ર૦ ૧૪) તેથી

જે પ્રમાણે મધ્યબિંદુથી એક બિંદુનું અંતર ત્રિજ્યાથી વધારે, ઓછું અથવા બરાબર હોય, તે પ્રમાણે તે બિંદુ વર્તુળની બહાર, અંદર અથવા પરિધ ઉપર પડે છે.

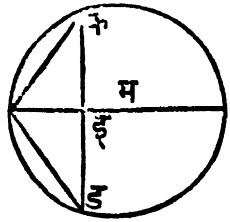


પ્રયોગ ૧૭—अकड કોઇ પણ વર્તુળ લો अब તેનો વ્યાસ દોરો; એવડ વાળીને मक ⊥ अब દોરો, જો આકૃતિને अब ઉપર એવડ વાળીએ તો ∠ अमक=∠ बमड અને मक = मड=ત્રિજ્યા. તેથી क, ड ઉપર પડશે. અને अब વ્યાસ ગમે તેમ લઈ શકાયછે તેથી क હમેશાં સામેના પરિધ ઉપર કોઈ પણ બિંદુ ઉપર પડશે. તેથી.

अब, વર્તુળના બે સરખા ભાગ કરે છે. અથવા વ્યાસ વ-ર્તુળના બે સમાન ભાગ કરે છે.

વ્યા૦ ૩૪—જો કોઇ આકૃતિને તેની અંદર આવેલા બિંદુ, લીટી અથવા સકાઇ ઉપર વાળવાથી તેના બન્ને ભાગો બરાબર મળી જાય તો તેને **સમ્મિત રૂપ આકૃતિ** કહે છે अबની ઉપર अकबड વર્તુળ સમ્મિત રૂપ છે

પ્રયોગ ૧૮—अबक વર્તુળ દોરો. अब વ્યાસ લો. अब ⊥कइड વાળો. अब ઉપર વર્તુળને એવડ વાળો, તો अकब, मडब ઉપર પડશે (પ્ર૦ ૧૭) અને ∠अकइ=૧ L=∠अइड અને इ, अब ઉપર હોવાથી સ્થિર છે તેથી



इक, इड ઉપર પડશે અને क, ड ઉપર પડશે, કારણ કે એ બન્ને પરિધ ઉપર છે તેથી इक=इड, અને कडના મધ્યબિંદુ इ આગળ એકજ લંબ દોરી શકાય છે　　(પ્ર૦ ૧૩)

વળી कड જ્યાના મધ્યબિંદુ इમાથી कड ⊥ अब દોરો, આકૃતિને એવડ વાળો તો अक, अड સાથે મળી જશે અને अब સ્થિર છે.

. अब વ્યાસ ઉપર વર્તુળ સમ્મિત રૂપ છે.

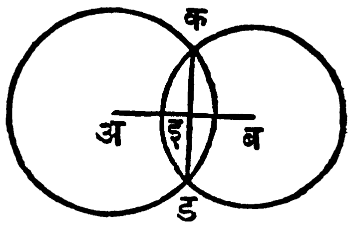
અને તેજ પ્રમાણે इમાથી अबइ વ્યાસ દોરીએ તો इक, इड સાથે મળી જશે, તેથી

(૧) જ્યાને લંબ પડતો વ્યાસ તેને દુભાગે છે.

(૨) જ્યાને દુભાગનાર વ્યાસ તેના ઉપર લંબ છે.

(૩) જ્યાને દુભાગનાર લંબ વર્તુળનો વ્યાસ છે.

નોટ—ઉપલી આકૃતિમાં क,ड એક બીજાના પ્રતિબિંદુ કહેવાય છે.



પ્રયોગ ૧૦—अ, ब મધ્યબિંદુવાળા બે વર્તુળો દોરો, अब તેની સામાન્ય વ્યાસ લીટી છે, તેઓને क,ड ના કેન્દ્ર ? જો (अ) વર્તુળ कब ઉપર બેવડ વાળીએ તો क સામેના પ્રતિબિંદુ ઉપર પડશે અને (ब) વર્તુળને बअ ઉપર બેવડ વાળીએ તો क સામેના પ્રતિબિંદુ ઉપર પડશે.

क ड ઉપર પડશે

क, ड બન્ને વર્તુળનાં સામાન્ય બિંદુ છે.

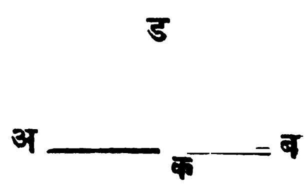
कइ=डइ
અને ∠कइअ=∠डइअ } अब ⊥ कड

તેથી, બે વર્તુળોનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી સીધી લીટી **તેની સામાન્ય જ્યાને કાટખૂણે દુભાગે છે.**

પ્રયોગ ૨૦—अब કોઈ પણ સીધી લીટી લો તેને બેવડ વાળી क માં દુભાગો कड ⊥ अब દો. कड મા કોઈ પણ બિંદુ ड લો, જો આકૃતિને कड ઉપર બેવડ વાળીએ તો अ, ब ઉપર પડશે

∠अकड=∠बकड

∴डअ=डब



∴ કોઈ પણ લીટીના દુભાગનાર લંબ ઉપરનું દરેક બિંદુ તે લીટીના છેડાથી સમાન અંતરે છે.

વળી इ જેવુ કોઈ પણ એવું બિંદુ હોય કે इअ=इब, તો इ મધ્ય બિંદુ લઈ इअ ત્રિજ્યાથી દોરેલો વરતુળ अ, बમાંથી જશે.

कइ, अबने કાટખૂણે દુભાગે છે (પ્ર० ૧૭)

બે બિંદુથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન તે બિંદુઓને સાંધનારી લીટીનો દુભાગનાર લંબ છે.

વર્તુળ ઉપરના પ્રશ્નો.

૧ કોઇ પણ વર્તુળના ल મધ્યબિંદુમાથી कब, कड વ્યાસો કાટખૂણે દોરો અને अ, क, ब, ड વ્યાસના છેડા અનુક્રમે સાધી अक, कब, बड, डअ માપો. અને अ, क, ब, ड ખૂણાઓ માપો, શુ અનુમાન કરો છો?

૨ लअ અને लब ત્રિજ્યાના अ અને ब બિંદુ સાધો અને ∠अ અને ∠ब માપો, શુ અનુમાન કરો છો?

૩. लअ, लब, लक, लफ ત્રિજ્યા દોરી अब, बक, कड, डफ, फअ દોરી એ લીટીની ઉપરના ખૂણા માપી શું અનુમાન કરો છો?

૪. अब વ્યાસના अ, ब છેડાઓ પરિધિ ઉપર क બિંદુ જોડે સાધી ∠अकब માપો. શુ અનુમાન કરો છો?

૫ अब જ્યાના अ અને ब છેડાઓ મોટા ફાંસના કોઇ પણ क બિંદુ સાથે સાધી ∠अकब માપો, શુ અનુમાન કરો છો?

૬. પ્રશ્ન ૫મા મોટા ફાંસને બદલે નાનો ફાંસ લઈ ખૂણાનુ માપ કાઢી દશ જુદી જુદી રીતે નાના ફાંસ ઉપર બિંદુઓ લઇ ખૂણાના માપ સરખાવો શું અનુમાન કરો છો?

૭. એક વર્તુળમાં लअ ત્રિજ્યા, बलक વ્યાસ અને बअ જ્યા દોરો. ∠अलक અને ∠अबल ખૂણા માપો. શું અનુમાન કરો છો?

૮. એક વર્તુળના પરિધ ઉપર ચાર બિંદુ अ, ब, ड, क અનુક્રમે લો અને अल, बल ત્રિજ્યા, अक, बक, अड, बड જ્યા દોરો. ▲अकब, ∠अडब અને ▲अलब માપો. શું અનુમાન કરો છો?

૯ બે સમકેન્દ્ર વર્તુળોમાં બે સામાન્ય ત્રિજ્યાઓ દોરી પરિધિની વચ્ચેના ત્રિજ્યાના ભાગને માપો શું અનુમાન કરો છો?

---

§ ૪. સીધી લીટી આકૃતિ.

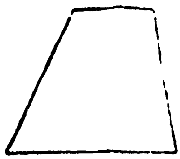
વ્યા૦ ૩૫—જે આકૃતિ ફક્ત સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી છે **તેને સીધી લીટી આકૃતિ** કહે છે.

વ્યા૦ ૩૬—ત્રણ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને **ત્રિકોણ** કહે છે (ત્રિકોણ = Δ.)

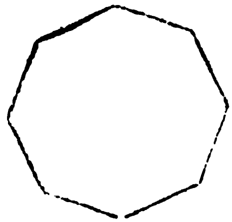
વ્યા૦ ૩૭—ચાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને **ચતુષ્કોણ** કહે છે.



ત્રિકોણ



ચતુષ્કોણ



અષ્ટકોણ

વ્યા૦ ૩૮—પાંચ, છ, સાત, આઠ, નવ, દશ અને બાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને અનુક્રમે પંચકોણ, ષટ્કોણ, સપ્તકોણ, અષ્ટકોણ, નવકોણ, દશકોણ, અને દ્વાદશકોણ, કહે છે,

વ્યા૦ ૩૯—સામસામેના શિરોબિંદુને સાંધનારી સીધી લીટી કર્ણ-લીટીઓ કહેવાય છે.

પાછળ બતાવ્યા પ્રમાણે સીધી લીટી એ કોઇ પણ બે બિંદુની વચ્ચે ટુકામાં ટુકું અંતર છે ત્યારે સ્પષ્ટ થાય છે કે કોઇ પણ સીધીલીટી આકૃતિ બેજ સીધી લીટીથી બની શકતી નથી, યા કોઇ પણ સીધી લીટી આકૃતિમાં ઓછામાં ઓછી ત્રણ સીધો લીટીની જરૂર છે. તેથી સીધીલીટી આકૃતિઓમાં ત્રિકોણ એ સૌથી સહેલી આકૃતિ છે અને બીજી આકૃતિનું પૃથક્કરણ ત્રિકોણમાં સહેલાઇથી થઇ શકે છે. સીમાની સીધી લીટીઓ હમેશા **બાજુ** કહેવાય છે. અને બાજુએના સરવાળાને **પરિમિત** કહે છે. જો કોઇ પણ બહુકોણ (ઘણી સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિ) મા સર્વ ખૂણાઓ અને બાજુઓ સરખા હોય તો તેને "**સમ કે નિયમિત બહુકોણ**" કહેવામાં આવે છે. એ સિવાય બાકીના બહુકોણ "**વિષમકોણ**" કહેવાય છે "સામસામેનાં શિરોબિંદુ"માં એકજ સીધી લીટી ઉપર આવેલાં બિંદુ લઇ શકાતાં નથી, જો કે તેઓ એક અર્થમા સામે હોય છે તો પણ ભૂમિતિમાં તે પ્રમાણેનો અર્થ લેવામા આવ્યો નથી.

(૧) જે સીધીલીટીઆકૃતિમાં સર્વ બાજુ સરખી હોય તેને **સમબાજુસીધીલીટીઆકૃતિ** કહે છે.

(૨) જે સીધી લીટી આકૃતિમાં સર્વ ખૂણાઓ બરાબર હોય તેને **સમકોણસીધીલીટીઆકૃતિ** કહે છે. અને

(૩) જેમાં સર્વ બાજુ અને સર્વ ખૂણાઓ સરખા હોય તેને **સમકોણબાજુસીધીલીટીઆકૃતિ** કહે છે.

આગળ જતાં માલમ પડશે કે અંતર્ગામી ખૂણો ન હોય એવી આકૃતિમાં જો બધા ખૂણા સરખા હોય તો બધી બાજુઓ સરખી હોવી જોઇએ. અને એવી આકૃતિમાં સરખી બાજુઓની એકી સંખ્યા હોય તો ખૂણા પણ સરખા હોય છે.

સીધીલીટીઆકૃતિ ઉપરના પ્રશ્નો.

૧. ગમે તે એક Δ બનાવી તેના ખૂણા અને બાજુઓના માપ લેા.

૨. દશ ત્રિકેાણના ખૂણાના માપ લઇ નીચેના કોષ્ટકમા લખેા

ત્રિકેાણ	૧	૨	- - - - -
ખૂણા			- - - - -
સરવાળેા			- - - - -

ત્રિકેાણના ખૂણાનેા શેા સંબધ છે તે આ ઉપરથી કહેા.

૩, ચતુષ્કેાણના ખૂણા માપી શેા સબધ છે તે કહેા

૪. એક ચતુષ્કેાણના ત્રિકેાણેા બનાવી પ્રશ્ન ૨ ની મદદથી ચતુષ્કેાણના ખૂણાનેા સંબધ કહેા.

૫ ૧૨૦°નેા એક ખૂણેા કરેા ૨″ની શાખા લીટી રહેવા દઇ તેના બીજા છેડા ઉપર ૧૨૦°ના ખૂણાએા કરી પાછી ૨″શાખા લીટી રહેવા દઈ એ પ્રમાણે બહુકેાણ કરેા તમારેા બહુકેાણ નિયમિત છે કે નહિ? હેાય તેા બાજુનાં માપ લેા

૬ પ્રશ્ન ૫મા ૧૨૦°ને બદલે નીચેના ખૂણાએા લેા

(૧) ૬૦°, (૨) ૭૫°, (૩) ૯૦°, (૪) ૧૦૫°, (૫) ૧૩૫°

(૬) ૧૫૦°, (૭) ૧૬૫°

૭. ૬૦°ના છ ખૂણાએા કરી દરેક શાખાલીટી ૧″ રાખી એકજ શિરેાબિંદુ આગળ ગેાઠવેા શાખાલીટીના બહારના છેડાએા સાધી કેવી આકૃતિ થાય છે તે ખૂણા તથા બાજુ માપી કહેા

૮ પ્રશ્ન ૭માંમા ૬૦°ને બદલે ૪૫°નેા ખૂણેા (દરેક) લઇ એક બહુકેાણ બનાવેા.

૯. પ્રશ્ન ૭મામાં ૬૦°ને બદલે નીચેના ખૂણા લેા—

૪૦°, ૩૬°, ૩૦°, ૨૪°, ૨૦°. ૧૮°, ૧૫°, ૧૨°, ૧૦° અને ૮°.

§ ૫. ત્રિકેાણ.

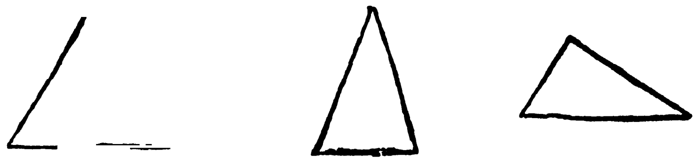
△ **अबक** ≡ △ **डइफ** એટલે **अबक** △ અને **डइफ** △ સર્વ સમાન છે.

અ > બ = અ, બથી મેાટી છે બ < અ = બ, અથી નાની છે.

વ્યા૦ ૪૦—જે ત્રિકેાણમાં ત્રણ બાજુ સરખી હેાય તેને **સમબાજુ ત્રિકેાણ** કહે છે,

વ્યા૦ ૪૧—જે ત્રિકેાણમાં બે બાજુ સરખી હેાય તેને **સમદ્વિબાજુ ત્રિકેાણ** કહે છે

વ્યા૦ ૪૨—જે ત્રિકેાણમાં કેાઇ પણ બાજુ બીજાની બરાબર ન હેાય તેને **વિષમબાજુ ત્રિકેાણ** કહે છે.

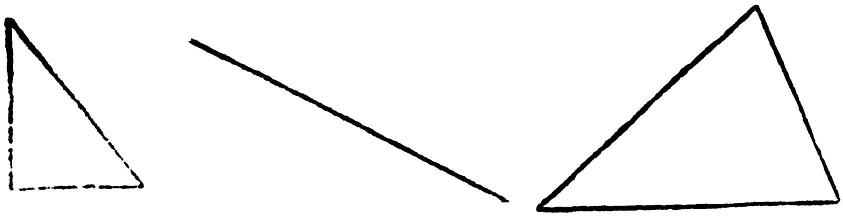


સમબાજુ ત્રિકેાણ.　　સમદ્વિબાજુ ત્રિકેાણ.　　વિષમબાજુ ત્રિકેાણ.

વ્યા૦ ૪૩—જે ત્રિકેાણમાં એક ખૂણેા કાટખૂણેા હેાય તેને **કાટખૂણ ત્રિકેાણ** કહે છે.

વ્યા૦ ૪૪—જે ત્રિકેાણમાં એક ખૂણેા પહેાળેા ખૂણેા હેાય તેને **અતિકાટખૂણ કે પહેાળખૂણ ત્રિકેાણ** કહે છે.

વ્યા૦ ૪૫—જે ત્રિકોણમાં ત્રણે ખૂણા સાંકડા ખૂણા હોય તેને ઉનકાટખૂણુ કે સાંકડખૂણુ ત્રિકોણ કહે છે.



કાટખૂણુત્રિકોણ   પહોળખૂણુત્રિકોણ   સાંકડખૂણુત્રિકોણ

વ્યાખ્યા ૪૧, વ્યાખ્યા ૪૦માં એક અર્થમાં આવેલી છે, અને વ્યાખ્યા ૪૩ તથા ૪૪ની આકૃતિમા સાંકડા ખૂણા છે તો પણ તે ત્રિકોણો સાકડખૂણુ કહેવાતા નથી, કારણ કે વ્યાખ્યા ૪૫ ઉપરથી માલમ પડશે કે સાકડખૂણુ ત્રિકોણમા ત્રણે ખૂણા સાકડા હોવાજ જોઇએ આગળ જતા માલમ પડશે કે જો એક ત્રિકોણમા કોઇ પણ ખૂણો કાટખૂણો હોય અથવા પહોળો ખૂણો હોય તો બાકીના બન્ને ખૂણા સાકડા ખૂણા હોવાજ જોઇએ.

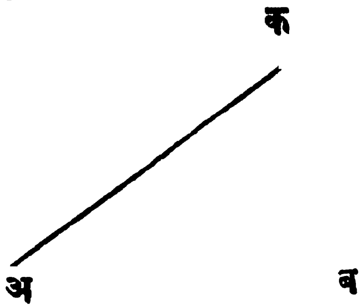
સપાટ સફાઇમા દોરેલી આકૃતિને જ્યારે ખસેડવી હોય ત્યારે પાતળા અથવા તેલીઆ કાગળ પર તેની નકલ કરવામાં આવે છે અને આ નકલ કરેલી આકૃતને વાળી શકાય છે અથવા બીજી ઉપર ઉંચકીને મૂકી શકાય છે

વ્યા૦ ૪૬—જ્યારે એક આકૃતિને ઉંચકીને બીજી પર મૂકવામાં આવે છે ત્યારે જે રીત વાપરવામા આવે છે તેને સ્થાનોપરિ કે સમાધાન સ્થિતિ કહે છે.

આ સ્થાનોપરિ સ્થિતિ પરથી માલમ પડી આવે છે કે બન્ને આકૃતિઓ

બરાબર મળી જાય છે કે નહિ અને ભૂમિતિ કાર્યમાં સાબિતિની આ રીત સહેલામાં સહેલી અને સાદામાં સાદી છે.

વ્યા૦ ૪૭—જ્યારે સ્થાનોપરિ સ્થિતિમાં બે આકૃતિઓ બરાબર મળી જાય છે ત્યારે તેઓ **સર્વસમાન** કહેવાય છે.



વળી બે બિંદુઓને સાંધનારી શીધી લીટી એ તેઓની વચ્ચે ટુકામા ટુકું અંતર છે

∴ अबक △ મા अक+बक > अब

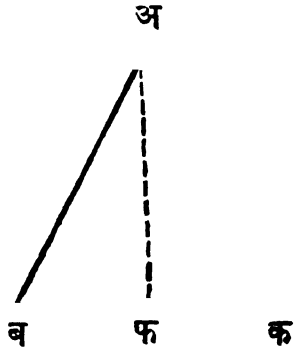
કોઈ પણ △માં બે બાજુ મળી ત્રીજી કરતાં મોટી છે.

૪૦ થી ૪૫ મી વ્યાખ્યાઓથી સ્પષ્ટ થશે કે કોઇ પણ સીધો લીટી આકૃતિની માફક ત્રિકોણના પણ બાજુ પ્રમાણે ત્રણ વિભાગ અને ખૂણા પ્રમાણે ત્રણ વિભાગ થઈ શકે છે.

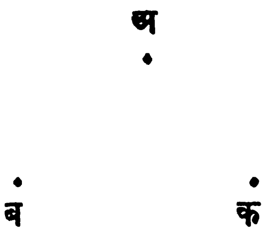
કોઈ પણ એક ત્રિકોણમાં ગમે તે એક બાજુ **પાયા** તરીકે લેખી શકાય, પણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમા **સમ બાજુ સિવાયની ત્રીજી બાજુ** સામાન્ય રીતે **પાયો** ગણાય છે, અને બીજા કોઇ પણ ત્રિકોણમા ક્ષિતિજની સમાન્તર બાજુ પાયા તરીકે ગણાય છે પાયાની સામેના બિંદુને ત્રિકોણનું **શિરોબિંદુ** કહે છે. કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કાટખૂણાની સામેની બાજુને **કર્ણ** કહે છે તેમજ કોઇ પણ ત્રિકોણમા શિરોબિંદુને પાયાના મધ્યબિંદુના જોડે સાધનારી સીધો લીટી **મધ્યગા** કહેવાય છે. વળી કોઈ પણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુ આગળના અંદરના ખૂણાને "શિરોબિંદુ આગળનો" ખૂણો કહે છે. અને પાયા આગળના અંદરના ખૂણાને "પાયા ઉપરના ખૂણા" કહે છે. અને બાજુને લંબાવતાં પાયા સાથે થતા ખૂણાને "પાયાની બહારના ખૂણા" કહે છે.

ત્રિકોણની આકૃતિ ઉપરથી સ્પષ્ટ થશે કે કોઇ પણ ત્રિકોણમાં હમેશાં છ તત્ત્વો હોવા જોઇએ—ત્રણ બાજુ અને ત્રણ ખૂણા. જો કોઇ પણ બે ત્રિકોણમાં બાજુઓ અનુક્રમે એકેકની બરાબર હોય તો તેઓ **અરસપરસ સમબાજુ** ત્રિકોણ કહેવાય છે. પણ કોઈ પણ બે ત્રિકોણમાં

ફક્ત ખૂણાઓજ અનુક્રમે સરખા હોય તો તે **અરસપરસ સમકોણ** ત્રિકોણો કહેવાય છે. આગળ જતાં માલમ પડશે કે અરસપરસ સમબાજુ ત્રિકોણો અરસપરસ સમકોણ પણ છે પણ તેથી ઉલટો સિદ્ધાત હમેશાં સત્ય નથી. જો કોઇ પણ બે ત્રિકોણને એવી રીતે ગોઠવીએ કે એક ત્રિકોણના સર્વ ૭ તત્ત્વો બીજાનાં ૭ તત્ત્વો ઉપર બરાબર અનુક્રમે લઈ મળી જાય (એટલે ત્રિકોણો પણ બરાબર એકેક ઉપર મળી જાય) તો તેવા ત્રિકોણો **સર્વ સમાન ત્રિકોણો** કહેવાય છે આવી રીતે ત્રિકોણની સ્થાનોપરિસ્થિતિ કરતી વખતે સર્વ સરખા ખૂણા સરખી બાજુની સામેનાજ અનુક્રમે હોવા જોઇએ અને સરખી બાજુઓ સરખા ખૂણાની સામેનીજ અનુક્રમે



હોવી જોઇએ આ સ્થાનોપરિસ્થિતિ ગમે તે આકૃતિઓની થઇ શકે છે કોઈ પણ ત્રિકોણમા એક શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર કાટખૂણે દોરેલી લીટી તે બાજુ ઉપર **લંબ** કહેવાય છે. પાસેની આકૃતિમા अफ, बक ઉપર લબ છે.



પ્રયોગ ૨૧–કોઇ સપાટ સફાઇમાં ત્રણ બિંદુઓ લો अब દોરો તો अब ઉપર સફાઈના એક ભાગને બીજા ભાગ ઉપર વાળો શકાશે.

अ,बને ટાંકણી મારી સ્થિર કરો. कમા પણ ટાકણી મારો. તેથી अब, बक, कअ ત્રણે સ્થિર છે તેથી अबની क તરફની સફાઈ ઉચકી શકાશે નહિ, તેજ પ્રમાણે बकની अ તરફની સફાઇ ઉંચકી શકાશે નહિ અને अकની ब તરફની સફાઇ પણ ઉંચકી શકાશે નહિ.

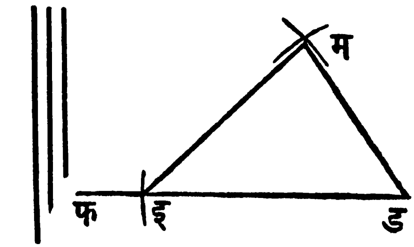
∴ अबक△નું મહત્ત્વ બદલાશે નહિ　　अबक△ ચોક્કસ થયો.

અને એજ પ્રમાણે ત્રણથી વધુ બિંદુ લઇએ તો તે બિંદુઓને અનુક્રમે સાંધવાથી થતી સીધી લીટો આકૃતિ પણ સ્થિર થશે. તેથી

(૧) સપાટ સફાઈમાં બે બિંદુઓ સ્થિર હોય તો સફાઈ તે બિંદુની વચ્ચેની સીધી લીટી ઉપર બેવડ વાળી શકાય છે.

(૨) સપાટ સફાઇમાં એકલીટીસ્થાયી નહિ એવાં ત્રણ અથવા વધારે બિંદુઓ સ્થિર હોય તો તે સફાઈ ખસેડી શકાતી નથી અને તે બિંદુઓની વચ્ચેનો સફાઇનો ભાગ મહત્ત્વમાં ચોક્કસ થાય છે.

પ્રયોગ ૨૨—अ,ब,क ત્રણ લીટી લો अ=डइ કાપો इ મધ્યબિંદુ લઇ ब ત્રિજ્યાથી વર્તુળ દોરો અને ड મધ્યબિંદુ લઇ क ત્રિજ્યાથી વર્તુળ દોરો, આ વર્તુળો જો मમાં છેદે તો



मडइ△ની બાજુઓ અનુક્રમે अ, ब, क બરાબર છે

વળી ड, इ, म બિંદુઓ સ્થિર છે તેથી डइम△નુ મહત્ત્વ સ્થિર છે.

આ ત્રણ અંગવાળા સઘળા △ ઓ બરાબર છે (પ્ર૦ ૨૧)

∴ **બે ત્રિકોણમાં જો એકની ત્રણ બાજુ અનુક્રમે બીજાની ત્રણ બાજુની બરોબર હોય તો ત્રિકોણો સર્વસમાન છે.**

વળી ઉપલા પ્રયોગમાં ब ત્રિજ્યાનો વર્તુળ डकने गमा અને क ત્રિજ્યાનો વર્તુળ डक ને र માં છેદે અને જો આ વર્તુળો અરસપરસ ન છેદે તો △ અશક્ય છે　　અને डइ>डर+इग　अ>ब+क.

∴ **બે લંબાઇઓ મળી ત્રીજી કરતાં નાની હોય તો આ અંગવાળો ત્રિકોણ અશક્ય છે.**　　અને ઉલટું

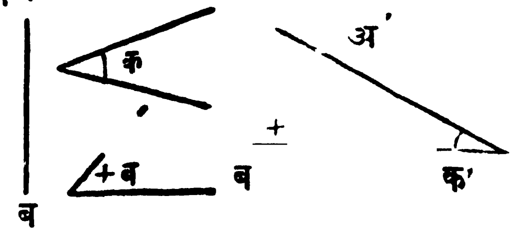
કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે બાજુ મળી ત્રીજી કરતાં મોટી છે. અને તેથી

બે બિંદુ વચ્ચે સીધી લીટી એ તેનું ટુંકામાં ટુંકું અંતર છે.

પ્રયોગ ૨૩—बक, ∠ब, ∠क લો. बक=ब'क' કરો ∠ब=∠ब' કરો (નકલ કરીને કે પ્રોટ્રેક્ટરથી) અને ∠क=∠क' કરો જો ब' अ', क अ, अ', મા મળે क

તો अ' ब' क' Δ નાં अ, ब', क', સ્થિર છે

∴ Δ अ' ब' क' નું મહત્વ સ્થિર છે



આ અગત્યાળા બધા Δઓ બરાબર છે.

∴ જો બે ત્રિકોણમાં એકના બે ખૂણા બીજાના બે ખૂણાની બરાબર હોય અને તેઓની પાસેની બાજુઓ બરાબર હોય તો ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે.

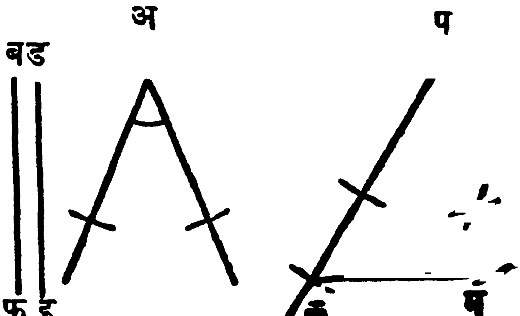
પ્રયોગ ૨૪—बफ, डइ

∠अ લો. ∠अ=∠प કરો

बफ=पक અને

डइ=पम કરો. मक સાંધો તો

प,म,क,શિરોબિંદુઓ સ્થિર છે.



पमक Δ સ્થિર છે. તેનું મહત્વ ચોક્કસ છે.

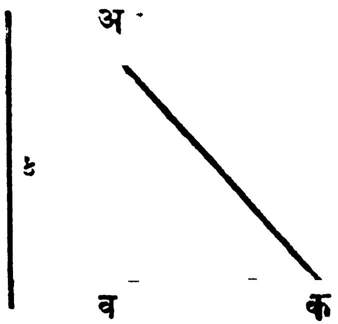
∴ આ અગત્યાળા બધા Δ ઓ બરાબર છે.

. બે ત્રિકોણમાં એકનાં બે બાજુ અને અંતર્ખૂણો અનુક્રમે બીજાનાં બે બાજુ અને અંતર્ખૂણાની બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સર્વ સમાન છે,

પ્રયોગ ૨૫—अब, क,लो अब ⊥ बक दोरे

अ મધ્ય બિંદુ લઇ क ત્રિજ્યાથી વર્તુળ દોરો, જો આ વર્તુળ बकને कમા છેદે તો अक સાંધો

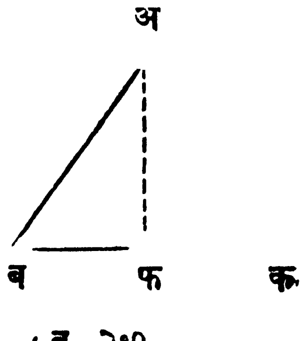
Δअबकના अ, ब, क શિરોબિંદુઓ સ્થિર છે



अबकΔ સ્થિર છે ∴ આ અગવાળા બધા Δઓ બરાબરછે

બે કાટખૂણ ત્રિકોણોમાં જો એક બાજુ અને કર્ણ અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે.

પ્રયોગ ૨૬—अबक સમદ્વિબાજુ Δ લો, ∠अ ને अफથી દુભાગો अफ ઉપર अकब Δ એવડ વાળો તો ∠ कअफ =∠ बअ फ અને अक=अब ∴ क, ब ઉપર પડશે અને कब સીધી લીટી છે અને फ તેમા સ્થિર છે

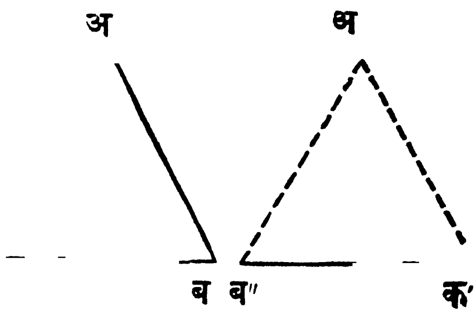


∠क, ∠ ब ઉપર પડશે ∴ ∠क= ∠ब; તેથી

(૧) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં પાયા ઉપરના ખૂણા બરાબર છે.

(૨) સમબાજુ ત્રિકોણ સમકોણ છે.

પ્રયોગ ૨૭—बक લો અને ∠ ब= ∠ क કરો, **बअ, कअ** ને अ માં મળવા દો. **अबक** Δ કાપી કાઢો અને ઉલટાવીને अ'क'ब' Δ કાપો. લામાં ગોઠવો ∠ ब=∠क, અને बक=क'ब'



∴ કાપેલા Δનું શિરોબિંદુ अ પણ મૂળ શિરોબિંદુ अ' પર પડશે.

अब=अ'क'=अक.

(૧) એક ત્રિકોણમાં જો બે ખૂણા બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે. અને (૨) સમકોણΔ સમબાજુ છે.

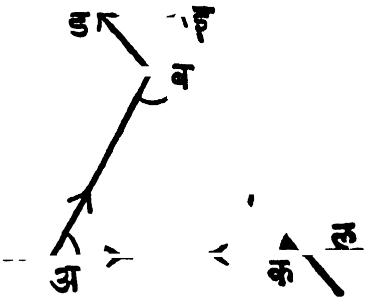
પ્રયોગ ૨૮—अबक Δ લો, **अक**ની દિશામાં (ધારો કે) એક તીર મૂક્યો છે. આ તીરને **अब** ની દિશામાં ફેરવો

તીર ∠**अ**માંથી પરિવર્તન કરે છે. આ તીરને **बइ** ઉપર લાવી પાછું **बड** ની દિશામાં ફેરવી મૂકો

તીર આ વખતે ∠**डबइ** માંથી પરિવર્તન કરે છે.

એટલે તીર ∠**अबक**માંથી ફરે છે

કુલ્લે પરિવર્તન= ∠ **अ** + ∠**ब** (**अबक**) વળી આ તીરને ખસેડી **कब** ઉપર મૂકો અને તેને **कअ** દિશામાં ફેરવી મૂકો. તે ∠**क**માંથી પરિવર્તન કરે છે.



એકંદર પરિવર્તન=∠**अ**+ ∠**ब**+ ∠**क**;

પણ તીરની પહેલી દિશા અને છેલ્લી દિશા વિરૂદ્ધ છે

∴ તેણે બે કાટખૂણામાંથી પરિવર્તન કર્યું છે. (પ્ર૦ ૮)

∴ ∠**अ**+ ∠**ब**+ ∠**क**=૨ કાટખૂણા.

· કોઈ પણ ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે.

પ્રયોગ ૨૯—વળી ઉપલી આકૃતિમાં अ આગળથી ખસેડી क આગળ कल દિશામાં તીર લાવો, અને તેને ફેરવી कब દિશામાં મૂકો તો તે ∠ लकब માંથી પરિવર્તન કરશે.

પણ તેણે कब દિશામા અને क આગળ આવતા (∠ अ + ∠ ब) માથી પરિવર્તન કર્યું છે

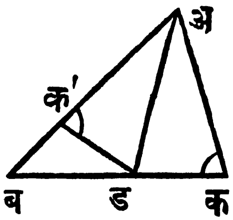
∴ ∠अ+∠ब= ∠ बकल અને ∠ बकल > ∠ अ અથવા ∠ब.

કોઈ પણ ત્રિકોણનો બહારનો ખૂણો માંહેના સામેના બે ખૂણાની બરાબર છે અને તે માંહેના સામેના કોઈ પણ ખૂણાથી મોટો છે

પ્રયોગ ૩૦—अबक કોઇ પણ Δ માં अब > अक છે Δ ને બેવડવાળો અને अकने अब ઉપર अक'મા પડવા દો ∠ क=∠अक'ड

પણ ∠क' > ∠ ब (પ્ર૦ ૨૯)

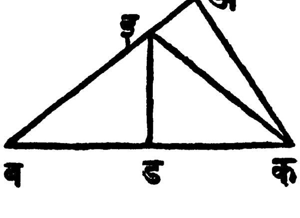
∠ क > ∠ ब



કોઈ પણ Δ માં મોટી બાજુની સામેનો ખૂણો નાની બાજુની સામેના ખૂણા કરતાં મોટો છે.

પ્રયોગ ૩૧—अबकΔमा ∠क > ∠ ब લો અને ब, क ઉપર પડે તેમ Δ ને इड ઉપર બેવડ વાળો, તો बइ, कइ ઉપરજ પડશે.

વળી Δअइकમાં



अइ+इक>अक (પ્ર૦ ૩૦)

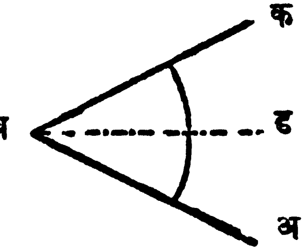
∴ अइ+इब>अक

∴ अब > अक.

∵ अइ+इब=अब

.. કોઈ પણ Δમાં મોટા ખૂણાની સામેની બાજુ નાના ખૂણાની સામેની બાજુ કરતાં મોટી છે.

પ્રયોગ ૩૨– ∠**अबक** લો. **अब**ને એવડ વાળી **बड**થી ∠**ब** દુભાગો અને **बड** ઉપર ∠ને એવડવાળો તો **बक**, **बक** સાથે મળી જશે.

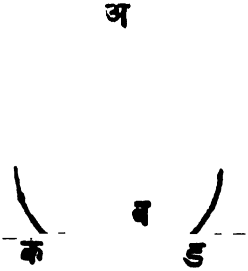


જો **बड**ના કોઈ પણ બિંદુમાંથી **बअ** ઉપર લંબ દોરીએ તો તે એવડ વાળેલી સ્થિતિમાં **बक** ઉપર પણ લંબ થશે.

∴ **बड**ના કોઈ પણ બિંદુમાંથી **बअ**, **बक** ઉપર દોરેલા લંબ સરખા છે. એટલે કે આકૃતિ ઉકેલી નાખીએ ત્યારે બન્ને લંબ બરાબર છે, વળી ∠ **अबक** ની દુભાગનાર લીટી એકજ છે

બે અરસપરસ છેદતી સીધી લીટીઓથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુઓનું નિધાન તેની વચ્ચેના ખૂણાને દુભાગનાર લીટી છે.

પ્રયોગ ૩૩–**कड** કોઈ પણ લીટી લો અને **अ** તેની બહાર એક બિંદુ લો. **अक** ત્રિજયાથી એક વર્તુળ દોરો તો તે **कड**ને **ड**માં છેદશે જો **अब** ⊥ **कड** હોય તો **कब**=**बड**
(પ્ર૦ ૧૮)
અને **ब**, વર્તુળની અંદર છે.
अक> **अब**



(૧) બહારના કોઈ પણ બિંદુમાંથી કોઈ એક સીધી લીટી ઉપર દોરેલી લંબ એ તેનું ટુંકામાં ટુંકું અંતર છે. અને

(૨) આ લંબની વિરૂદ્ધ બાજુએ બે સરખી લીટીઓ આપેલા બિંદુમાંથી દોરી શકાય છે.

ત્રિકોણ ઉપરના પ્રશ્નો.

૧. ∠अबक ૩૬° નો કરી बअ અને बक ૩ ૭" અને ૪ ૫" અનુક્રમે કાપી अक સાધો, બાકીના બાજુ અને ખૂણા માપો.

૨. ∠ अबक ૫૭° નો કરી बअ અને बक ૫ ૬ સે. મી અને ૫ ૩ સે મી અનુક્રમે કાપી अक સાધી બાકીનાં બાજુ અને ખૂણા માપો.

૩. નીચેનાં માપ પ્રમાણે ત્રિકોણો કાઢી સર્વ તત્ત્વ માપો—

(૧) ∠ अबक=૭૨°, बअ=૪" અને बक=૫'

(૨) अक=૩ ૭ સે મી, ∠ अकब=૫૭°,ને बक=૫ ૯ સે.મી.

(૩) ∠अ=૧૧૫°,अब=૧૧૦ સે મી. અને अक=૯·૧ સે મી.

(૪) ∠ड=૧૧૦°, डअ=૪ ૧"અને डक=૩·૩',.

(૫) ∠अ=૭૭°, अल=૭ ૩ સે મી અને अह=૫ ૯ સે.મી.

૪. अब સાથે ∠अ, ૬૦°નો અને ∠ ब=૬૦°નો કરો. બન્ને બાજુ લીટી આકણીથી લબાવી ત્રિકોણ બનાવી સર્વ અંગ માપો

૫ अब ૭ ૦"ની કરો, ∠अ=૬૨° અને ∠ ब=૭૨° કરો. ત્રિકોણ પુરો કરી સર્વ તત્ત્વ માપો.

૬. નીચેના માપ પ્રમાણે ત્રિકોણો બનાવી સર્વ તત્ત્વ માપો—

(૧) अब=૩", ∠अ=૪૧° અને ∠ब=૫૧°.

(૨) बक=૩ ૯", ∠ब=૯૬° અને ∠क=૩૧.

(૩) लफ=૫ ૯ સેં સી. ∠ल=૬૩° અને ∠फ=૩૭°.

(૪) गर=૭ ૭ સેં. મી. ∠ग=૧૨° અને ∠र=૨૭°.

(૫) अक्ष=૫·૬", ∠अ=૩૭° ને ∠क्ष=૮૮°.

૭. નીચેનાં માપ ઉપરથી ત્રિકોણો બનાવો:—

(૧) बक=૧૦ ૮ સેં. મી, ∠ क=૯૦° અને ∠ब=૬૦°.

(૨) अक=૯·૦ સેં. મી., ∠क=૪૮° અને ∠अ=૫૭°;

(૩) डल=૪·૩", ∠ड૫૧° અને ∠ल=૪૩°;

(૪) अल=૫ ૭", ∠अ=૭૫° અને ∠ल=૭૧°;

નોટ—Δમા ત્રણ ખૂણા=૧૮૦° તેથી બે ખૂણા આપ્યા હોય તો ત્રીજો ખૂણો તરતજ નીકળશે

૮ **बक**=૯ ૯ સે મી, **बअ**=૯ ૭ સે મી અને **कअ**=૭ ૭ સે મી. હોય તો Δ બનાવો.

(**बक**=૯ ૯ સે મી ની લો, **ब** મધ્યબિંદુ અને ૭ ૭ સે મી ની ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો, **क** મધ્યબિંદુ અને ૯ ૭ સે મી. ની ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો આ વર્તુળો જો **क**મા મળે તો **अबक** Δ થયો)

૯ **अब**=૧૨ ૧ સે મી, **बक**=૮ ૨ સે મી અને **कअ**=૬ ૧ સે મી ની બાજુઓનો એક ત્રિકોણ બનાવો

૧૦ પ્રશ્ન ૯મામા એક બાજુ પાયા તરીકે નક્કી કરી તેની ઉપર આપેલા અંગ પ્રમાણે કેટલા ત્રિકોણ થશે?

૧૧. નીચેના માપ ઉપરથી ત્રિકોણો બનાવો—

(૧) **बक**=૯ ૯ સે. મી, **कअ** ૯ ૩ સે, મી, **अब**=૭·૭સે મી

(૨) **बक**- ૫ ૭સે મી, **कअ**= ૯ ૧ સે મી, **अब**=-૪ ૩સે મી

(૩)**बक**- ૩ ૧ સે મી, **कअ** ૬ ૩ સે મી, **अब**- ૪ ૨ સે મી.

(૪) **बक** ૪ ૨″ **कअ** ૩ ૭″, **अब** ૫·૧′.

(૫) **बक** ૪ ૨″, **कअ** ૧ ૭″, **अब**=૩ ૨′

૧૨. નીચેના માપથી ત્રિકોણો બનાવી તેના પ્રકાર કહો—

(૧) **अब** ૪ ૧″, **बक**--૪ ૧′, **कअ**॥ ૪ ૧′

(૨) **अब** - ૩·૭″, **बल**—૩ ૭″, **कअ**=૩ ૭

(૩) **अब**= ૭·૩ સે મી., **बक**=૭·૩ સે.મી, **अक**=૭ ૩સે.મી

(૪) **अब**=૫·૬ સે.મી, **बक**=૫ ૬ સે મી, **कअ**=૫ ૬સે મી

૧૩. નીચેનાં માપ પરથી ત્રિકોણો બનાવી તેના પ્રકાર કહો

(૧) **बअ**=૩·૧″, **अक**=૧·૪″, **कब**=૩·૧″.

(૨) **बअ**=૨·૪″, **अक**=૩·૨″, **कब**=૨·૪″.

(૩) **बअ**=૭ ૮ સે. મી., **अक**=૫·૬ સે. મી., **कब**=૭·૮ સે મી

(૪) **बअ**=૪·૭ સે. મી, **अक**=૩·૨ સે. મી, **कब**=૪·૭ સે. મી,

૧૪. પ્રશ્ન ૧૨ ને ૧૩ માંના ત્રિકોણોના ખૂણા માપી કોષ્ટક કરો

૧૫ કાગળના કટકામાંથી પટી કાપી ૪," ૫", ૬", ની બાજુનો ત્રિકોણ બનાવો. (પટીઓ જોઇએ તેના કરતાં મોટી કાપી ટાંકણી મારો)

૧૬. પ્રશ્ન ૧૫ માંની આકૃતિને મચડવાથી બદલી શકાશે ?

૧૭ પાતળા કાગળનો એક ત્રિકોણ બનાવી ત્રણે ખૂણાઓ ફાડી લઇ કોઇ પણ સીધી લીટીમાં કોઇ પણ બિંદુ આગળ ગોઠવો. આ પ્રયોગ ફરી જુદી રીતે કરો શું અનુમાન કરો છો. ?

૧૮ કોઇ પણ ત્રિકોણમાં નીચેના બે ખૂણા આપ્યા હોય તો ત્રીજો ખૂણો કેવડો ?

(૧) ૫૪°, ૭૬°, (૨) ૪૧°, ૯૧°, (૩) ૫૩°, ૫૭°, (૪) ૬૧°, ૭૯°, (૫) ૭૨°, ૯૧°, (૬)૫°, ૨૦°, (૭) ૧૧૫°, ૨૩°, (૮) ૨૭°, ૬૯°, (૯) ૪૭°, ૫૧°, (૧૦) ૩૩°, ૬૭°, (૧૧) ૮૭°, ૭૯°; અને (૧૨) ૬૧°, ૫૯°,

૧૯ જો કોઇ ત્રિકોણમા ત્રણે ખૂણા સરખા હોય તો દરેક ખૂણાનુ મહત્ત્વ શું ?

૨૦ નીચે પ્રમાણેનો એકેક ખૂણો આપેલો છે અને બાકીના બન્ને ખૂણા સરખા છે તો ત્રિકોણના ખૂણાના માપ શુ ?

૫૨°, ૪૭°, ૯૦°, ૧૨°, ૨૬°, ૧૧૬°, ૧૪૭°, ૧૫°, ૪૨°, ૬૮°, ૧૩૮°, ૫૧°, ૭૨°, ૧૨°. ૪૧°, અને ૧૧૪°

૨૧ अबक ત્રિકોણમાં $\angle$अ=૯૦° છે અને अड, बक ઉપર લબ છે તો બાકીના ખૂણા કાઢો

૨૨ નીચેના ખૂણાવાળા ત્રિકોણો કોઇ પણ પાયા ઉપર દોરો.—

(૧) ૯૦°, ૬૦°. ૩૦°; (૨) ૭૧°, ૯૦°, ૨૦°: (૩) ૫૦°, ૭૦°, ૬૧°, (૪) ૧૩૫°, ૨૨°, ૨૩°, (૫) ૧૫°, ૫૫°, ૧૧૦°; (૬) ૪૭°, ૩૩°, ૯૯°, (૭) ૫૪°, ૫૪°, ૭૨°, (૮) ૬૦°, ૬૧°, ૫૯°, (૯) ૪૫°, ૪૫°, ૯૦°, (૧૦) ૩૧ ૩૨°, ૧૧૫°, (૧૧) ૧૨°, ૬૨°, ૧૦૬°, અને (૧૨) ૨૫°, ૪૫°, ૧૧૦°.

૨૩. ઉપરના પ્રશ્નમાં ત્રિકોણ બનવાનુ અને ન બનવાનુ કારણ શુ ?

૨૪. ત્રિકોણ બની શકે એવા ખૂણાની પાચ જોડ આપો.

૨૫. ત્રિકોણ ન બને એવા ખૂણાની દશ જોડ આપો

૨૬ ત્રિકોણ બનાવવામાં બાજુનો કે ખૂણાનો સબંધ અગત્યનો છે?

૨૭. એક આપેની ખૂણાની જોડ પરથી કેટલા ત્રિકોણો બનશે ?

૨૮. ૪", ૩", ૫" અને ૪ સે મી, ૩સે મી ૫ સે મીનીબાજુનાબે ત્રિકોણો બનાવી તેના ખૂણા સરખાવો Δ એ કેવા છે તે કહો

૨૯ પ્રશ્ન ૨૮મા ૪", ૭", ૮", અને ૪સે મી ૭સે મી ૮સે મી ની બાજુ લો બન્ને Δ એ કેવા છે ? ∠ એ માપો

૩૦ ગમે તે ત્રિકોણની બાજુઓથી બમણી બાજુએ લઇ ત્રિકોણ બનાવો, અને બન્ને ત્રિકોણના ખૂણા સરખાવો

૩૧ સમદ્વિબાજુ કટખૂણ ત્રિકોણમા દરેક ખણો કેવડો હોવો જોઇએ?

૩૨ સમદ્વિબાજુ પહોળખૂણ ત્રિકોણ બનાવી શકાશે ?

૩૩. પહોળખૂણ ત્રિકોણમા દરેક ખૂણાનુ મહત્ત્વ વધારેમા વધારે કેટલુ હોવુ જોઇએ ? ઓછામા ઓછુ કેટલુ હોવુ જોઇએ ?

૩૪. સાકડખૂણ ત્રિકોણમા દરેક ખૂણાનુ મહત્ત્વ વધારેમાં વધારે અને ઓછામાં ઓછુ કેટલુ હોવુ જોઇએ ?

નોટ-પ્રશ્ન ૩૩-૩૪ માં અંશના વિભાગ ન ગણવા

૩૫. નીચેના માપના ત્રિકોણ બનતા હોય તો બનાવો. (નહિ બને તો કારણ દર્શાવો.

(૧) अब=૧·૫", ∠ अ=૯૦°=∠ ब.

(૨) अब=૨ ૭", ∠ अ=૧૨૦°=∠ब.

(૩) अब=૩·૭ સે. મી. ∠ अ=૬૧°, ∠ ब=૧૧૭°.

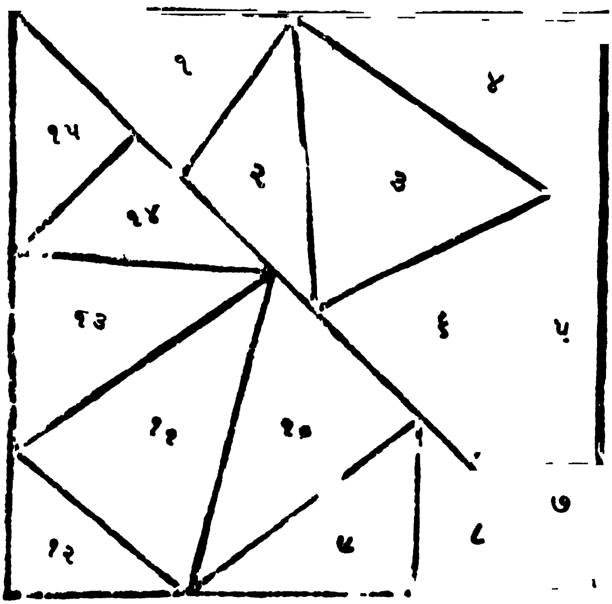
(૪) अब=૩ ૯ સે. મી. ∠ अ=૭૫°, ∠ ब=૧૦૫°.

(૫) अब=૩·૧", ∠ अ=૫૫°, ब=૧૨૫°.

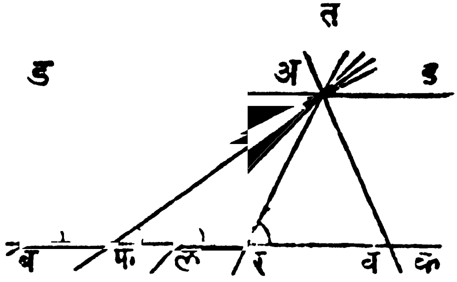
૩૬. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં નીચેના ખૂણાની કયી જોડ હોઇ શકે ? કારણ આપો.

(૧) કાટખૂણો, સાંકડો ખૂણો, સાંકડો ખૂણો.
(૨) કાટખૂણો, સાંકડો ખૂણો, પહોળો ખૂણો.
(૩) સાંકડો ખૂણો, સાંકડો ખૂણો, સાંકડો ખૂણો.
(૪) પહોળો ખૂણો, પહોળો ખૂણો, સાંકડો ખૂણો.
(૫) કાટખૂણો, કાટખૂણો, સાંકડો ખૂણો
(૬) સાંકડો ખૂણો, સાંકડો ખૂણો, પહોળો ખૂણો.
(૭) પહોળો ખૂણો, પહોળો ખૂણો, પહોળો ખૂણો.
(૮) કાટખૂણો, કાટખૂણો, કાટખૂણો

૩૭. નીચેની આકૃતિના ત્રિકોણો, માપ લઇ બાજુ પ્રમાણે અને ખૂણા પ્રમાણે કેવા છે તેનો નિશ્ચય કરી કોષ્ટકમાં ગોઠવો—



§ ૬. સમાન્તર સીધી લીટીઓ.



અ કોઇ પણ બિંદુ અને કબ કોઇ પણ સીધી લીટી લો. બક ઉપર ર, લ, ફ, બ વગેરે બિંદુ લો; અર, અલ, અફ, અબ સાધો

∠ર > ∠લ > ∠ફ > ∠બ વગેરે (પ્ર૦ ૨૯)

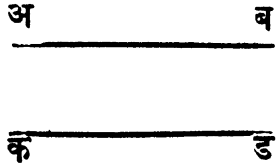
કબ દિશામાં જેમ જેમ દૂર જઇએ તેમ તેમ અર, અલ, અફ અબ દરેક બક સાથે નાનો અને નાનો ખૂણો કરે છે

કબ ઉપર ટ બિંદુ અતિશય દૂર લઈએ તો ∠ટ ગમે તેવા નાના ખૂણા કરતા પણ નાનો થઇ શકશે.

જો ટ, કબ ઉપર અતિશય દૂર હોય તો અટ ખમાને અન ૯૬ અતરે ઇઅડ સાથે મળી જશે અને અટ કોઈ પણ ખૂણો બક સાથે કરશે નહિ વળી બક સાથે કોઇ પણ ખૂણો, ઇઅડ કરતી નથી

અને આવી સ્થિતિમા ડઅઇ, બક ને સમાન્તર કહેવાય છે

વ્યા૦ ૪૮—કોઇ પણ સાધી લીટીઓ એક સપાટમા એવી રીતે આવી હોય કે તેને ગમે તે બાજુ તરફથી લબાવતા કદી પણ તેઓ એક બીજીને મળે નહી તો તે **સમાન્તર સીધી લીટી** કહેવાય છે



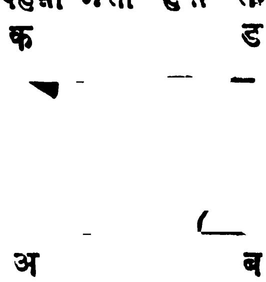
સજ્ઞા અબ ‖ કડ એટલે અબ, કડ સમાન્તર છે

ઉપલા પ્રયોગમા "ટ, કબ ઉપર અતિશય દૂર લઇએ" એટલે બટ અંતર એટલું બધુ છે કે તેની સીમા નથી અને કોઈ પણ ગમે તેટલું મોટું અંતર આપણે **ધારી શકીએ** તેના કરતાં એ અતર વધારે છે, એટલે કે બટ અંતર **અનહદ** છે. વળી બટ અતર અનહદ હોય ત્યારે અટ કોઇ પણ

ખૂણો **बक** સાથે કરશે નહિ, એટલે કે જ્યારે **बट** અનહદ હોય ત્યારે △**अटब** કોઇ પણ **ધારી શકીએ** તેવા ખૂણા કરતાં પણ નાનો છે

बट અંતર અનહદ છે એ સ્થિતિ ખરી રીતે આપણે જોઇ શકતા નથી પણ ફક્ત કલ્પનાથીજ ધારી શકીએ છીએ.

વળી ધારો કે એક માણસ **अब** દિશામાં જાય છે અને પછી ∠**ब** માંથી ડાબા હાથ ઉપર ફરે છે, થોડેક ગયા પછી પાછો તે જમણા હાથ પર ∠**क**માંથી (=∠**ब**) ફરે તો જે દિશામાં તે પહેલા જતો હતો તેજ દિશામા તે જશે આવી સ્થિતિમા **अब** અને **कड** ની દિશા એકજ છે તેથી તેઓ સમાન્તર છે, કારણ કે એકજ દિશામાં જતી હોવાથી એ લીટીઓ મળશે નહિ અને જેવડા ખૂણામાંથી તે માણસ ડાબા હાથ પર ફર્યો હતો તેવડાજ ખૂણામાંથી તે માણસ જમણા હાથ પર ફરે છે. અને તેથી તેની પહેલી દિશામાં કાઇ પણ ફેરફાર થતો નથી



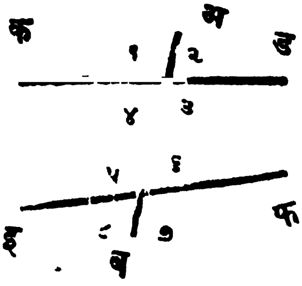
આ ઉપરથી **સમાન્તર સીધી લીટીઓનો** એક બીજો ગુણ માલમ પડશે કે **એવી લીટીઓ એકજ દિશામાં જતી હોવી જોઇએ.** આજ કારણથી વ્યાખ્યામાં આવેલા 'એકજ સફાઇમા'–શબ્દોની અગત્ય છે જો એક સીધી લીટી ટેબલ ઉપર ઇશાનમાં જતી હોય અને બીજી જમીન ઉપર વાયવ્યમાં જતી હોય અને એ લીટીઓ ક્ષિતિજ સમાન્તર હોય તો તે કદી પણ અરસપરસ મળશે નહિ તો પણ આ લીટીઓ સમાન્તર નથી, કારણ કે જ્યારે આવી લીટીઓમાંની એકને, જે દિશામાં તે હોય તેજ દિશા રાખીને, જો ઉતારીએ અથવા ચઢાવીએ ત્યારે તેઓ એક બીજીને છેદશે. એટલે કે જુદી જુદી દિશામાં જતી સીધી લીટીઓ જો જુદી જુદી સફાઇમાં હોય તો તેઓ કદાચ મળે નહિ. પણ જ્યારે તેઓને એકજ સફાઇમાં ધીમે ધીમે ઉતારીએ ત્યારે તેઓ મળવીજ જોઇએ. આ પ્રમાણે

કદી પણ નહિ મળતી સીધી લીટીઓ જો એકજ સફાઈમાં ન હોય તો તેઓ સમાન્તર કહી શકાતી નથી વળી સમાન્તર સીધી લીટીઓ એકજ સફાઇમાં હોવી જોઇએ તેનું બીજુ કારણ એ છે કે કોઇ પણ જગ્યાએ એવી લીટીઓ વચ્ચેનું કાટખૂણે અંતર લઇએ તો તે અતર હમેશાં એકજ હોવુ જોઇએ. પણ જો જુદી જુદી સફાઇઓમા આવી લીટીઓ કદી પણ નહિ મળે એવી સ્થિતિમાં હોય અને તેઓની દિશા જુદી જુદી હોય (એટલે કે તેઓ જુદી જુદી સફાઇમા હોય) તો તેઓની વચ્ચેનું અતર બિંદુએ બિંદુએ વધતા ઓછા મહત્ત્વનુ આવશે આ કારણથી પણ સમાન્તર સીધી લીટીઓ એકજ સફાઈમા આવવી જોઇએ. પણ જો બે સીધી લીટીઓ બે સફાઇમાં આવી એકજ દિશામાં જતી હોય તો તેઓ સમાન્તર છે. કારણ કે તેઓના દિશા એકજ હોવાથી તે બન્નેની વચ્ચેથી એક સફાઇનો વિચાર કરી શકીએ છીએ. અને આ કલ્પિત સફાઇમા તે બે સીધી લીટીઓ આવી એકજ દિશામાં જાય છે, અને તેથી તેઓ અનહદ અતરે મળે છે આમા એકજ સફાઇનો વિચાર, તે લીટીઓમાની એક ટેબલ પર અને બીજી જમીન પર—એ વિચારથી તદન સ્વતત્ર છે આ ઉપરથી સમાન્તર સીધી લીટીઓની વ્યાખ્યા નીચે પ્રમાણે પણ મુકાય છે —

'સમાન્તર સીધી લીટીઓ એવી હોય છે કે તેઓ એકજ સફાઈમાં આવી એક બીજીથી વધારે દૂર અથવા વધારે પાસે આવે નહિ.'

લીટીઓ ગમે તેટલી લબાવીએ તો પણ મળે નહિ ત્યારે એવી લીટીમાં ગમે તે બિંદુ આગળ એવી લીટીઓનુ અંતર હમેશાં એકજ છે આ ગુણ ઉપરથીજ એ લીટીઓને ઉપરનુ નામ આપવામાં આવ્યુ છે કોઇ પણ ચોરસ (યા લંબ ચોરસ) મેજની સામસામેની કોરો એક બીજીને સમાન્તર છે તેથી બન્નેની વચ્ચેનું અતર ગમે તે જગ્યાએ એકજ છે. આ અંતર બન્ને લીટીની વચ્ચે એક લબ દોરી હોય તે ઉપરથી નક્કી કરવામાં આવે છે.

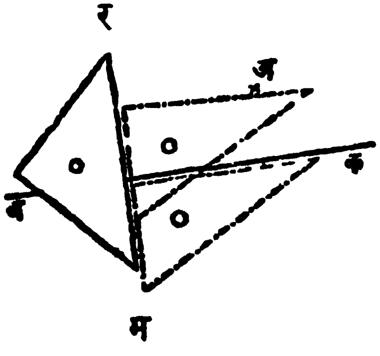
વળી નીચેની આકૃતિ પ્રમાણે જો કોઇ લીટી બીજી બે લીટીઓને છેદે તો એવી છેદનારી લીટીને (અંગ્રેજીમાં ટ્રાન્સવર્સલ) **આડી લીટી** કહે છે વળી એવી



जब લીટી, **कड** અને **इफ** સાથે અનુક્રમે ૧થી ૮ ખૂણા કરે છે. ૧, ૨, ૭, ૮ ખૂણાઓ "બહારના ખૂણા" અને ૩, ૪, ૫, ૬, "અંદરના ખૂણા કહેવાય છે. ૩ અને ૫, તથા ૪ અને ૬ અરસપરસ વ્યુત્ક્રમ ખૂણા કહેવાય છે

વળી આડી લીટીની એકજ બાજુ પર બે બહારના અને બે અંદરના ખૂણા થાય છે તેથી **બહારના** ૨ની સાથે ૬, **બહારના** ૭ની સાથે ૩, **બહારના** ૧ની સાથે ૫ અને **બહારના** ૮નીસાથે ૪, એ દરેક **અંદરનો એકજ બાજુ પરનો સામેનો ખૂણો** કહેવાય છે, અથવા ૧ અને ૫, ૨ અને ૬, ૭ અને ૩, અને ૮ અને ૪—આ ખૂણાના જોડકાં **મળતા આવતા ખૂણા** પણ કહેવાય છે, કારણ કે બે આપેલી લીટી અને આડી લીટી **એકજ** અથવા **મળતી આવતી** દિશામા (જેમ કે **बज**મા, **कड**મા અને **इफ**મા) જાય છે ત્યારે આ ખૂણાઓ વિચારી શકાય છે અને તેજ દિશાનો વિચાર કરવાથી એ બે ખૂણા થઇ શકે છે વળી આડી લીટી, બીજી બે લીટીને છેદી અંદરના ચાર ખૂણા કરે છે, અને તેમા ૩ અને ૪, તથા ૫ અને ૬, અંદરના **પાસે પાસેના ખૂણા** કહેવાય છે

એક આપેલા બિંદુ अમાંથી એક આપેલી સીધી લીટી बकની સમાન્તર લીટી દોરવા વિષે-સેટસ્કવેરોની મદદથી.

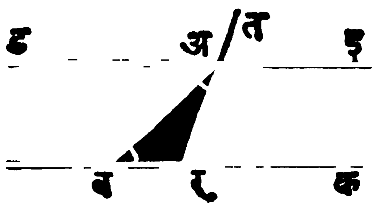


આડા મુકેલા સેટસ્કવેરની કોર **बक** ની કોર સથે બરાબર મેળવી મૂકો, અને આકૃતિમા બતાવ્યા પ્રમાણે ઉભો સેટસ્કવેર સાથે (ખસ્યા વિના) મેળવી મૂકો. આડો સેટસ્કવેર (ખસ્યા વિના) ઉપરની કોર ઉપર ખસેડો.

અને જ્યારે अ બિંદુ સેટસ્કવેરની કોરની બાજુમાં બરાબર આવે ત્યારે પેન્સીલથી કોરની સાથે લીટી દોરો. આ સીધી લીટી बकની સમાન્તર છે. સેટસ્કવેરની સાથેનો સેટસ્કવેરનો ખૂણો એકનો એક છે તેથી અનુમાન થાય છે કે "મળતા આવતા ખૂણાઓ બરાબર છે." તેથી कब || अ-લીટી છે.

પ્રયોગ ૩૪—इड || बक લો. बक માં र, ब બિંદુ લો અને अर, अब સાધો, △अबर માં

∠बअर+△अबर=∠अरक.



હવે ब ને बक ઉપર જેમ જેમ દૂર લઈએ તેમ તેમ ∠अबर નાનો થશે,

અને ∠बअर મોટો થશે અને ब ગમે તેટલું દૂર જાય,

તો પણ ઉપલું પરિણામ સત્ય છે. અને ब, बक ઉપર અનહદ અંતરે જશે ત્યારે ∠अबर શૂન્ય થશે.

∠अरक= ∠ अबर+ ∠ बअर= ० + ∠ बअर=∠इअर

જો બે સમાન્તર સીધી લીટોને એક આડી લીટી છેદે તો તેથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ સરખા છે.

પ્રયોગ ૩૫—ઉપલી આકૃતિમાં रअ ને त સુધી લંબાવો.

∠ इअर = ∠ तअड (પ્ર૦ ૧૦)

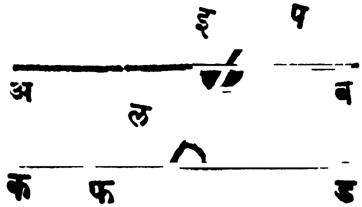
∠ तअड = ∠ अरक

સમાન્તર સીધી લીટીઓને છેદતી આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના મળતા આવતા ખૂણા બરાબર છે.

વળી ∠ इअर + ∠ डअर=૨ ∟ (પ્ર૦ ૯)

અને ∠ इअर= ∠ अरक.   ∠ अरक + ∠ इअर= ૨ L

સમાન્તર સીધી લીટીઓને છેદતી આડી લીટીની એકજ બાજુ ઉપરના માંહેના બે ખૂણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે.



પ્રયોગ ૩૬-पफ કોઇ પણ લીટી લો, તેમા ल આગળ पलड ∠ કરો, અને इ આગળ ∠ पलइ=∠ अइल કરો. इअને લખાવતા (ધારો કે તે डक ને ममां મળે છે તો मइलΔમાં

∠ इलड= ∠ मइल+ ∠ इमल= ∠ अइल+ ∠ इमल

પણ ∠ इलड= ∠ अइल ∠ इमल=શૂન્ય.

अब, कडने અનહદ અંતરે મળે છે.

अब || लक છે.

જો બે સીધી લીટીને છેદતી આડી લીટી વ્યુત્ક્રમ ખૂણા બરાબર કરે તો તે બે સીધી લીટીઓ સમાન્તર છે.

સમાન્તર સીધી લીટી ઉપરના પ્રશ્નો.

૧ હાથથીજ પાંચ સમાન્તર સીધી લીટીની જોડ દોરો.

૨. બે સમાન્તર સીધી લીટી દોરો. એક આડી લીટી દોરી તેથી થતા મળતા આવતા ખૂણાઓ માપો.

૩. अब લીટી સાથે ∠अफइ, ૮૦° અને ∠बडक,૯૦°નો કરો; આ બન્ને લંબો સમાન્તર છે? એટસ્કવેરથી પરીક્ષા કરો.

૪. ઉપરના પ્રશ્નમાં ૯૦°ને બદલે ૩૯°ના ખૂણા કરવાથી દોરેલી લીટીઓ સમાન્તર આવે છે? પરીક્ષા કરો?

૫. કોઈ પણ સમાન્તર સીધી લીટી દોરો, તેની ઉપર કાટખૂણે છેદે તેમ બીજી બે લીટી દોરો, આ લંબની વચ્ચે પહેલી બે લીટીના કપાએલા ભાગો માપો

૬. પ્રશ્ન ૫ મા દશ લબ દોરી તેની વચ્ચેના ખડ માપો

૭ પાચ સાત સમાન્તર સાધી લીટી એવી રીતે દોરો કે તેની ઉપર પડતી આડી લીટીના ખડ સરખા થાય, બીજી કોઇ પણ આડી લીટી દોરી તેના ખડ માપો

૮ મળતા આવતા ખૂણાઓનાં માપ કાઢી શુ અનુમાન કરો છો ?

૯ સમાન્તર સાધી લીટીનુ અતર માપવાને તેની વચ્ચે લબ દોરી તેનાં માપ સરખાવો.

૧૦. સમાન્તર સીધી લીટી ઉપર એક આડી લીટી દોરો માહેના એકજ બાજુ ઉપરના ખૂણાઓનો સરવાળો કરો

૧૧ કડીઓ સમાન્તર દિવાલો કરવાને માટે શુ કરે છે ? તેની યુકિત ખરી છે કે ખોટી ?

૧૨ વડોના ઝાડો સાધી ઓળોમા છે કે નહિ તે નક્કી કરવાને માળી શુ કરશે ?

૧૩ **अ** અને **ब** આપેલા બે બિંદુમાથી **अड**ની સમાન્તર લીટી દોરો

૧૪ જો **अब**, **कड** ની સમાન્તર હોય તો **अ**, **ब** કેવી રીતે આવેલા હોવાં જોઇએ ?

૧૫. ઉભા સેટસ્કવેરથી વધારે અતરે બિદુ લઇ સેટસ્કવેરથીજ સમાન્તર લીટી દોરો

૧૬. ગમે તે ત્રિકોણ લઇ શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુની સમાન્તર લીટી દોરો

૧૭. સુતારે બારીની બારસાકની સાકીઓ સમાન્તર કરવા માટે શું કીધું હશે?

૧૮. એક ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુની સમાન્તર લીટીઓ દોરી તેને મળવા દો. આ પ્રમાણે થતા નવા ત્રિકોણના ખૂણાઓ આપેલા ત્રિકોણના ખૂણા સાથે સરખાવો

૧૯ અ બિંદુમાંથી बक ઉપર લંબ દોરો અમાંથી बकની સમાન્તર अड દોરો. डमાંથી बक ઉપર લંબ દોરો अब, डक કેવી લીટીઓ છે?

૨૦. કોઇ પણ સમબાજુ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર લંબ દોરો. શું અનુમાન કરો છો?

૨૧. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુઓમાંથી સામેની બાજુ ઉપર લંબ દોરો. શું અનુમાન કરો છો?

૨૨. ગમે તે કોઈ ત્રિકોણમા શિરોબિંદુમાથી સામેની બાજુ ઉપર લંબ દોરો. શુ અનુમાન કરો છો?

૨૩. એક વર્તુળમાં बअ જયા અને अक વ્યાસ છે कમાથી अब ઉપર લબ દોરો શુ અનુમાન કરો છો?

૨૪. એક વર્તુળમા अब જયા છે. ल બિંદુમાથી अब ઉપર લબ દોરો अब જયાના બન્ને ભાગો માપો. શું અનુમાન કરો છો?

૨૫. એક સાંકડખણુ ત્રિકોણમાં દરેક બાજુના મધ્યબિંદુમાંથી તેના ઉપર લબ દોરો. શું અનુમાન કરો છો?

૨૬. ત્રણ સમાન્તર લીટી દોરી તેને છેદતી એક આડી લીટી એવી દોરો કે તે એક સમાન્તરને ૫૦° ને ખૂણે છેદે. બતાવો કે આકૃતિમાંનો દરેક ખૂણો ૫૦° કે ૧૩૦°છે.

૨૭. એક લીટીથી ૧ ઇંચને છેટે એક ‖ દોરો, અને બીજી ‖ બીજી લીટીથી ૨″ છેટે દોરો. જો કોઈ આડી લીટી પહેલી લીટી સાથે ૪૭° નો ખૂણો કરે તો બાકીના ખૂણાઓ માપો. કોઇ પણ બે ખૂણાઓ બન્ને (૧) સાંકડા (૧) પહોળા, અને (૩) એક સાંકડો અને બીજો પહોળો હોય તો તેઓનો સબંધ કેવો છે ?

૨૮ ત્રણ સમાન્તર દોરી તેમાંની એકને ⊥ ચોથી લીટી દોરો જો આ લંબ બધાને છેદે તો આ પરથી શું અનુમાન નીકળશે ?

૨૯ अब=૧ ૫″ કરો અને ∠बअक=૩૫° અને સામી બાજુ પર ∠अबड=૩૫° કરો अक ‖ बड છે ? अक=बड=૧·૭, कड જો अबने मમા છેદે તો अम, बम, कम, डम માપો.

૩૦ ૪ સે. મી. ની બાજુના સમબાજુ ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાંથી પાયાને ‖ લીટી દોરો ‖ લીટી ઉપરના કોઇ પણ બિંદુનું અંતર પાયાથી શું ?

૩૧ अब=૨ ૪″ લો તેને कમાં દુભાગો. ∠बकड=૪૦° કરો कમથી अड ‖ कइ દોરો. बમાંથી अडને फग ⊥ દોરો, જો फ, अड પર અને कइ ઉપર इ હોય તો ∠ बकइ, ∠बगइ માપો, बग, गफ પણ માપો શું અનુમાન કરો છો ?

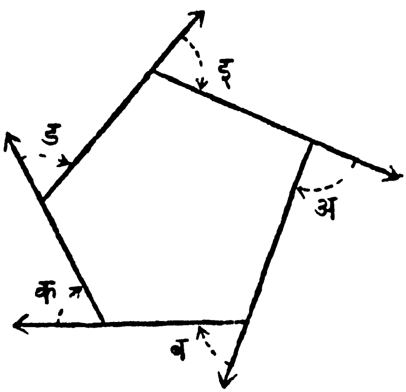
૩૨. अब=૨ ૫′ લો તેને कમાં દુભાગો अ, क, बમાથી अबને ⊥ લીટીઓ દોરો આ લીટીઓ કેવી છે ? પહેલી લંબના કોઇ પણ ह બિંદુને ત્રીજી લંબના કોઇ પણ ल બિંદુ સાથે જોડો અને हल બીજી ⊥ને डમા છેદે છે. हड, हल માપી શું અનુમાન પર આવો છો ?

§ ૭ ચતુષ્કોણ.

વ્યા૦ ૪૯—જે ચતુષ્કોણની સામ સામેની બાજુઓ સમાન્તર સીધી લીટી હોય તેને **સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ** કહે છે.

(સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ=સ૦ ચ૦=| કોણ)

પ્રયોગ ૩૯—**अबकडइ** જેવી કેઇ પણ સીધી લીટી આકૃતિ લો, તેની બાજુઓ બતાવ્યા પ્રમાણે અનુક્રમે લાંબાવો, ધારો કે એક માણસ **बक** ઉપર રહી **बक** દિશામા જુએ છે, જમણા હાથ ઉપર તેને **क** આગળ **कड** દિશામા ફરવા દો



પરિવર્તન= ∠क

વળી **क** આગળ જઇ તેને **डइ** દિશામાં ફરવા દો

કુલ્લે પરિવર્તન= ∠क+∠ड

ફરીથી **इ** આગળ જઇ તેને **इअ** દિશામાં ફરવા દો

∴ કુલ્લે પરિવર્તન= ∠क+∠ड+∠इ

વળી **अ** આગળ જઇ તેને **अब** દિશામાં ફરવા દો.

∴ કુલ્લે પરિવર્તન=∠क+∠ड+∠इ+∠अ.

અને **ब** આગળ જઇ તેને **बक** દિશામાં ફરવા દો.

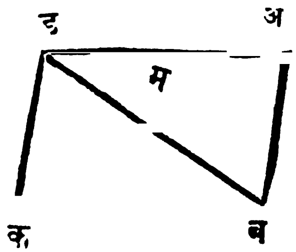
કુલ્લે પરિવર્તન=∠क+ ∠ड+∠इ+∠अ+∠ब.

પણ જે દિશામાં તે પહેલાં જોતો હતો તેજ દિશામા તે પાછો ફરીને જુએ છે.

તેણે એક આખુ પરિક્રમણ કર્યું છે

પણ એક પરિક્રમણ=૪L ∠क+∠ड+∠इ+∠अ+∠ब=૪ L.

કોઈ પણ સીધી લીટી આકૃતિની બધી બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવીએ તો એ પ્રમાણે થતા બહારના ખૂણા મળી ચાર કાટખૂણા બરાબર છે.



પ્રયોગ ૩૮—**अबकड** એક ‖ કોણ ગારો. **अबकड** ની પાતળા અથવા તેલીઆ કાગળ પર નકલ કરો

अ′ ब′ क′ ड′ આ નવો ‖ કોણ છે

આ નવા સ૦ ચ૦ને ફેરવીને એવી રીતે **अबकड** સ૦ ચ૦ ઉપર મૂકો કે **अ′**, **क** ઉપર અને **अ′ क′**, **कअ** ઉપર પડે

अक=क′ अ′

∴ **क′**, **अ** ઉપર પડશે.

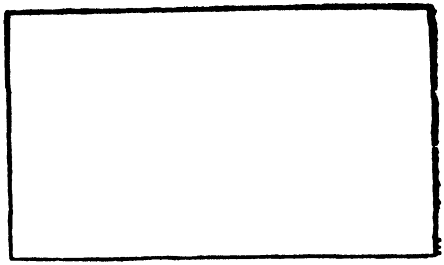
અને **अ** આગળના ખૂણા=**क** આગળના વ્યુત્ક્રમ ખૂણા.

अ′ ब′, **कड** ઉપર અને **अ′ ड′**, **कब** ઉપર પડશે અને તેજ પ્રમાણે **क′ ड′**, **अब** ઉપર અને **क′ ब′**, **अड** ઉપર પડશે.

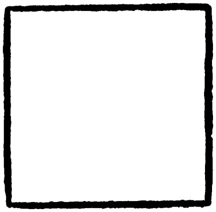
વળી બે સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમાં મળે છે.

अबकड ‖ કોણ ≡ **अ′ब′क′ड′** ‖ કોણ. અને **अ′ क**, **क अ** ઉપર અને **ब′ ड′**, **ड ब** ઉપર પડે તેથી **म′**, **म** ઉપર પડશે.

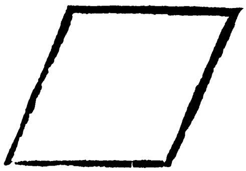
∴ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામ સામેનાં બાજુ અને ખૂણા બરાબર છે અને દરેક કર્ણ સ૦ ચ૦ ને દુભાગે છે. અને કર્ણો અરસપરસ દુભાગાય છે.



વ્યા૦ ૫૦—જે સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમા એક ખૂણેા કાટખૂણેા હેાય તેને **લંબચેારસ** કહે છે,



વ્યા૦ ૫૧—જે લંબચેારસમા બે પાસે પાસેની બાજુએા બરાબર હેાય તેને **સમચેારસ** યા **ચેારસ** કહે છે.



વ્યા૦ ૫૨—જે સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમા પાસે પાસેની બાજુ બરાબર હેાય પણ ખૂણા કાટખૂણા ન હેાય તેને **રૅામ્બસ** યા **વિષમ ચતુરસ્ર** કહે છે.



વ્યા૦ ૫૩—જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુની **એકજ** જોડ સમાન્તર સીધી લીટી હેાય તેને **દ્રાપિજ્યમ** કહે છે.

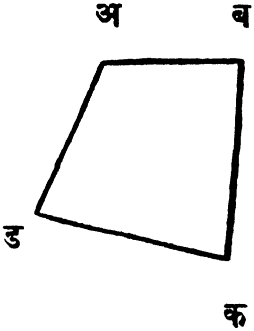
સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમા સામસામેની બાજુએા સમાન્તર છે અને સામસામેનાં બાજુએા અને ખૂણાએા સરખાં છે, તેા લંબચેારસમાં જો એક ખૂણેા કાટખૂણેા હેાય તેા બાકીના બધા ખૂણા કાટખૂણા છે. ઉપરના ગુણેા ઉપર વધારે ધ્યાન આપતાં વળી સમજાશે કે ચેારસ (સમચેારસ)માં બધી બાજુએા સરખી છે અને બધા ખૂણાએા કાટખૂણા છે. સમચેારસ ને રૅામ્બસ ફક્ત જુદા જુદાં રૂપેા છે. [જેમ કેાઇ લંબચેારસ

ચોકઠાને સહેજ મચડ્યું હોય તો વિષમ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ થાય છે; તેમજ સમચોરસ ચોકઠાને મચડ્યું હોય તો વિષમ ચતુરસ્રયા રોમ્બસ થાય છે.

ચતુસ્કોણ ઉપરના પ્રશ્નો.

નોટ— **अबकड** ચતુષ્કોણમાં ∠ अ, ∠ ब, ∠ क, ∠ ड છે અને अब, बक, कड, અને डअ ને અનુક્રમે અ, બ, ક, ડ. કહી છે

૧. નીચેના આકૃતિની નકલ કરી દરેક નાની મોટી આકૃતિ કાઢો:--



[∠ क=इ ખૂણો કરો इ મધ્ય બિંદુ લઈ कड, कब ત્રિજ્યાના વર્તુળો દોરો, कड=इफ અને कब=इग કરો. फ મધ્ય બિંદુ અને डअ ત્રિજ્યાથી અને ग મધ્યબિંદુ અને बअ ત્રિજ્યાથી વર્તુળો દોરો આ વર્તુળો इ ની સામેની બાજુએ છેદે તો इफमग ચતુષ્કોણ આપેલા ચતુષ્કોણ બરાબર છે]

૨. નીચેના માપ પરથી ચતુષ્કોણ દોરો —

(૧) અ=૬ ૩ સે મી, ∠ब=૮૨°, બ=૮ ૨ સે મી, ∠क=૯૦° અને ક=૭ ૭ સે મી

(૨) અ=૪ ૧', બ=૩ ૫ ડ=૨ ૭, ∠अ=૬૫° અને ∠ ब=૯૦°

(૩) ∠ब=૧૧૨° બ=૨ ૧', ∠ड=૮૧°, ∠क=૯૯° અને ક=૨ ૭"

(૪) ડ=૮ ૧', ∠अ=૭૧°, ∠ड=૫૫°, ' =૪ ૭", અને ∠ब=૧૧૫°

(૫) ∠ब=૫૧°, ∠अ=૭૫°, ∠क=૭૨°, ડ=૭ ૨ સે મી અને અ=૪ ૩ સે. મી

(૬) અ=૨·૭", બ=૨ ૩', ક=૪·૩', ∠ ब=૧૧૧°, અક ∠ड=૬૭°.

(૭) અ=ક=ડ=૪ ૯ સે. મી, ∠अ=૭૫° અને ∠ ब=૫૧°.

(૮) ∠क=૫૫°, ∠अ=૬૯°, ક=૪ ૯″, અ=૬ ૩′ અને ∠ड=૭૨°.

(૯) બ=૧ ૨,″ बड=૩ ૨″, ∠ब=૬૭°, क=૭૫° ને ડ=૨ ૭″.

(૧) बड=૩ ૨″, બ=૨ ૩″, ∠ब=૭૨°. અ=૨ ७′ ને ∠अ=૭૧°.

૩ નીચેના ચતુષ્કોણો દોરો —

(૧) અ=ક=૭ ૨ સે મી., બ=ડ=૨ ૯ સે મી, ને बड=૪.૨ સેં. મી.

(૨) અ=૨ ૧″, ″=૨ ૪″, ક=૪ ૭″ ડ=૨ ૧″, बड=૩ ૭″.

(૩) અ=ડ=ક=૨ ૧ સે. મી, बड=૨ ૭ સે, બ=૩ ૨ સે. મી.

( ) અ=બ=ક=ડ=૬ ૧ સે મી, अक=૮ ૩ સે મી

(૫) અ=૫ ૧″, બ=૬ ૨″, ક=૬ ૦″, ∠ब=૭૨°, ∠क=૫૧°.

(૬) અ=બ=ક=૩ ૭′, डअ=૪ ૨″, ∠ब=૧૫૨°

(૭) અ=૨ ૧″, બ= ૪″, ∠क=૬૯°, ∠अ=૭૫°, ક=૧.૪″

(૮) અ=બ=ડ=૬ ૫ સે મી ∠अ=૬૭°, ડ=૪ ૨ સે મી

૪ કોઇ પણ દશ ચતુષ્કોણ દોરી તેને ત્રિકોણમાં વિભાગી ખૂણાઓ માપી નીચેના કોષ્ટકમાં તેઓનો સરવાળો કરો —

ચતુષ્કોણ	ત્રિકોણ ૧		ત્રિકોણ ૨			કુલ અંશ
૧						
૨						
. . વગેરે ...	...	...	...	...	...	... ...

૫. ત્રણ ખૂણાઓ ૮૨°, ૫૩°, ને ૬૭°, હોય તો ચતુષ્કોણનો ચોથો ખૂણો કેવડો ?

૬. ચતુષ્કોણોમાં નીચે પ્રમાણે ખૂણા હોય તો ચોથા ખૂણા કેવડા ? ૧૨°, ૧૧૫°, ૭૩°; ૨૭°, ૮૧°, ૫૭°; ૬૨°, ૯૦°, ૧૨૭°; ૮૫°, ૨૩°, ૫૩°, ૯૭°, ૫૮°, ૬૨°; ૩૯°, ૬૩°, ૧૧૩°; ૨૩°, ૫૯°, ૧૩૭°; ૪૭°, ૯૩°, ૧૧૦°; અને ૮૧°, ૮૮°, ૯૮°.

૭. જો એક ચતુષ્કોણમા બે ખૂણા ૧૧૧° અને ૬૭° છે અને બાકીના બે સરખા છે તો તે ખૂણા કેવડા?

૮. એક ચતુષ્કોણમા પહેલો ખૂણો બીજાથી બમણો, બીજો ત્રીજાથી બમણો અને ત્રીજો ચોથાથી બમણો છે તો દરેક ખૂણો કેવડો?

૯ એક ચતુષ્કોણમા બધા ખૂણા સરખા છે તો દરેક ખૂણો કેવડો છે?

૧૦ એક ચતુષ્કોણમા પહેલો ખૂણો બીજાથી ત્રીજે ભાગનો છે, બીજો ત્રીજાથી અર્ધો છે અને પહેલો ચોથાથી બમણો છે તો દરેક ખૂણો કેવડો?

૧૧ એક ચતુષ્કોણમા બે ખૂણા કાટખૂણા છે અને બાકીના બેમાથી એક બીજાથી બમણો છે તો આ ખણા કેવડા?

૧૨ એક ચતુષ્કોણમા બે કર્ણો કાટખૂણે છેદે છે અને ચતુષ્કોણની બાજુ સાથે સરખા ખૂણા કરે છે તો તેના ખૂણા શોધી કાઢો

૧૩ ∠अबक, ૭૩ નો કરો, बअ=૩ ૦"ની કરો અને बक=૪ ૩" ની કરો. अમાથી बकને અને कમાથી अबને, સમાન્તર લીટી દોરો

૧૪ નીચે પ્રમાણે અંગો આપેલા છે તો સ૦ ચ૦ બનાવો—

(૧) ∠ड=૩૫°, ડ=૪ ૩" અને ક=૩ ૯'

(૨) ∠क=૬૭°, અ=૭ ૮ સે. મી અને બ=૭. ૧ સે મી.

(૩) ∠क=૧૧૫°, ક=૯ ૩ સે. મી અને બ=૬ ૧ સે. મી.

(૪) ∠ब=૭૧°, અ=બ=૪ ૧.

(૫) ∠ड=૭૭°, ડ=ક=૨ ૨'

૧૫. અ=ક=૫ ૬", ડ=બ=૭ ૧' અને ∠अ=૮૨°નો ચતુષ્કોણ દોરો.

૧૬. નીચેનાં માપ ઉપરથી ચતુષ્કોણો દોરો—

(૧) અ=ક=૪ ૨ સેં. મી, બ=ડ=૩ ૯ સેં. મી, ∠ब=૩૭°.

(૨) ∠अ=૭૨°, ક=અ=૩ ૨" અને ડ=મ=૪ ૩".

(૩) ∠क=૧૨૭°, અ=ક=૭ ૫ સે. મી. અને બ=ડ=૯ ૩ સે. મી.

(૪) ∠ब=૧૦૧°, અ=ક=૩ ૫", બ=ડ=૪ ૨".

(૫) ∠ब=૬૨°, અ=ક=૪·૦", બ=ડ=૨·૯".

૧૭ જાડા દોપીરતાની ચાર પટી કાઢી એક સ૦ ચ૦ બનાવો. તેને મચડી એક ખૂણો કાટખૂણો કરો, બાકીના ખૂણા માપો.

૧૮. જાડા કાગળના કટકાઓના છેડા ટાંકણીથી સાંધી પાચ ગમે તેવા સ૦ ચ૦ બનાવો મચડી તેના લંબ ચોરસ બનાવો

૧૯. નીચેનાં માપ પરથી લંબચોરસ બનાવો —

(૧) બ=૩ ૨ સે મી, ક=૭ સેં મી

(૨) અ=૩ ૨ સેં મી, ડ=૨·૯ સે મી.

(૩) અ=૨ ૧", બ=૩ ૮. (૪) બ=૨ ૮", ક=૪".

(૪) ક=૩ ૧", ડ=૫ ૩" (૬) બ=૨ ૯ સે.મી, ક= ૮ સેં.મી.

૨૦. નીચેના માપ પરથી લંબચોરસ દોરો —

(૧) અ=બ=૩ ૨", (૨) ક=ડ=૪ ૨ સેં. મી

(૩) બ=અ=૭ ૮ સે મી. (૪) ડ=અ=૫ ૯ સ મી.

(૫) અ=બ=૨ ૯" અને (૬) બ=ક=૩·૧"

૨૧. નીચેના માપ પરથી સમચોરસ દોરો—તેના કર્ણ આગળના ખૂણાઓ માપો —

(૧) અ=૫ ૭ સે મી　(૨) ડ=૫ ૮ સે મી.

(૩) બ=૩ ૪".　　(૪) અ=૨ ७".

(૫) ક=૯ ૭ સે. મી.　(૬) ક=૩ ૧".

૨૨. તમારી ચોપડી લંબચોરસ છે એમ શા ઉપરથી કહેશો ?

૨૩. તમારી નોટ બુક સમચોરસ છે એમ શા ઉપરથી કહેશો ?

૨૪. તમારા લંબચોરસ કાગળના કકડાને સમચોરસ બનાવો.

૨૫. તમારા કાગળને બેવડ વાળી એક સમચોરસ બનાવો.

૨૬. એક સમચોરસ ચોકઠું લઇ જરા મચડવાથી શું થશે ?

૨૭. સમચોરસ અને રૉમ્બસના કયાં કયાં અંગમાં ફેર છે ?

૨૮. નીચેનાં માપ ઉપરથી રૉમ્બસ દોરી કર્ણ ને ખૂણા માપો:—

(૧) ∠अ=૬૧°, અ=૫૧″, (૨) ∠ब=૧૧૫°, બ=૩૨′,

(૩) ∠क=૭૨°, ક=૭૯ સે. મી,

(૪) ∠ड=૬૫°, ડ=૯૭ સે. મી

૨૯ ફુલનો ક્યારો રૉમ્બસ કરવા માટે માળી શું કરે છે?

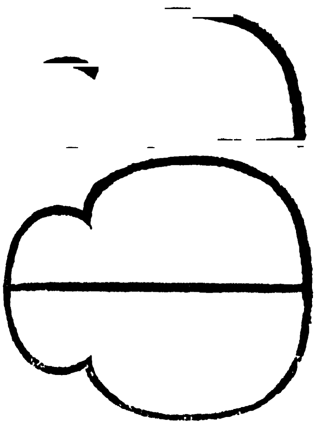
૩૦ સમચોરસ અને રૉમ્બસના ગુણોમાં શો ફેર છે?

૩૧ જાડા કાગળની પટી કાપી ટાંકણીવતી તેનો રૉમ્બસ બનાવો.

૩૨ નીચેની આકૃતિમાં બતાવેલા ખાનામાં કયા કયા ગુણ કયી કયી આકૃતિને લાગુ પડે છે તે "હા", "ના" શબ્દ લખી બતાવો—

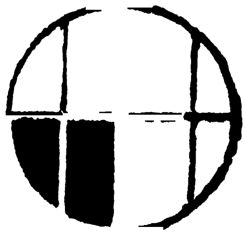
આકૃતિ	સામસામેની બાજુ અને બાજુ સમાંતર	કર્ણો એક બીજાને દુભાગે છે	ખૂણા કાટખૂણા છે	કર્ણો એક બીજાના બરાબર છે	કર્ણો કાટખૂણે એક બીજાને છેદે છે	પાસે પાસેની બાજુ બરાબર છે
સ૦ ચ૦						
લંબચોરસ						
સમ ચોરસ						
રૉમ્બસ						

§ ૮. સમ્મિતરૂપ આકૃતિ.



ગમે તે એક કાગળનો કટકો લઇ તેને એવડ વાળો અને તેને ગમ્મે પડે તેવા આકારમા કાપો અને તેને પછી પાસેની આકૃતિમા બતાવ્યા પ્રમાણે પાછો ઉકેલો તો જે આકૃતિ થશે તે જે લીટી ઉપર કાગળ એવડ વાળ્યો છે તેની આસપાસ **સમ્મિતરૂપ** છે એમ કહેવાય છે અને એ લીટીને **સમ્મિતરૂપ આકૃતિની ધરી** કહે છે.

સમ્મિતરૂપ આકૃતિ કરતી વખતે આપણે કાગળને એવડ વાળી ગમે તે આકારમા કાગળના બન્ને પડને કાપ્યા છે, તેથી સ્પષ્ટ થાય છે કે બન્ને ભાગની કોરોના બિંદુઓ એકબીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે. અથવા એક બાજુની આખી કોર બીજી બાજુની કોર સાથે **સમાધાન સ્થિતિમાં** મળી જાય છે આ ઉપરથી વધારે માલમ પડશે કે જો કોઇ અબ લીટી ઉપર લંબ દોરી હોય તો તે બન્ને કોરોને 'મળતા આવતા" બિંદુમા મળશે, વળી ધરીથી આ લંબના બે સરખા કટકા થશે, એટલે કે લંબનુ **મધ્ય** બિંદુ આ ધરી ઉપર આવશે.



વળી આ ધરીની ઉપરનો કોઇ પણ ભાગ આપ્યો હોય અને સમ્મિતરૂપ આકૃતિનો બીજો ભાગ પૂર્ણ કરવો હોય તો આપેલી કોરના પૃથક્ પૃથક્ બિંદુમાંથી આપેલી લીટી—ધરી ઉપર લંબ દોરવા, અને લંબનાં મળેલાં અંતરે ઉપર યા નીચે તેને લંબાવવાથી બીજી બાજુની કોરનાં મળતા આવતાં બિંદુઓ મળશે. અને આ બિંદુને સાધનારી લીટી તે બીજો ભાગ

અની કોર થશે આ પ્રમાણે સમ્મિતરૂપ આકૃતિ તેના અર્ધા ભાગ ઉપરથી આખી થઇ શકશે

સમ્મિતરૂપ આકૃતિની ધરી એક હોય છે અને એકથી વધારે પણ હોય છે. આ ધરીની સંખ્યાનો આધાર કેવળ આકૃતિના પ્રકાર ઉપર છે. જેમકે ઉપરની આકૃતિમા જ્યારે એકજ ધરી છે (આ પ્રકરણને મથાળેની આકૃતિ) ત્યારે વર્તુળની સમ્મિતરૂપ ધરીની સંખ્યા અનહદ છે, કારણ કે ગમે તે વ્યાસ ઉપર વર્તુળને એવડ વાળ્યાથી આકૃતિ સમ્મિત રૂપ છે એમ પાછળના પ્રયોગમા બતાવ્યુ છે

વળી સફાઇ આકૃતિઓ જેમ સમ્મિતરૂપ હોય શકે છે તેમ ઘન આકૃતિ પણ સમ્મિતરૂપ હોઇ શકે છે જ્યારે સફાઇ આકૃતિમા ધરી સીધી લીટી હોય ત્યારે ઘન આકૃતિમા "**ધરી**" **લીટી** યા **સફાઈ** હોય છે અને તેને **સમ્મિતરૂપ ધરી** યા **સમ્મિતરૂપ સફાઈ** કહે છે, કોઇ કોઇ વખત ઘન વસ્તુમા સમ્મિતરૂપ ધરી પણ હોય છે અને સમ્મિતરૂપ સફાઇ પણ હોય છે જેમકે ગોળનો વ્યાસ તેની સમ્મિતરૂપ ધરી છે અને તેમાથી જતી સફાઇ ગોળની સમ્મિતરૂપ સફાઇ છે. જેમ સમ્મિતરૂપ ધરી ઉપર લંબ દોરવાથી સમ્મિતરૂપ આકૃતિ નક્કી થઇ શકે છે તેમજ સમ્મિતરૂપ સફાઈ ઉપર લંબ દોરવાથી તેજ આકૃતિ નક્કી થઇ શકે છે.

કોઇ કોઇ આકૃતિઓ એવી પણ હોય છે કે તેમા સમ્મિતરૂપ ધરી યા સમ્મિતરૂપ સફાઇથી સ્વતંત્ર **સમ્મિતરૂપ બિંદુ** હોય છે. જેમકે ગોળને સમ્મિતરૂપ ધરી અને સમ્મિતરૂપ સફાઈ હોવા ઉપરાત સમ્મિતરૂપ બિંદુ પણ છે આવા બિંદુઓને તે આકૃતિના **મધ્યબિંદુઓ** પણ કહેવામાં આવે છે.

સમ્મિતરૂપ આકૃતિ ઉપરના પ્રશ્નો.

નોટ—કોઈ વસ્તુને એવડ વાળ્યાથી તેની અંદર જે નિશાની થાય છે તેને તેનો **સળ** કહે છે.

૧. કાગળને બેવડ વાળી ગમે તે દશ પ્રકારે કાપી તેની દશ જુદી જુદી સમ્મિતરૂપ આકૃતિ બનાવો.

૨ કોઇ પણ કાગળના કટકાને બેવડ વળી તેને નીચેના આકારમાં કાપી દરેકમાં કેવી આકૃતિ થાય છે તે કહો —

(૧) સળની ઉપર લંબ રાખી કાટખૂણ ત્રિકોણ રાખો

(૨) સળની ઉપર સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણ રાખો (બાજુ ઉપર).

(૩) સળની ઉપર સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણ પાયા ઉપર રાખો.

(૪) સળની ઉપર વિષમ બાજુ ત્રિકોણ રાખો

(૫) સળની ઉપર કાટખૂણ ત્રિકોણની ટુંકી બાજુ રાખો.

(૬) સળની ઉપર સમબાજુ ત્રિકોણ રાખો.

(૭) સળની ઉપર સાંકડખૂણ ત્રિકોણ રાખો.

(૮) સળની ઉપર અર્ધવર્તુળનો વ્યાસ રાખો

(૯) સળની ઉપર લંબચોરસ રાખો

(૧૦) સળની ઉપર સમચોરસ રાખો

(૧૧) સળની ઉપર સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ રાખો.

(૧૨) સળની ઉપર રૅમ્બસ રાખો

૩ નીચેની આકૃતિમાં કયી આકૃતિએ સમ્મિતરૂપ ધરી છે? દરેક આકૃતિમાં એવી કેટલી ધરી છે? નીચેની દરેક આકૃતિ કાપીને તેની જેટલી સમ્મિતરૂપ ધરી હોય તેટલી બનાવો–સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ; સમબાજુ ત્રિકોણ; સમચોરસ; લંબચોરસ; સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ, રૅમ્બસ; સમપંચકોણ, સમષટ્કોણ, વર્તુળ, અને અર્ધવર્તુળ

૪ કોઇ પણ કાગળના કટકાને બેવડ વાળો અને પાછો એવી રીતે વાળો કે બન્ને સળો કાટખૂણે છેદે ગમે તે આકાર કાપી ઉકેલતાં કેવી જાતની આકૃતિ થશે? અને દરેકને સમ્મિતરૂપ ધરી કેટલી છે?

૫ કોઇ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ કાપી તેને કર્ણ ઉપર બેવડ વાળતાં આકૃતિ સમ્મિતરૂપ છે?

૬ એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ દોરો–તેના કર્ણો અ બિંદુમાં છેદે છે. આ બિંદુમાંથી સામસામેની બાજુ સુધી સીધી લીટી દોરી અને તેના ખંડ માપી જુઓ.

૭ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સમ્મિતરૂપ ધરી યા બિંદુ હોય તો કારણ આપી બતાવો.

૮ એક કાગળના કટકામાંથી એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ કાપો; કર્ણના છેદનબિંદુમાં ટાંકણી ગોઠવી તેની આસપાસ એ આકૃતિને ફેરવો. ફેરવી પછી કયા ભાગમાં એ આકૃતિ બરાબર બેસાડો. પછી બરાબર બેસાડતી વખત કેટલા ખૂણામાં એ આકૃતિ ફેરવવી પડશે?

૯ સમ્મિતરૂપ સફાઈવાળી નજર વસ્તુના દાખલા આપો.

(દાત. જેમન, ચોપડી, વગેરે)

૧૦ કાચનો આયનો સમ્મિતરૂપ સફાઈ થઈ શકે છે? થઈ શકે તો તે કેવી રીતે થાય છે તે બતાવો.

૧૧ એક કાગળના કટકાને બેવડ વાળો અને તેની ઉપર બેવડ કાગળમાં સોયાથી કાણાં પાડો, કાગળને ઉકેલતાં કેવી આકૃતિ બનશે?

૧૨ પ્રશ્ન ૧૧ પ્રમાણે દશ જુદી આકૃતિ પાડી શું અનુમાન કરો?

૧૩. એક આકૃતિમાં સળ અને એક બાજુનો ભાગ આપ્યા હોય તો બાકીનો ભાગ શોધી કાઢો.

૧૪ પ્રશ્ન ૧૩ પ્રમાણે અર્ધો ભાગ લઈ બાકીનો અર્ધો ભાગ શોધી કાઢો.

૧૫ સમ્મિતરૂપ આકૃતિનું એક બિંદુ ધરી ઉપર છે, તો તેની સામેનું મળતું આવતું બિંદુ ક્યાં હોવું જોઈએ?

૧૬. કોઈ આકૃતિમાં ધરી નહિ પણ મધ્ય બિંદુ હોય તો મળતાં આવતાં બિંદુઓનો શો સંબંધ હશે?

૧૭. મધ્ય બિંદુની આસપાસ કાણાં પાડી એક સમ્મિતરૂપ આકૃતિ કરો.

૧૮ વર્તુળની સમ્મિતરૂપ ધરી કાઢો તે ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

૧૯ બે વર્તુળ એક બીજાની બહાર છે તો તે બન્નેની સમ્મિતરૂપ ધરી શોધી કાઢો તે પરથી શું અનુમાન કરો છો?

૨૦. બે વર્તુળ એક બીજાને છેદે છે તો તેની સમ્મિતરૂપ ધરી શોધી કાઢો. તે પરથી શુ અનુમાન કરો છો ? (વર્તુળો બહારથી છેદે છે)

૨૧. બે વર્તુળ એક બીજાની અદર છે તો તેની સમ્મિતરૂપ ધરી શોધો.

૨૨. એક અંડાકૃતિ લઈ તેની સમ્મિતરૂપ શોધી કાઢો

૨૩ નીચેની વસ્તુના સમ્મિતરૂપ બિદુ, ધરી યા સફાઈ બતાવો—
રકાબી, લોટો, લૅપ, કોટ, ટોપી, હાથની છત્રી, બટન, ઘડીયાળ, રગનો તકતો, કિડરગાર્ટનના રમકડાઓ, પટીઉ મૂકાતી ઘેડી, સ્લેટ, શીશી, પતગ, લખોટો, ચપ્પુ, તકતો, પાણીની ગોળી અને માણસનુ શરીર.

૨૪ ઉપર સિવાયના દશ ઘન વસ્તુઓના નામ આપો કે જેમા સમ્મિતરૂપ બિદુ, ધરી યા સફાઈ હોય

૨૫ દશ જુદી જુદી વસ્તુના નામ આપો કે જેમા સમ્મિતરૂપ ન હોય સમ્મિતરૂપતા ન હોવાના કારણ આપો

૨૬ માણસના શરીરમા સમ્મિતરૂપ ધરી યા સમ્મિતરૂપ સફાઈ છે ?

§ ૯. સ્કેલ માપ અથવા અંતર પ્રમાણ.

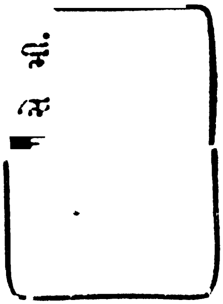
જ્યારે કોઈ પણ વસ્તુને વ્યવહારિક કામને લીધે અમુક પ્રમાણમાં મોટી યા નાની કરવામા આવે છે ત્યારે જે રીતિ વપરાય છે તેને **સ્કેલ રીતિ** કહે છે અને જે માપ કર્યું હોય તેને સ્કેલ માપ કહે છે. આ ઉપરથી નક્કી થાય છે કે સ્કેલ માપમા બે ચીજો અગત્યની છે. એક તો **આપેલી** વસ્તુ છે અને બીજું તેને નાની મોટી કરવાનું **પ્રમાણ** કે જેના ઉપરથી આપેલી વસ્તુ નાની મોટી થઇ શકે છે, તેમજ સ્પષ્ટ થાય છે કે જ્યારે સ્કેલ માપ આપ્યું હોય તો તે ઉપરથી નાની મોટી વસ્તુનુ પ્રમાણ નીકળી શકે છે. **અ** બિદુ **બ** બિંદુથી ૭ માઈલ દૂર છે, એ અંતર જ્યારે કાગળ ઉપર દર્શાવવું હોય ત્યારે ૭ માઈલ લાબો કાગળ કરવો તે લગભગ અશક્ય થઈ પડે છે. તેથી ગણિતશાસ્ત્રીઓએ એવી રીતિ

ધારણ કરી છે કે પ્રકૃતિનો એક માઇલ તે કાગળનો (ધારો કે) એક ઇંચ સમજવો તે પ્રમાણે બે માઇલ તે બે ઇંચ સમજવા, વગેરે. આ પ્રમાણે અથી બનુ અંતર કાગળ ઉપર ફક્ત ૭" થી દર્શાવી શકાશે, તેમજ વળી જો એક માઇલને માટે ૧ સે. મી યા ૩ મે મી લીધા હોય તો ૭ માઇલને માટે ૭ સેં મી યા ૨૧ મે મી લેવા પડશે આ પ્રમાણે મોટ પણ મોટા માપને યોગ્ય પ્રમાણથી નાના માપમા દર્શાવી શકાશે, અને તેથી ગણિત વિદ્યાનુ કામ ઘણુ આગળ વધી શકે છે ગામના, તાલુકાના, દેશના, દરીઆના, આકાશના, વગેરેના અંતરો લખી રાખવા હોય ત્યારે આજ રીતિ વાપરવામા આવે છે આ રીતિથી મુખ્ય ફાયદો એ છે કે જ આપણે વારવાર લખવુ પડ અને જેનું આપણે વારવાર પુનરાવર્તન કરવુ પડે અને જેની આકૃતિ કરતા મુશ્કેલી નડે તે આથી હેલ થઈ પડ છે અને એની મદદ વાડે ઘટીએ બીજી મુશ્કેલીઓ દૂર કરવામા લઈ શકીએ છીએ નકશા વગેરે કરવામા આજ સ્કેલ માપ હમેશા વાપરવામા આવે છે

જેમ સપાટના પરિમાણો સ્કેલ માપથી દર્શાવી શકાય છે તેમજ ઘન વસ્તુના પરિણામો પણ એજ માપથી બનાવી શકય છે જેમકે પાચ ફુટની કોરવાળા ઘનને સ્કેલ માપથી દર્શાવવો હોય તો એક ફુટને બદલે એક ઇચ લઇ કાગળ ઉપર આકૃતિ કાઢી બતાવી શકાશુ એજ માપથી ઇજનેરો મોટી મોટી ઇમારતો અને મિનારાઓની આકૃતિ પાડે છે

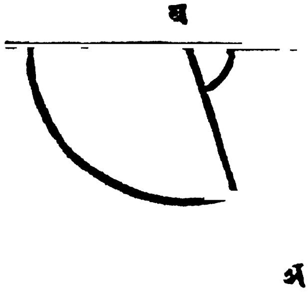
સ્કેલમાપમા પ્રમાણ એ અવશ્યનં બાબત છે, ન પ્રમાણમા કાગળ ઉપરની આકૃતિ પ્રાકૃતિક પરિમાણથી નાની થાય છે તેમજ તેનાં ઉલટા પ્રમાણમા કાગળની આકૃતિથી પ્રાકૃતિક પરિમાણ મોટુ થાય છે આ ઉપરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે સ્કેલ માપમા ત્રિરાશિનુ ભૂમિતનુ તત્વ છે. અને તે એટલું બધુ છે કે જ્યારે વિદ્યાર્થી ભૂમિતિ શીખવવાના સ્થાને પહોચે છે ત્યારે તેનુ વધારે સ્પષ્ટીકરણ કરવાનું અત્રે કારણ નથી, જેમકે એક ખેતર ૫૦ વાર લબુ અને ૩૦ વાર પહોળુ છે તો તેને ૧૦ વારના

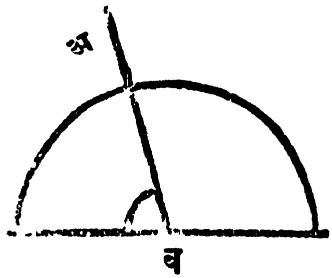
૩ સે મી.



૧ સે મી ના પ્રમાણમાં બતાવીશું ત્યારે પાસેની આકૃતિ જે પ્રમાણમાં આપેલા ખેતરથી નાની છે તેના ઉલટા પ્રમાણમા એટલે ૧ સે મી ના દશ વારના પ્રમાણમા એ આકૃતિથી આપેલુ ખેતર મોટું છે ઉપલા પ્રમાણને ૧૦ વાર ૧ સે મી લખવામા આવે છે એટલે કોઇ પ્રમાણ ૧૨ ૧ આપ્યુ હોય તો તેનો અર્થ એવો થાય છે કે મુખ્ય આકૃતિમા જે અતર ૧૨ હોય તે નવી આકૃતિમા ૧ થી બતાવવુ વળી કોઇ વખતે પ્રમાણ ૧ માઇલ : ૧ ઇંચ આપ્યું હોય તો તેનો અર્થ એવો છે કે આપેલી આકૃતિનો એક માઇલ તે નવી આકૃતિનો એક ઇંચ સમજવો

જ્યારે એક બિંદુમાથી બીજા બિંદુ તરફ જોઇએ તો દષ્ટિમાથી જતી બન્ને બિંદુને સાધનારી સીધી લીટી દરેક બિંદુમાથી જતી ક્ષિતજ સમાન્તર લીટીની સાથે ખૂણો કરે છે, દરેક બિંદુ આગળના આ ખૂણાને સામેના બિંદુ સાથે પહેલા બિંદુ બેરીંગ યા કોણ અતર કહે છે જેમકે **વ** બિંદુથી **અ** બિંદુનું બેરીંગ યા કોણ અતર કાઢવું હોય તો **વ** આગળના પ્રોટ્રેક્ટરના પાયાને ક્ષિતિજ સમાન્તર રાખી **અ** બિંદુ પ્રોટેક્ટરના જે ખૂણામા માલમ પડે છે તે **અ**નુ **વ** આગળનુ બેરીંગ યા કોણ અતર કહેવાય છે તેમજ **અ** આગળથી **વ** નુ કોણ અતર કાઢવુ હોય તો પ્રોટ્રેક્ટરને **અ** આગળથી ક્ષિતિજ સમાતર રાખી **વ**ના દિશામા જવું અને જે ખૂણાના અતરે પ્રોટ્રેક્ટરમા **વ**ની દિશા જતી હોય તે **વ**નું **અ** આગળથી કોણ અતર સમજવુ **અ**, આંખની ક્ષિતજ લીટીની નીચે કે ઉપર હોય છે.





નીચ કોણ અંતર. ઉચ્ચ કોણ અંતર

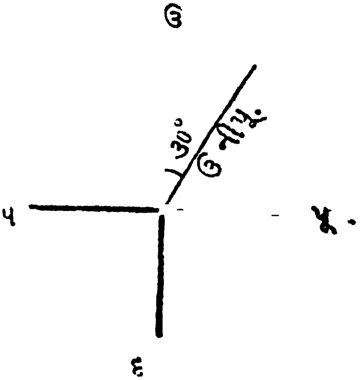
ઉપરની આકૃતિથી સ્પષ્ટ થશે કે अ નું અંતર ब આગળથી કાઢવું હોય તો ब આગળ એક ક્ષિતિજ સમાન્તર સીધી લીટી દોરવી અને अ, बને સાંધી આ બે લીટીની વચ્ચે જે ખૂણો થાય તે अनुं ब આગળ બેરીંગ યા કોણ અંતર સમજવું વળી સમાન્તર લીટીઓ સાથે આડી લીટીથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર છે તેથી જ્યાં સુધી બિંદુઓ સ્થિર છે ત્યાં સુધી અરસ્પરસ બન્નેનું બેરીંગ એકજ રહેશે વળી તેથી જો એક વસ્તુ ઘણી ઉંચી હોય અને પહોંચી શકાય એવી ન હોય તો પણ બીજું બિંદુ જો દૃષ્ટિગોચર હોય તો તેનું બેરીંગ નીકળી શકે છે.

જો કે મોટા મોટા લંબાઇના અંતરોને સ્કેલ માપથી નાનાં કરવાની જરૂર પડે છે તો પણ ગમે તેવા ખૂણાન અંતરોને એ માપથી નાના કરવાની જરૂર પડતી નથી. કારણ કે જ્યારે બે બિંદુનું કોણ અંતર તેના સીધી લીટી અંતરથી સ્વતંત્ર છે અને મોટા લંબાઇના અંતરો કાગળ પર દર્શાવી શકાતા નથી ત્યારે ગમે તેવાં મોટા કોણનાં અંતરો કાગળ ઉપર તેટલીજ સહેલાઇથી (જેટલી સહેલાઇથી મૂળ અંતર રહી શકે છે) બતાવી શકાય છે આ કોણ અંતરોનો એક પ્રત્યક્ષ અને મુખ્ય ગુણ છે તેથી વિદ્યાર્થીએ કોણ અંતરો તેટલાજ રાખવા.

વળી કોઇ વખતે બિંદુઓની દિશા જાણીતી દિશામાંની ન હોય

ત્યારે પ્રોટ્રૅક્ટરથી તેની બરાબર દિશા (યા વહાણવટીના કૉમ્પાસથી)લેવામાં આવે છે જ્યારે એક બિંદુ એવી રીતે આપ્યુ હોય કે તે 'ઉત્તરે ૩૦° પૂર્વ તરફ" યા "ઉ૦ ૩૦° પૂ૦" યા "ઉત્તરની ૩૦° પૂર્વે" છે ત્યારે તેનો અર્થ એવો છે કે પ્રથમ ઉત્તરમા જોવું અને પછી પૂર્વ તરફ ૩૦° ના ખુણામથી ફરવું તો તે બિંદુ બરાબર સામુ આવશે

એજ પ્રમાણે કોઈ બિંદુ ગમે તે ખૂણામા આપ્યુ હોય તો પણ તેનુ બરાબર કોણ અતર નીકળી શકે છે,



નોટ ૧–જ્યારે કોઇ નકશો યા આકૃતિ સ્કેન માપથી કાઢવી હોય તો હમેશા પહેલાં હાથથીજ તેની નકલ કરવી અને ત્યાર પછી તે ઉપરથી ગણત્રી કરી તે ચોકકસ કરવી આ ઉપરથી ઘણા માપો નજર આગળ આવી જશે અને વ્યાવહારિક દૃષ્ટિ ઉઘડશે.

નોટ ૨–વિદ્યાર્થીને લક્ષમાં હશે કે ખૂણાનુ મહત્ત્વ તેની શાખા લીટીથી તદ્દન સ્વતંત્ર છે એટલે કે શાખા લીટીને ગમે તે પ્રમાણમાં નાની મોટી કરીએ તો પણ ખૂણાનુ મહત્ત્વ તેનું તેજ રહે છે.

સ્કેલ માપના પ્રશ્નો.

૧. નીચેની લીટીઓ ૧૫ : ૧ના માપમા દોરો—
   ૭૫ સે. મી., ૨૨૫ સેમી ૨'–૬", ૪', ૬'–૩", ૧૨ દે.મી ૧૫ મીટર

૨ નીચેની બાજુવાળા ત્રિકોણ ૧૦ : ૧ ના માપમા દોરો:–
   ૮,૧૨,૧૦; ૬,૯,૮, ૧૧,૧૪,૧૭, ૧૫,૯,૧૬; ૨૦,૨૧,૨૩; ૫,૭,૯; ૧૪,૧૭,૨૭, ૫,૧૦, ૧૪, ઇંચો.

૩ નીચેની બાજુવાળા લંબચોરસને ૬ : ૧ના પ્રમાણમાં દોરો:–
   ૩,૬; ૪,૮; ૮,૧૨; ૫,૧૦; ૧૫,૧૮; ૨૦,૨૪; ૨૪,૨૭; ૧૨,૧૫;

૨૪,૩૬, ૧૨,૧૬, ૧૮,૨૩, ૬,૧૨ સેં.મી.

૪. નીચેની બાજુવાળા ચોરસોને ૧૨ ૧ના પ્રમાણમાં દોરો —

૩, ૬, ૧૨, ૧૮, ૧૫, ૨૪, ૨૭, ૩૦, ૩૬ ઇંચો

૫. નીચેના વર્તુળો ૨૦ ૧ના પ્રમાણમાં દોરો —

ત્રિજ્યા-૫', ૧૦ સેં, મી, ૭૫', ૧૫", ૨૫ સે મી, ૧૦૦ સે મી, ૮૦', ૩૦૦ સેં મી, ૨'-૧', ૨૫ દે મી

૬ તમારી સામેની ૧૦ વસ્તુને માપી તેને ૪ ૧ના પ્રમાણમા નાની કરો

૭ એક માણુસ કલાકના ૬॥ માઇલ પ્રમાણે ૩ કલાક સુધી ચાલે તો ૧૦ મા. ૧" ના પ્રમાણમા બતાવો કે તે કેટલુ ચાલ્યો

૮ એક ઘોડો ૩ માઈલના પરિઘ ઉપર ૪ વખત ફરે છે તો ૬ માઇલ ૧" ના પ્રમાણમા બતાવો કે તે કેટલું ફર્યો

૯. એક તોપનો ગોળો ૨૬ માઇલની ત્રિજ્યાના ઘેરાવામા પડે તો ૧ મા. ૧" ના પ્રમાણમા તે જે ક્ષેત્રફળમા પડે તે બતાવો.

૧૦ એક સાઇકલવાળો ૧૨ માઇલ સીધો ગયા પછી ૧॥ રોધી લીટોના વ્યાસવાળા ૩ માઇલ ત્રિજ્યાના વર્તુળના પરિઘ ઉપર પાછો ફરી આવે તો ૧૦ મા . ૧" ના પ્રમાણમા તેનો રસ્તો બતાવો

૧૧. બે કિલ્લાઓ ૧૦ માઈલને અંતરે છે. અને તેમાથી તોપનો ગોળો ૭ માઇલ અંદર પડી શકે છે, જે સફાઈમા બન્નેના ગોળાઓ આવી પડે છે તેની આકૃતિ ૧ મા ૧ સે મી ના પ્રમાણમા કાઢે

૧૨. એક ગોળ બગીચામા (ત્રિજ્યા ૫૦') કોર ઉપર ઉભો રહી ૭૦' આસપાસ પાણી છાટી શકે છે તો જે સફાઈમાં પાણી ન જાય તેની આકૃતિ કાઢો. [૧૦ ફુટ . ૧"]

૧૩. ૧·૫ ફુટની ત્રિજ્યાના ત્રણ વર્તુળોનાં મધ્યબિંદુઓ સરખે અંતરે છે તો તેની આકૃતિ ૧ ફુટઃ ૧ ઇંચમાં દોરો.

૧૪. રૅામ્બસના આકારનો એક બગીચો ૧ માઇલ બાજુનો છે. ૧૭૬ વાર : ૧"ના પ્રમાણમાં બગીચો બતાવો. (એક ખૂણો ૭૨°નો છે.)

૧૫. ત્રણ વર્તુળનાં મધ્ય બિંદુઓ અરસપરસ ૮ માઇલ દૂર છે અને ત્રિજ્યા અનુક્રમે ૫, ૬, ૭ માઇલ છે તો ત્રણેની અંદર આવેલી સફાઇ બતાવો અને બબ્બેની અંદર આવેલી સફાઇ કાઢો [સ્કેલ ૧ માઇલ : ૧ સે.મી]

૧૬. બે વર્તુળનાં મધ્ય બિંદુઓ ૭ માઇલ દૂર છે અને ત્રિજ્યા ૫ અને ૬ માઇલ છે, બન્ને વર્તુળની વચ્ચેનો ભાગ ૧ માઇલ ૧" ના સ્કેલમાં બનાવો

૧૭ બે શિખરો એક બિંદુથી ૫ માઇલ અને ૬ માઇલ દૂર છે. જો તેઓની ઉંચાઇ ૩ અને ૫ માઇલ હોય તો ½ માઇલ ૧ સે મી. સ્કેલમા તેની આકૃતિ કાઢો

૧૮ પ્રશ્ન ૧૭ મામા આપેલા બિંદુથી શિખરની ઉંચાઇના મધ્ય બિંદુ કેટલે અંતરે છે ?

૧૯ એક માણુસ ટકરી ઉપર ૧૭ માઇલ જાય છે અને પાછો ૧૨ માઇલ ઉતરે છે, જો મૂળ સ્થાનેથી તે ૧૮ માઇલ સીધી લીટીમાં આવ્યો હોય તો તેના રસ્તાની આકૃતિ ૧૦ મા ૧"ના સ્કેલ પર કાઢો.

૨૦ એક માણુસ अ થી ઉત્તરે ૧૭ માઇલ જાય છે અને પછી પૂર્વ ૧૨ માઇલ જાય છે, તો તે अ થી કેટલે દુર ગયો ? સ્કેલ ૧૦ માઇલ ૧"

૨૧. એક ખેપીઓ क થી દક્ષિણે ૨૩ માઇલ જાય છે અને પછી પશ્ચિમમાં થોડુંક ગયા પછી (कની) દ ૩૩° પ૦ પર આવે છે તો તે પશ્ચિમમા કેટલુ ગયો ? સ્કેલ ૧૦ મા ૧ સે મી

નોટ—નીચેના પ્રશ્નોમાં યોગ્ય અંતર પ્રમાણુ વાપરવાં.

૨૨. अ, बથી ૨૨ માઇલ પૂર્વે ગયો અને પછી ૧૫ માઇલ દક્ષિણે ગયો અને પાછો પૂર્વે ૭ માઇલ ગયો ત્યારે अ, ब થી કેટલે દૂર ગયો ?

૨૩ એક લશ્કર વચ્ચે નદી આવવાથી, अથી ૪૫° વળી ૭૫ માઇલ જાય છે. અને વળી ૭૫° પાછું વળી ૧૨૫ માઇલ જાય છે (ब સુધી) તો તે કેટલુ અંતર વધારે ચાલ્યું ?

૨૪ એક નદીની પહોળાઈ ૩૦૦ ફુટની છે. પણ પાણીના જોરને લીધે પૂલને ૧૫° માંથી ફેરવવો પડે છે. તો એક ફુટે ૨૫,૦૦૦ રૂપિઆ પ્રણાણે કેટલો ખરચ વધારે થયો ?

૨૫ अ અને ब, क થી અનુક્રમે ૨૩ અને ૩૩ માઇલ ૪૨° ખૂણે આવેલાં છે તો अब કેટલું ?

૨૬ બે માણસો જુદા ગામથી એકજ ગામ જવા માટે ૫ અને ૬ માઇલ (કલાકના) વેગથી ચાલે છે જો તેઓ ૩॥ કલાક ચાલી એકજ વખતે ગામમાં આવી પહોંચે તો તેઓ કેટલું અંતર ચાલ્યા તે આકૃતિથી બતાવો પહેલાં બે ગામ ત્રીજા સાથે ૩૦° નો ખૂણો કરે છે.

૨૭ એક ત્રિકોણની બે બાજુઓ ૨૦ અને ૧૨ માઇલ છે અને અંતર્ખૂણો ૩૭° છે તો ત્રીજી બાજુ કેટલી ?

૨૮. એક △માં ∠ब=૭૨, ∠क=૫૬ અને अ=૧૨ માઇલ તો △ દોરી બાજુઓ માપો

૨૯ ગોધ્રાથી નૈઋત્ય ખૂણામાં મુંબઇ ૨૯૦ માઇલ છે અને પશ્ચિમમાં આણંદ ૪૦ માઇલ છે તો આણંદથી મુંબઈ કેટલું ? બન્નેનું કોણ અંતર શું ?

૩૦ મુંબઇથી ઉત્તરમાં અમદાવાદ ૩૧૦ માઇલ છે અને ઇશાનમાં નાગપુર ૫૩૫ માઇલ છે તો નાગપુરથી અમદાવાદ કેટલું ? બન્નેનું કોણ અંતર શું ?

૩૧ મુંબઇથી કલકત્તા પૂર્વની ઉત્તરે ૨૨ પર ૧૩૫૦ માઇલ છે અને લાહોર ઉત્તરમાં ૧૧૨૫ માઇલ છે તો લાહોર કલકત્તાથી કેટલું ? બન્નેનું કોણ અંતર શું ?

૩૨. એક ગામ ब થી પૂર્વમાં ૧૮ માઇલ દૂર છે અને क થી નૈઋત્યમાં ૨૩ માઇલ દૂર છે તો बक કેટલું ?

૩૩. એક ગાડીવાનને ૨૦ ને ખૂણે ૧૦૦ ફુટ ઉંચો અને ૫૦૦ ફુટ લાંબો પૂલ ચઢવો પડે છે તો તે કેટલું વધારે જાય છે ?

૩૪. એક આગબોટના રસ્તામાં ખડક આવવાથી તેને ૨૩°ને ખૂણે કતરાતું જવું પડે છે, ૭૨ માઇલ ગયા પછી ૭૩°ને ખૂણે અસલની દિશામાં આવવાને પાછું વળવું પડે છે, આગબોટ ૧૬ માઇલ કલાકની ચાલે તો તેનો કેટલો વખત નકામો ગયો ?

૩૫. ઉપરના પ્રશ્નમાં કલાકે ૨૦૦ રૂપિઆ ખર્ચ થાય તો કેટલો ખર્ચ નકામો થયો ?

૩૬. એક આગબોટ પૂર્વમાં अ થી ૨૫૦ માઇલ જાય છે. પછી દક્ષિણમાં ૧૨૫ માઇલ જાય છે અને પછી નૈઋર્ત્ય ખૂણામાં ૮૭½ માઇલ જાય છે તો તે अ થી કેટલી દૂર ગઇ?

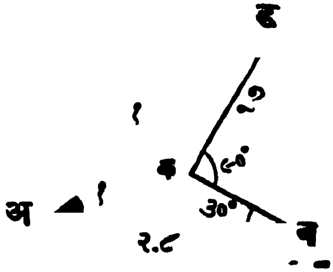
૩૭. એક આગબોટ પશ્ચિમમા, પછી ઉત્તરમાં, પછી પૂર્વમાં જાય છે; જો પહેલી જગ્યાથી તે ૭૫ માઇલ અને પશ્ચિમમાં ૧૮૦ માઇલ જાય તો ઉત્તર અને પૂર્વમાં તે કેટલી દૂર ગઇ હશે?

૩૮. अ, ब, क, ત્રણ ટેકરીઓ છે. अ क ૪૫ અને अ ब ૮૨½ માઇલ છે અને ∠बअक ૩૭° છે તો बक કેટલું?

૩૯. એક નદીની પહોળાઈ દર સો માઇલે ૨૦ ફુટ વધે છે તો તે ૧૧૫૦ માઇલ આગળ કેટલી પહોળી હશે?

૪૦. એક વહાણવટી अ થી ઉત્તરમાં ब સુધી ૩૫ માઇલ, ब થી પૂર્વમાં क સુધી ૪૭ માઇલ અને कથી ઉત્તરમાં ड સુધી ૩૯ માઇલ જાય છે તો अ ड કેટલું? अથી कનું કોણ અંતર યા બેરીંગ કેટલું?

૪૧. એક માણસ अ થી ब સુધી ૨૮ કીલોમીટર, ૩૦°ને અંતરે ब થી क સુધી ૧૩ કીલોમીટર, અને क થી ड સુધી ૯૦° ને અંતરે ૧૭ કીલોમીટર જાય તો अड કેટલું? અને अથીडનું બેરીંગ શું? જુઓ આકૃતિ.

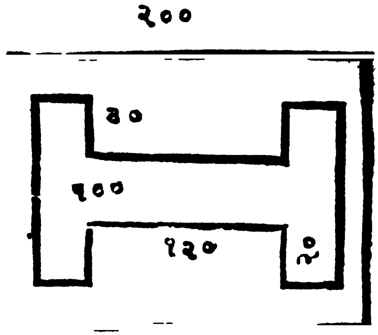


૪૨. अ,ब ની પશ્ચિમે ૩૫ માઇલ છે અને क, अ ની દક્ષિણે ૫૭ માઇલ છે તો ब क કેટલું? અને क થી ब નું બેરીંગ શું?

૪૩. श, य ના વાયવ્યમાં ૧૨૫ માઇલ અને य,ज्ञ ના ઇશાનમાં ૧૭૫ માઇલ છે તો शज्ञ કેટલું? બન્નેનું અરસપરસ બેરીંગ શું?

૪૪. कની પશ્ચિમે य ૬૨ માઇલ અને र, कની ઉત્તરે છે. જો यर ૭૫ માઇલ હોય તો कर કેટલું અને क આગળ रનું બેરીંગ શું?

૪૫. એક નિશાળ કમ્પાઉંડ સાથે પાસે પ્રમાણે છે તો ૬૦ ફીટઃ ૧" ના સ્કેલમાં તેનો નકશો દોરો—(પરિમાણ વારમાં છે)



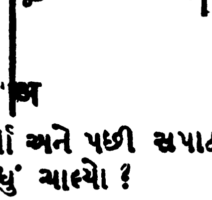
૪૬ નીચેની લંબાઈ પહોળાઇ વાળા ઓરડાના નકશા દોરો—

૨૨'×૩૪', ૪૫×૪૫', ૨૫'×૩૦, ૪૦×૨૯', ૧૭'×૧૯'; ૨૩'×૧૪', ૨૫મી૦×૨૭મી૦, ૩૫મી૦×૩૩મી૦; ૪૪મી૦×૪૮મી૦.

૪૭ એક માણસ ૬૦°ને ખૂણે ૨૫ ફુટ ચઢે છે અને પાછો વળી ૯૦°ને ખૂણે ૨૪ ફુટ ચઢે છે તો તે કુલ્લે સીધુ કેટલુ ચઢયો ?

૪૮ એક ટાવર ઉપર જવાને માટે દશ દાદર છે, દરેક દાદર ક્ષિતિજ સાથે ૭૨°નો ખૂણો કરે છે અને દાદર એકેકની ઉપર છે અને દરેકની લંબાઇ ૧૮ ફુટ છે તો ટાવરની ઉંચાઇ કેટલી ?

૪૯. એક ખાણમાં ૧૧૦ ફુટ લાંબી ગેલેરી છે અને પાછી આડી ૫૭ ફુટ લાંબી બીજી ગેલેરી છે અને પાછી ૬૩ ફુટ ત્રીજી ગેલેરી છે તો અક કેટલું ? (જુઓ પાસેની આકૃતિ)



૫૦. એક માણસ ૪૫°ને ઢોળાવે ૫૫૦ ફુટ ઉતર્યો અને પછી સપાટ જમીન ઉપર ૭૨૫ ફુટ ચાલ્યો તો કુલ્લે તે કેટલું સીધું ચાલ્યો ?

૫૧. એક મુસાફર પર્વત પર ૭૦° ને ખૂણે ૩૬ માઇલ જાય છે અને પછી ૧૫° ને ખૂણે (ક્ષિતિજ લીટીની સાથે) ૨૬ માઇલ જાય છે. પણ પાછેર

વળી ૧૮° ને ખૂણે ૦॥ માઇલ જાય છે ત્યારે પર્વતનુ શિખર આવે છે તો પર્વતનું શિખર કેટલુ ઉચુ હશે ?

૫૨. એક ઇંજનેર નદીના કિનારા પરથી ૧૫° ને રસ્તે ૭૫ ફુટ ઉતરે છે અને ૧૨૦ ફીટ સીધો ચાલી ૨૪° ને રસ્તે ૨૨૫ ફુટ ચઢે છે તો એ બે બિંદુની વચ્ચે કેટલો લાંબો પૂલ આવશે ?

૫૩. મુબઇથી લાહોર ઉત્તરે ૧૧૨૫ માઇલ અને લાહોરથી નૈઋત્યમાં ૭૩૫ માઇલ કરાંચી છે તો કરાંચીથી મુંબઈ કેટલુ ? મુંબઇ આગળથી કરાંચીનું કોણુ અંતર શું ?

૫૪. નાગપુરથી કાશી ઈશાનમાં ૬૫૦ માઇલ, કાશીથી પૂર્વની દક્ષિણે ૨૫° મા ઢાકા ૩૧૫ માઇલ અને ઢાકાથી ઈશાનમાં બ્રહ્મપુત્રાનો પૂર્વ છેડો क ૨૧૦ માઇલ છે તો નાગપુરથી क કેટલું ?

૫૫ એક લંબચોરસ ખેતર ૩૧૨′×૪૧૩′ છે, તો તેનો નકશો દોરો.

૫૬ નીચેના લંબચોરસો દોરો —

૧૨૨૫′ × ૮૫૦′, ૪૨૨′× ૩૧૪′, ૪૬ માઇલ × ૨૪ માઇલ,;

૧૧૧ કીલોમીટર×૧૮૫ કીલોમીટર

૫૭ ૬″ લાંબું કંપાસ ૧૫°ને ખૂણે ઉઘાડીએ તો બન્ને છેડાની વચ્ચે સીધી લીટી અંતર કેટલુ ?

૫૮. બે બંદર પૂર્વ પશ્ચિમ ૧૨ માઇલ છેટે છે અને એક વહાણ એકથી ઇશાનમાં અને બીજાથી વાયવ્યમાં છે તો વહાણનું અંતર બન્નેથી શું ?

૫૯. એક સમકોણબાજુ બહુકોણ ષટ્કોણ આકારમાં છે અને તેની દરેક બાજુ ૧૦૪ વાર છે તો તેનો નકશો દોરો.

૬૦. બે માણસો ૧૦૦૦ ફુટ અંતરે ઉત્તર દક્ષિણ છે. એક દીવાદાંડી એકથી દક્ષિણની પશ્ચિમે ૨૦° અને બીજાથી ઉત્તરની પશ્ચિમે ૨૫° પર દેખાય છે તો તેનું અંતર કેટલું ?

૬૧. એક સમબાજુ ત્રિકોણની બાજુ ૨૨૫ ફુટ છે તો શિરોબિંદુથી સામેની બાજુમાં સૌથી નજીક બિંદુ (લંબ અંતર) કેટલું દૂર છે ?

૬૨. બે બોયાં अ અને ब ८०० વાર છેટે છે અને ब, अ ની ઉત્તરે છે; એક વહાણ ब ની પાસે થઇ પૂર્વમા જાય છે અને તેને માલમ પડે છે કે પાંચ મીનીટ પછી क નું કોણ અંતર દક્ષિણની પશ્ચિમે ૫૭° થશે તો તે વહાણ કલાકમાં કેટલું ચાલે છે ?

૬૩. ત્રણ શહેરો એક સીધી લીટીમાં છે. મધ્યના શહેરથી આજુ બાજુનાં શહેરો ૩૫ અને ૪૧ માઇલ છે. ચોથું શહેર મધ્ય શહેરથી ૫૩ માઇલ અને નીચેનાથી ૬૨ માઇલ છે તો ઉપરના શહેરથી તેનુ અંતર કેટલું ? અને તેનુ કોણ અતર દરેક શહેરથી શુ ?

૬૪. એક કમળ પાણીથી ૧૬॥ ઇચ ઉચુ છે અને પવનના ઝપાટાથી દૂર જતું રહી બરાબર તે ડુબી જાય છે જો ૩૬ ઇંચ દૂર તે કમળ ડુબી જાય તો તળાવમાં પાણી કેટલું હશે ?

૬૫. એક બોયાને ૬૦′ લાબી સાકળીથી બાધેલું છે, ઓટ વખતે ૯૬′ વ્યાસ ઉપર તે ફરી શકે છે. જ્યારે ભરતી ૧૨ ફુટ વધારે ચઢે ત્યારે તે કેટલા લાબા વ્યાસ ઉપર ફરશે ?

૬૬. એક બોયું ૧૧૭ ફુટ લાંબી સાંકળથી બાધેલુ છે. ઓટ વખતે ૨૧૨ ફુટ વ્યાસ ઉપર તે ફરી શકે છે. જ્યારે ભરતી ૯૧ ફુટ વધારે ચઢે ત્યારે તે કેટલા લાંબા વ્યાસ ઉપર ફરી શકશે ?

૬૭. એક ગરૂડ ૫૦૦ ફુટ ઉચેથી પોતાની નીચે એક સાપને જુએ છે કે તરતજ એક કાટખૂણ ત્રિકોણના કર્ણને રસ્તે ઉતરી સર્પ ૬૫ ફુટ જાય છે એટલે તેને પકડે છે. ત્યારે ગરૂડ કેટલું અંતર ઉતર્યો હશે ?

૬૮. એક ઘોડાને લંબચોરસ બગીચાની વાડીથી ૩૫ ફુટ દૂર બાંધ્યો છે. દોરડું ૫૦ ફુટ લાંબું હોય ત્યારે બગીચાને વાડ ન હોય તો કેટલો બગીચો તે ચરી શકશે તેની આકૃતિ દોરો.

૬૯. એક સમડી ૪૪૦ ફુટ ઉચેથી જમીન ઉપર શિકારને જોઇ ૩૨°ને ખૂણે ઉતરે છે. પણ શિકાર મૂળ જગ્યાએથી ૨૨ ફુટ ગયા પછી પાછો વળે છે જેથી સમડીને ક્ષિતિજ લીટીની સાથે ૪૮°ને ખૂણે ઉતરવું

પડે છે. જો સમડી શિકારને પકડી શકે તો તે કેટલું ઉતરી હશે અને શિકાર પાછું વળી કેટલું જઇ શક્યો હશે?

૭૦. એક વાનરને વાડથી ૨૦ ફુટ દૂર બાંધ્યો છે. જો દોરડું ૩૦ ફુટ લાંબું હોય તો કેટલી વાડની લીલોતરી તે ખાઇ શકશે?

૭૧ अ દીવાદાંડીથી ब વહાણ ઉતરે છે અને क વહાણ ઇશાને છે; વળી क, ब ની પૂર્વમા છે. જો ब क ૫૭ માઇલ હોય તો अब અને अक કેટલું?

૭૨. એક નદી પૂર્વ પશ્ચિમ વહે છે અને એક માણસ એક કિનારા પરથી સામેના કિનારા પર એક ઝાડ ઉત્તરની પશ્ચિમે ૨૦° પર જુએ છે; ૨૦૦ વાર કિનારા પર ચાલ્યા પછી તેજ ઝાડ ઇશાનમાં જુએ છે તો નદી કેટલી પહોળી હશે?

૭૩. દમણથી મહાલક્ષ્મી અગ્નિ ખૂણામાં છે અને દેહેણુંથી ૨૭ માઇલ દૂર પૂર્વમા છે તો દમણથી દેહેણુ કેટલું?

૭૪. મુંબઇથી એલીફન્ટા જતા બોટ ૭ માઇલ સુધી ઇશાનમાં જાય છે અને પછી વાવ્યમાં ૫ ૩ માઇલ જાય છે તો મુંબઇથી એલીફન્ટા કેટલુ? તેનું કોણઅંતર પણ શોધી કાઢો.

૭૫. એક ઘડીઆળનુ ઘર ૧૬॥ ઇંચ પહોળુ છે અને અલારો ૩૯॥ ઇંચ લાંબો છે અને તે એવી રીતે હાલે છે કે બન્ને બાજુથી તેનું અંતર હમેશાં ૩" રહે છે તો અલારો કેવડા ખૂણામાં ફરતો હશે?

૭૬ ग થી ड પશ્ચિમે ૯ માઇલ, डથી ઉત્તરે अ ૧૨ માઇલ અને अ થી પશ્ચિમે ૧૭ માઇલ र છે તો गर કેટલુ?

૭૭. हની ઉત્તરે अ૧૨ માઇલ, हની દક્ષિણે ड ૨૪ માઇલ અને अની પશ્ચિમે क છે, અને कड ૪૨ માઇલ છે તો कड અને कअ કેટલું?

૭૮. कह=૧૯ માઇલ, कम=૧૧ માઇલ, मह=૧૭ માઇલ છે તો मह, कથી કેટલી દૂર છે?

૭૯. એક ટ્રાપિઝ્યમની સમાન્તર બાજુઓ ૭૮ વાર અને ૧૧૭

વાર છે અને વિષમ બાજુ દરેક ૧૫૬ વાર છે તો ટ્રાપિઝિયમની કર્ણની લંબાઈ કાઢો.

૮૦. એક વર્તુળની ત્રિજ્યા ૧૧૦ ફુટ છે અને એક જ્યા ૧૮૦ફુટ છે તો મધ્ય બિંદુમાથી જ્યા ઉપર પડતાં લંબનું માપ કાઢો.

૮૧. એક લંબચોરસની બાજુ ૮૪ વાર અને ૧૦૫ વાર છે તો તેના કર્ણનું માપ કાઢો.

§ ૧૦. પેપર ફોલ્ડિંગ યા સળરચના.

કોઇ પણ કાગળના કટકાને લઈ તેને ગમે તેમ વાળીએ તો તેના ઉપર કાપા પડશે; એ નિશાનીને સળ કહે છે આવી રીતે જોઇએ તેટલા સળ પાડી કાગળ ઉકેલી જોઇશુ તો અમુક જાતની ભૂમિતિની આકૃતિ આપણે મળશે અને એ આકૃતિ કરવાને જે રીતિ અખત્યાર કરવામા આવે છે તેને **સળરચના** યા **પેપર ફોલ્ડિગ** કહે છે અને એવી આકૃતિને **સળ રચનાથી થએલી આકૃતિ** કહે છે. સળ રચનાથી ગમે તે આકૃતિ કરતી વખતે ખાસ યાદ રાખવાનુ એ છે કે જે સાહિત્યો ભૂમિતિના અન્ય પ્રશ્નો છોડતી વખતે ઉપયોગમાં લઇ શકાય છે તે (ખાસ કહ્યા વિના) સળરચનામા વાપરી શકાતા નથી. જે જે આકૃતિ સળરચનાથી કરવાની છે તેમાં ફકત કાગળ અને હાથનોજ ઉપયોગ કરવાનો છે,

સળરચનાથી થતા પ્રશ્નો.

૧. કાગળ ઉપર સળ પાડી દશ જુદી જુદી સીધી લીટી બનાવો.

૨. સળ પાડી એકને બીજી સીધી લીટી છેદતી કરો.

૩. સળ પાડી વક્ર લીટી થઇ શકે કે નહિ તે બતાવો.

૪. બે બિંદુ નકકી કરી તેને સાધનારી સીધી લીટી સળથી બનાવો.

૫. બે બિંદુને સાંધનારી સીધી લીટી દુભાગો.

૬. બે બિંદુને સાંધનારી સીધી લીટીના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૭. બે બિંદુને સાંધનારી સીધી લીટીના ૪, ૬, ૮, ૧૨ અને ૧૫ સરખા ભાગ કરો.

૮. સળ પાડી એક સાંકડો ખૂણો, એક પહોળો ખૂણો, બે પાસે પાસેના ખૂણા, બે સામસામેના ખૂણા, અને એક કાટખૂણો બનાવો.

૯. એક કાગળને બેવડ વાળો અને પાછો સળના બન્ને ભાગો બરાબર મેળવી બેવડ વાળી ઉકેલી જુઓ કે કેવો ખૂણો થયો.

૧૦ ઉપર પ્રમાણે સળ પાડી દશ દ્વિકાટખૂણ ખૂણા બનાવો.

૧૧ પ્રશ્ન ૯ પ્રમાણે સળ પાડી કહો કે એ લીટીઓ કેટલા કાટખૂણા કરે છે

૧૨ એક 'રીફ્લેક્ષ' યા અતિદ્વિકાટખૃણ ખૂણો બનાવો

૧૩ એક કાટખૂણાને સળ પાડી દુભાગો આ નાનો ખૂણો કેટલા અંશનો હોવો જોઇએ? માપી ખાત્રી કરો

૧૪. ગમે તે જાતના ખૂણાને સળથી દુભાગો

૧૫ પહોળા ખૂણાને સળથી દુભાગો. આ નાનો ખૂણો કેવો છે?

૧૬. એક દ્વિકાટખૂણ કરી તેને ત્રણ કટકામા વાળી તેના ત્રણ સરખા ભાગ કરો આ દરેક ખૂણો કેવડો હશે?

૧૭ પ્રશ્ન ૧૬ પ્રમાણે એક કાટખૂણાને ત્રિભાગો.

૧૮. ગમે તે એક ખૂણો લઇ તેના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૧૯. એક બીજીને છેદે તેમ બે સીધી લીટીઓ વાળી જુઓ કે સફાઇનો કોઇ પણ ભાગ હદમા નહીં થઇ શકે છે આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

૨૦ ગમે તે એક ખૂણો લઇ તેના ૪ સરખા ભાગ કરો.

૨૧. ત્રણ બિંદુઓ લઈ તેમાંથી જતી બે લીટીઓ એવી રીતે વાળો કે એક ખૂણો થઈ શકે.

૨૨. એક સીધી લીટી વાળી તેની ઉપર પડતી કોઇ બિંદુમાંથી જતી બીજી સીધી લીટી વાળો, જુઓ કે પાસે.પાસેના ખૂણા જે એક બાજુ ઉપરના છે તે બે કાટખૂણા બરાબર છે કે નહિ

૨૩. ઉપરના પ્રશ્નમાં જુઓ કે બે કાટખૂણા કરતી અંત્ય શાખાલીટી સિવાય ખૂણાનું મહત્ત્વ તેટલુંજ રાખીને બીજી કોઇ પણ શાખાલીટી વાળી શકાય છે કે નહિ.

૨૪. બે અરસપરસ છેદતી લીટીઓ વાળી બતાવો કે સામસામેના ખૂણાઓ બરાબર છે.

૨૫. સળ વાળી બતાવો કે કોઇ પણ કાટખૂણાનું મહત્ત્વ હમેશા એકજ હોય છે.

૨૬ સળ પાડી બતાવો કે પાસે પાસેના ખૂણાએ બે કાટખૂણા બરાબર છે.

૨૭ એક શિરોબિંદુ આગળ ગમે તેટલા ખૂણા બનાવો અને જ્યારે બે કાટખૂણા પુરા થાય છે ત્યારે અત્ય શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે કે નહિ તે બતાવો.

૨૮. સળ વાળી એક કાટખૂણ ત્રિકોણ, એક સાંકડખૂણ ત્રિકોણ, એક પહોળખૂણ ત્રિકોણ, અને એક વિષમબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૨૯. એક લીટીમા એક બિંદુ લઇ એક લીટી ઉપર લબ દોરો.

૩૦. બહાર એક બિદુ લઇ એક લીટી ઉપર તેમાથી લબ દોરો.

૩૧. કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કાટખૂણ શિરોબિદુમાંથી કર્ણ ઉપર લબ દોરો.

[નોટ–કર્ણને એવી રીતે વાળો કે તેના બન્ને ભાગ એક બીજાની ઉપર સરખા મળી જઇ સળ શિરોબિદુમાથી જાય]

૩૨. વિષમ બાજુ ત્રિકોણમા પ્રશ્ન ૩૧ની નોટ પ્રમાણે શિરોબિદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર લબ દોરો.

૩૩. પહોળખૂણ ત્રિકોણમાં પ્રશ્ન ૩૧ની નોટ પ્રમાણે શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર લબ દોરો જુઓ કે ત્રણે લબ એકજ બિંદુમાં મળે છે કે નહિ.

૩૪. ત્રિકોણના કોઇ પણ ખૂણાને તેની શાખાલીટીઓ એક બીજાની ઉપર બરાબર મળી જાય તેમ સળ પાડી દુભાગો.

૩૫ કાટખૂણ ત્રિકોણના, સાંકડ ખણ ત્રિકોણના, પહોળખૂણ ત્રિકોણના અને વિષમબાજુ ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણાને દુભાગો. આ પ્રશ્ન ઉપરથી બતાવો કે ત્રણે ખૂણાને દુભાગનારી લીટી કયા મળે છે.

૩૬. કોઇ પણ ત્રિકોણના શિરોબિંદુ અને સામેની બાજુના મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટીનો સળ પાડી બાજુને દુભાગો

૩૭. પ્રશ્ન ૩૬ પ્રમાણે કોઈ પણ ત્રિકોણમાં ત્રણે બાજુને દુભાગનારી લીટીઓ શિરોબિંદુમાંથી દોરો, આ પ્રશ્ન દશ જુદી રીતે કરો; જુઓ કે આ દુભાગનારી લીટીઓ (મધ્યગાઓ) ક્યાં અરસપરસ છેદે છે

૩૮. ગમે તે એક સાકડો ખૂણો લઇ તેનો એકકાટખૂણપૂર્ણી ખૂણો કરો.

૩૯ જોઇએ તેવો ખૂણો લઇ તેનો એક દ્વિકાટખૂણપૂર્ણી ખૂણો કરો.

૪૦ એક 'રીફ્લેશ' યા અંતર્ગામી ખૂણો બનાવી તેમાંથી બે કાટખૂણાથી વધારેનો ખૂણો કાઢી નાખો

૪૧. એકજ ખૂણાના બે એકકાટખણપૂર્ણી ખૂણા બનાવી તે બન્ને સરખાવી જુઓ

૪૨. એકજ ખૂણાના બે દ્વિકાટખૂણપૂર્ણી ખણા બનાવી તે બન્નેને સરખાવી જુઓ. પ્રશ્ન ૪૧-૪૨ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

૪૩ બે કાગળોને સાથે રાખી ગમે તે બે ત્રિકોણો બનાવો; આ ત્રિકોણો કેટલાં તત્ત્વમાં બરાબર છે?

૪૪. બે કાગળોના કટકા લઇ બન્નેમાં સરખો ખૂણો બનાવો અને શાખાલીટીમાંથી અરસપરસ સરખા કટકા કાપી પછી ત્રિકોણો પુરા કરી તેને સ્થાનોપરિ સ્થિતિમાં મૂકી કહો કે ત્રિકોણો બરાબર છે કે નહિ.

૪૫ ગમે તે બે કાગળના કટકામાં સળ વાળી સરખા પાયા લઇ તેની ઉપર સરખા ખૂણાઓ વાળી ત્રિકોણો કરો. સ્થાનોપરિ સ્થિતિમાં મૂકી કહો કે આ ત્રિકોણ બરાબર છે કે નહિ.

૪૫. સળ પાડી સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

(નોટ–એક સળ પાડી તેના ઉપર લંબનો સળ પાડો. આ બન્ને સળ ઉપર એકેક બિંદુ લઇ તેને સાંધનારો સળ પાડો અને પહેલા સળની બીજી બાજુ પર સરખે અંતરે બિંદુ લઇ બીજા સળની ઉપર લીધેલા બિંદુ સાથે સાંધો)

૪૭. એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવી તેના પાયા ઉપરના બન્ને ખૂણા સરખા છે કે નહિ તે જુઓ.

(નોટ—ખૂણા એક બીજા પર આવે તેમ સળ વાળો]

૪૯. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયા ઉપર એક લંબ શિરોબિંદુમાથી દોરો, બનાવો કે આ લંબ પાયાની સામેના ખૂણાને દુભાગે છે.

૫૦ સળ પાડી સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સમ્મિતરૂપ લીટી દોરો.

૫૧. પ્રશ્ન ૪૬ પ્રમાણે એકજ પાયા ઉપર દશ જુદા જુદા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૫૨, સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમા ત્રણે ખૂણાને દુભાગનારી લીટી દોરો.

૫૩. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમા ત્રણે શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર લંબ દોરો

૫૪. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની ત્રણે બાજુને દુભાગનારા લંબ દોરો.

૫૫ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની બન્ને બાજુ સળથી લંબાવી પાયાની બહારના ખૂણા બરાબર છે કે નહિ તે જુઓ

૫૬. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમા પાયાની સામેના શિરોબિંદુ આગળ મળતી બાજુઓ બહાર લંબાવી બતાવો કે સામસામેના ખૂણા બરાબર છે

૫૭ પાયાના છેડામાથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લંબ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમા બરાબર છે એમ બતાવો.

૫૮. સમદ્વિબાજુત્રિકોણમા ત્રણે મધ્યગાઓ અરસપરસ કયાં મળે છે?

૫૯. કોઇ પણ વિષમબાજુ ત્રિકોણ લઇ ખૂણા ઉપર ખૂણો વાળી બતાવો કે મોટી બાજુની સામેનો ખૂણો નાની બાજુની સામેના ખૂણા કરતા મોટો છે.

૬૦. કોઇ પણ વિષમબાજુ ત્રિકોણ લઇ મોટા ખૂણાની સામેની બાજુ ઉપર નાના ખૂણાની સામેની બાજુ સરખી વાળી બતાવો કે આ બાજુ પેલી કરતાં નાની છે.

૬૧. ગમે તે એક ત્રિકોણ લઇ બતાવો કે બે બાજુ મળી ત્રીજી કરતા મોટી છે

[નોટ—મોટી બાજુ બરાબર નાની બાજુને સળ વાળી લંબાવો, લંબાવેલો આખો ભાગ ત્રીજી બાજુ કરતાં મોટો છે]

૬૨ સળ પાડી બતાવો કે એ સળ ઉપર કોઇ પણ બિંદુમાંથી દોરેલો લંબ તેજ બિંદુમાથી આપેલી લીટી ઉપર દોરેલી બીજી કોઇ પણ લીટી કરતા મોટો છે.

[નોટ—ગમે તે એક બિંદુમાથી લબ અને બીજી લીટી દોરો, બન્નેને સરખાવી જુઓ]

૬૩. લબ ચોરસ કાગળ લઈ કોર સરખી આવે તેમ બેવડ વાળો; કોર પાછી સરખી કરી બેવડ વાળો, આ પ્રમાણે ઘણી વાર સામસામેની કોરો એક બીજાની ઉપર લાવી બેવડ વાળો, કાગળ ઉકેલી જુઓ કે આ લીટીઓ સમાન્તર લીટીઓ છે કે નહિ

૬૪. બે સમાન્તર સીધી લીટી દોરી એક આડી લીટી વાળો માંહેના એક ખૂણાની બરોબર બીજા કાગળમા એક ખૂણો વાળી બતાવો કે વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર છે.

૬૫. પ્રશ્ન ૬૪ પ્રમાણે માહના એકજ બાજુ ઉપરના બે ખૂણાઓ કાટખૂણાની બરાબર છે.

૬૬. પ્રશ્ન ૬૪ પ્રમાણે બહારનો ખૂણો માહેના સામેના એકજ બાજુ-પરના ખૂણાની બરાબર છે એમ બતાવો.

૬૭. अ ब क ત્રિકોણમાં अ માથી ब क ઉપર अ ड લબ દોરો; अ ब, अ कने इ અને फ આં દુભાગી ड इ, ड फ સાંધો; ∠अ, ∠ब, ∠कने ત્રિકોણો બેવડ વાળી ड આગળ મેળવી બતવો કે ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણાઓ બે કાટખૂણા બરાબર છે.

૬૮. ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણાઓ ફાડી લઇ એક સીધી લીટીના કોઈ પણ બિંદુ આગળ મેળવી બતાવો કે ત્રણે ખૂણા એક દ્વિકાટખૂણની બરાબર છે.

૬૯. બે સમાન્તર સીધી લીટી વાળી તેના ઉપર બે સમાન્તર સીધી લીટી વાળી એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ કરો.

૭૦ પ્રશ્ન ૬૮ પ્રમાણે એક બીજાની ઉપર આવે તેમ બે સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ કરો

૭૧. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં કર્ણ દોરી તે ઉપરથી ચતુષ્કોણના બે ભાગ કરી બન્ને ત્રિકોણ સમાધાન સ્થિતિથી બતાવો કે સરખા છે.

૭૨. પ્રશ્ન ૬૮ પ્રમાણે || કોણના ચાર ખૂણા કાપી સરખાવી જુઓ.

૭૩. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણના બે ખૂણાઓ અનુક્રમે કાપી એક સીધી લીટી સાથે મેળવી બતાવો કે બન્ને મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે.

૭૪. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ સરખાવી બતાવો કે તે બરાબર છે

૭૫. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં કર્ણો વાળી બતાવો કે તેઓ એક બીજાને દુભાગે છે.

૭૬ બે સરખી સમાન્તર લીટી વાળી તેના છેડામાથી બન્ને બાજુ ઉપર બે લીટી વાળી બતાવો કે આ લીટીઓ સમાન્તર અને સરખી છે.

૭૭ બે સમાન્તર લીટીની વચ્ચે બે લંબ વાળી બતાવો કે આ લંબ બરાબર છે.

૭૮. બે સમાન્તર લીટીની વચ્ચે ગમે તેટલા લંબ વાળી બતાવો કે તેઓ અરસપરસ સરખા છે

૭૯. એક સમાન્તર સીધી લીટી ઉપર બે સરખા લંબ વાળી એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ બનાવો.

૮૦. એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં બે કર્ણો દોરો; કર્ણોના છેદનબિંદુમાંથી સામસામેની બાજુ સુધી કોઇ પણ લીટી વાળો; બતાવો કે આ લીટી કર્ણના છેદનબિંદુમાં દુભાગાય છે.

૮૧. સળ વાળી એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

[નોટ—એક સળ પાડો, તેને દુભાગી મધ્ય બિંદુમાથી એના ઉપર એક લંબ વાળો, પાયાના એક છેડાને સ્થિર રાખી બીજો છેડો લંબ ઉપર રહે તે પ્રમાણે પાયાવાળા સળ ઉપર બીજી બાજુનો સળ વાળો. એ પ્રમાણે બીજી બાજુ વાળો.]

૮૨. સમબાજુ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાથી સામેની બાજુ ઉપર લંબ પાડી બતાવો કે તે બરાબર છે.

૮૩ સમબાજુ ત્રિકોણમાં સળ વાળી બતાવો કે ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ એકજ બિંદુમા મળે છે અને તેઓ બરાબર છે

૮૪. સમબાજુ ત્રિકોણમાં મધ્યગાઓ દોરી બરાબર છે એ બતાવો,

૮૫. સમબાજુ ત્રિકોણની સમ્મિતરૂપ લીટીઓ સળ પાડી બતાવો

૮૬, એક સમચોરસ બનાવો.

[નોટ—કાટખૂણે બે લીટી વાળી સરખી કરી તે પ્રમાણે સમચોરસ કરો]

૮૭. સમચોરસમા કર્ણો દોરી બતાવો કે તેઓ અરસપરસ કાટખૂણે દુભાગે છે.

૮૮. સમચોરસમાં કર્ણથી બે બધી રીતે સરખા ત્રિકોણ થાય છે

૮૯, સળ વાળી બતાવો કે સમચોરસમા કર્ણ સામસામેના ખૂણાને દુભાગે છે.

૯૦. સમચોરસના કર્ણોથી ચાર સરખા સમદ્વિબાજુ Δ થાય છે.

૯૧. સળ વાળી એક રૉમ્બસ બનાવો.

[નોટ—બે કાટખૂણે પડતી સીધી લીટીઓ વાળો. એ પ્રમાણે કાગળ રહેવા દઇ બન્ને સળને મળે તેમ ગમે તે એક ત્રીજો સળ વાળો તો ઉકેલી જોતાં એક રૉમ્બસ મળશે]

૯૨. પ્રશ્ન ૯૧ની રીત ન વાપરતાં બીજી કોઇ રીતથી રૉમ્બસ સળ પાડી બનાવો.

૯૩. પ્રશ્ન ૯૧ માં કહ્યા પ્રમાણે એક સમચોરસ વાળો.   ...

૯૪. રૉમ્બસના કર્ણ એક બીજાને કાટખૂણે દુભાગે છે એમ બતાવો.

૯૫ રૉમ્બસના કર્ણો સામસામેના ખુણા દુભાગે છે એમ બતાવો

૯૬. રૉમ્બસમાં કર્ણોથી થતા ચાર ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.

૯૭ રૉમ્બસની સામસામેની બાજુ સમાન્તર છે એમ બતાવો

૯૮ એક ત્રિકોણ વાળી બે બાજુના મધ્ય બિંદુને સાધનારો સળ વાળી બતાવો કે આ સળ પાયાથી અર્ધો છે.

૯૯ એક બિંદુમાથી એક આપેલી લીટીની સમાન્તર લીટી દોરો

[નોટ—આપેલા બિંદુમાથી એક લંબ આપેલી લીટી ઉપર દોરો આ બે સળ પાસેની બાજુ લઇ લંબ ચોરસની સામેની બાજુ દોરો]

૧૦૦ પ્રશ્ન ૯૮ મા બતાવો કે બે બાજુના મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાને સમાન્તર છે.

૧૦૧. એક બિંદુ આગળ એક આપેલા ખુણા બરાબર એક ખૂણો કરો

[નોટ—આપેલા ખુણાનાં શાખાલીટીની સમાન્તર લીટીઓ આપેલા બિંદુમાંથી વાળો.]

૧૦૨. પ્રશ્ન ૧૦૧ મા આપેલા ખૂણાની બરાબર આપેલા બિંદુ આગળ જેટલા ખૂણા થાય તેટલા કરો.

૧૦૩. એક લીટીના પાચ સરખા કરો.

[નોટ—આપેલી લીટીની સાથે સાંકડો ખૂણો કરતી એક શાખા લીટી વાળો આ શાખાલીટી ઉપર સરખા પાંચ ભાગ શિરોબિંદુથી શરૂ કરી લો; બન્ને લીટીના છેડાનાં બિંદુને સાંધનારો સળ અને શાખાલીટીના દરેક બિંદુમાથી આ લીટીની સમાન્તર આપેલી લીટીને છેદે તેમ લીટી દોરો]

૧૦૪. કાગળ ઉપર એક પૈસો મૂકી એક વર્તુળનો સળ વાળો.

૧૦૫. પરિધ સરખો રાખી વર્તુળના બે સરખા ભાગ કરો.

૧૦૬. આ જ્યાને મધ્યબિંદુમાંથી કાટખૂણે લંબ દોરો.

૧૦૭. પ્રશ્ન ૧૦૫ પ્રમાણે એક વ્યાસ વાળી તેને દુભાગી વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ શોધી કાઢો.

૧૦૮. અર્ધ વર્તુળમાં વ્યાસના છેડાઓમાંથી પરિધ ઉપર છેદે એમ બે લીટીઓ વાળો, બતાવો કે આ જ્યાઓ કાટખૂણે મળે છે

૧૦૯. એક સીધી લીટીના મધ્યબિંદુમાથી લબ દોરો. બતાવો કે આ લંબનું કોઇ લણુ બિંદુ આપેલી લીટીના છેડાથી સરખે અતરે છે.

૧૧૦ એક જ્યા ઉપર વર્તુળના મધ્યબિંદુમાથી લંબ દોરો બતાવો કે આ લબ જ્યાના બે સરખા ભાગ કરે છે.

૧૧૧. મધ્ય બિંદુને વર્તુળની જ્યાના મધ્યબિંદુ સાથે સાંધી બતાવો કે આ લીટી જ્યાને લંબ છે

૧૧૨. એક વર્તુળ વાળી તેમા બે સરખી જ્યા કરો બતાવો કે આ જ્યા મધ્ય બિંદુથી સરખે અંતરે છે, અને એથી ઉલટુ બતાવો.

૧૧૩ એક ખુણાને દુભાગો. આ દુભાગનારી લીટી ઉપર એક બિંદુ લઇ તેમાથી બન્ને શાખા લીટી ઉપર લબ દોરી બતાવો કે તેઓ સરખા છે.

૧૧૪ બે લીટીઓ કાટખુણે વાળી બન્ને ઉપર ગમે તેટલા સરખા કટકા લો અને લબ ચોરસ પુરો કરી આપેલી લીટીઓમાં પાડેલા કટકાના છેડામાંથી દરેક સમાન્તર સળ જાય એમ આખા લબ ચોરસને નાના લબચોરસોમાં વાળો. ઉકેલી બતાવો કે કુલ્લે ચોરસની સંખ્યા બે પાસેની બાજુ ઉપરના કટકાની સંખ્યાના ગુણાકાર બરાબર છે.

૧૧૫. એકજ પાયા ઉપર એકજ સમાન્તર લીટી વચ્ચે બે સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણો વાળો, બતાવો કે બન્ને ક્ષેત્રફળમાં બરાબર છે.

[નોટ—આજુબાજુના ત્રિકોણો સરખા બનાવી બતાવો કે ચતુષ્કોણો બરાબર છે]

૧૧૬. કોઇ પણ ત્રિકોણ તેજ પાયા ઉપરના તેટલાજ લંબવાળા લંબચોરસથી અર્ધો છે એમ બતાવો.

[નોટ—શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપર લંબ દોરી લંબચોરસના બે નાના લંબચોરસ બનાવો.]

૧૧૭. એકજ પાયા ઉપરના એકજ સમાન્તર લીટીની વચ્ચેના બે ત્રિકોણો બરાબર છે.

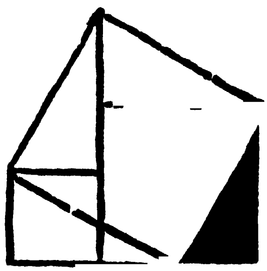
[નોટ—પ્રશ્ન ૧૧૫-૧૧૬ની મદદ લો.]

૧૧૮. પ્રશ્ન ૧૧૪ અને ૧૧૫ પરથી કોઇ પણ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ કાઢો. (આશરો ચાલશે)

૧૧૯. પ્રશ્ન ૧૧૪ અને ૧૧૫ ઉપરથી એક સમાન્તર બાજુ ચતુ· ષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ કાઢો. ચોક્કસ ન નીકળે તો તેનો આશરો કહો.

૧૨૦. ૫, ૧૨, અને ૩, ૪ એકમની બાજુવાળા કાટખૂણ ત્રિકોણ બનાવો, તેની ઉપર પ્રશ્ન ૧૧૪ પ્રમાણે સમચોરસ કરી ચોરસ કટકા પાડો તેમજ કર્ણ ઉપર તેજ પ્રમાણે બેવડ વાળી નાના ચોરસ બનાવો. બતાવો કે કર્ણ ઉપરના ચોરસોની સંખ્યા બાજુ ઉપરના ચોરસોની સંખ્યા બરાબર છે.

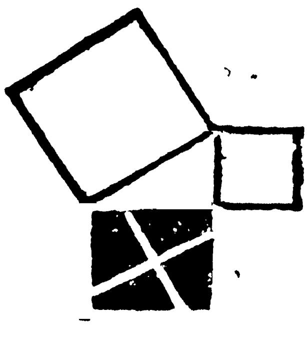
૧૨૧. પાસેની આકૃતિમા બતાવ્યા પ્રમાણે સળ પાડી બતાવો કે કાટખૂણ ત્રિકોણની કર્ણ ઉપરનો ચોરસ તેની બે બાજુ ઉપરના ચોરસોની બરાબર છે.



૧૨૨ એક સીધી લીટી વાળી તેના ઉપર એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે આપેલા બે બિંદુથી સરખે અંતરે છે.

૧૨૩. એક સીધી લીટી વાળી તેમાં એવું બિંદુ શોધી કાઢો તે આપેલા ખૂણાની શાખા લીટીથી સરખે અંતરે છે,

૧૨૪. પાસેની આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે સળ પાડી બાજુ ઉપરના એક ચોરસ અને ચાર કટકાઓ કર્ણના ચોરસ ઉપર ગોઠવી પ્રશ્ન ૧૨૧ સાબિત કરો.



૧૨૫. ૧૫, ૮ ની બાજુવાળો એક કાટખૂણુ ત્રિકોણુ બનાવો અને પ્રશ્ન ૧૨૦ પ્રમાણે કર્ણું અને બાજુઓ ઉપર નાના ચોરસ બનાવી તે સિદ્ધાંત સાબિત કરો.

૧૨૬. એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણુના કર્ણુના કોઇ પણ બિંદુમાંથી બાજુની સમાન્તર લીટીઓ વાળી બતાવો કે કર્ણુની આસપાસની પુરવણીઓ બરાબર છે.

૧૨૭. સળ પાડી બે અરસપરસ છેદતી લીટીઓ દોરી તેની વચ્ચેના પાસે પાસેના ખૂણાઓ દુભાગો, બતાવો કે આ કોણુદુભાગનારી લીટીઓ કાટખૂણે મળે છે.

૧૨૮. બે છેદતી લીટીની વચ્ચેના સામસામેના ખૂણા દુભાગો. બતાવો કે આ લીટીઓ એકજ લીટીમાં મળે છે

૧૨૯. બે લીટી સમાન્તર વાળી એકને ત્રીજી લીટી લંબ દોરી બતાવો કે આ લીટી બીજી સમાન્તરને પણ લંબ છે

૧૩૦. બે સમાન્તર લીટી વાળીને તેને છેદતી યા ન છેદતી બીજી બે લીટીઓ સમાન્તર દોરી બતાવો કે અરસપરસ બન્ને લીટીની વચ્ચેના ખૂણા બરાબર છે.

૧૩૧. બે લીટી સમાન્તર વાળી તેમાંની એકને ત્રીજી લીટી સમાન્તર વાળો; બતાવો કે ત્રીજી લીટી બીજી લીટીને પણ સમાન્તર છે.

૧૩૨. એક લીટી ઉપર બે લંબ વાળી બતાવો કે આ લંબ સમાન્તર છે.

૧૩૩. એક ત્રિકોણુ વાળી એક બાજુને લંબાવી બતાવો કે બહારનો ખૂણો તે અંદરના સામેના બે ખૂણાની બરાબર છે.

૧૩૪. [illegible] ઉપર મળતી બે લીટીના મધ્યબિંદુમાંથી લંબ વાળો; બતાવો કે એ બિંદુઓ આગળ લંબો મળે છે જે કે આપેલી લીટીના છેડાથી સરખે અંતરે છે.

૧૩૫. ત્રણ આપેલાં બિંદુથી સરખે અંતરે આવેલું એક બિંદુ શોધો.

૧૩૬. એક વર્તુળ [illegible] બાજુ કાટખૂણે [illegible] બનાવો.

૧૩૭ એક વર્તુળ વાળી પધિ ઉપર ત્રિજ્યાની બરાબર કોઇ પણ બિંદુમાંથી જયાઓ અનુક્રમે મૂકી એક સમષટ્કોણ બનાવો.

૧૩૮. કાટખૂણાના બે સરખા ભાગ કરી વર્તુળમાં એક સમઅષ્ટ કોણ બનાવો.

૧૩૯. પ્રશ્ન ૧૩૭માં એકેક બિંદુ વારા ફરતી છોડી શિરોબિંદુઓ સાંધી એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવો

૧૪૦. સમબાજુ ત્રિકોણના ખૂણાને દુભાગી તેની મદદ લઇ કાટ-ખૂણાના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૧૪૧. પ્રશ્ન ૧૩૯ની મદદથી એક સમદ્વાદશકોણ બનાવો.

૧૪૨ વર્તુળમાં એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો

§૧૧. કર્તવ્ય ભાગના પરચુરણ પ્રશ્નો.

૧ ∠અ=૫૭°, બ=૭ ૯ સે. મી અને ક=૮ ૨ સે. મી નો એક ત્રિકોણ બનાવી તેનાં સર્વ અગ માપો

૨. ૩ ૩" લાબી બે સમાન્તર લીટી દોરી તેના એકજ તરફના છેડા સાંધી કેવી આકૃતિ થાય છે તે કહો

૩ એક કાટખૂણ ત્રિકોણમાં એક ખૂણો ૧૫૦°નો કરો, કારણ આપો.

૪ એક કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કર્ણ ઉપર કાટખૂણ શિરોબિંદુમાથી લંબ દોરી બન્ને ત્રિકોણના ખૂણા સરખાવો.

૫. અ પૂર્વમાં ૧૫૦ માઇલ જાય છે અને પછી નૈઋત્યમાં ૧૫૭ માઇલ જાય છે તો તે પહેલી જગ્યાએથી ખરેખરૂં કેટલું ગયો ?

૬. ∠બ=૭૧°, ∠ક=૩૫° અને અ=૯·૯ સેં.મી નો ત્રિકોણ બનાવો.

૭. એક સ૦ ચ૦ માં કર્ણો ૬·૮" અને ૪·૧" છે અને બન્નેની વચ્ચેનો ખૂણો ૬૫° છે તો સ૦ ચ૦ પૂર્ણ કરો.

૮. બ=૪·૪" અને ∠અ=૭૨° અને ∠ક=૬૫° છે તો ત્રિકોણ કરો.

૯. **ब**થી **अ**નું કોણઅંતર ૩૯° છે અને **क**થી (**बक**=૧૨ ૪ આઇલ્સ) તે ૪૭° છે તો **अ** નું અંતર **ब**, અને **क** થી કેટલું ?

૧૦. ૭ સરખા સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવી એકજ બિંદુ આગળ મૂકી એક ષટ્કોણ બનાવો આ ષટ્કોણ કેવો છે ?

૧૧ એક ૫ સેં મી ની ત્રિજ્યાનો વર્તુળ દોરો, મધ્યબિંદુ આગળ ૭૨° ના ખૂણા કરી એક પંચકોણ બનાવો; આ પંચકોણ કેવો છે ?

૧૨. ∠**अ**=૧૧૫°, અ=૩ ૨′, ડ=૧ ૪″, ∠**ब**=૨૭° અને ∠**ड**=૩૯° નો એક ચતુષ્કોણ બનાવો

૧૩ ∠**अ**=૫૨°, અ=૩ ૨″, ∠**ब**=૧૧૮°, બ=૫ ૧″ અને ∠**क**=૬૨° નો એક ચતુષ્કોણ બનવો આ ચતુષ્કોણ કેવો છે?

૧૪ ૧ ૯″ ત્રિજ્યાનો એક વર્તુળ દોરો પરિધ ઉપરના **अ** બિંદુમાંથી **बमक** વ્યાસ ઉપર લંબ દોરી સામે સુધી લબાવો, જો લંબ વ્યાસને **ल** બિંદુમા છેદે તો વ્યાસ અને લબના છેડાથી થતા ચાર ત્રિકોણનાં અવયવો સરખાવો

૧૫. ૩૦° ના ખૂણાની શાખાલીટીના સાત સરખા ભાગ કરો

૧૬. અ=૩ ૩″, બ=૪ ૨″ અને ક=૩ ૭″નો ત્રિકોણ બનાવી **अ** માંથી અ ઉપર લબ દોરી બન્ને ત્રિકોણના અંગ માપો.

૧૭. ૮ ૨ સે. મી અને ૬ ૪ સેં મી ની બાજુનો એક લંબચોરસ દોરી તેની કર્ણ અને બાજુ સાથે થતા ખૂણાઓ માપો.

૧૮. **अबक** ત્રિકોણમા **ब** માંથી બ ઉપર લબ વાળો અને લંબના પાયા ઉપરના છેડામાંથી અ અને ક ને સમાન્તર લીટીઓ વાળો.

૧૯. આશરે ૬ ૫ સેં.મી. ની બાજુ લઇ તેની ઉપર એક ચોરસ વાળી તેની કર્ણોને સરખાવો.

૨૦. એક ત્રિકોણ બનાવી તેના ત્રણે ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ દોરી તે ક્યાં મળે છે તે બતાવો.

૨૧. ૩, ૪, ૫ ઈંચની બાજુનો એક ત્રિકોણ બનાવો. કેવો ત્રિકોણ છે તે કહો. બાજુ ઉપર ચોરસ દોરી તેનો સંબંધ દર્શાવો.

૨૨. ૭૩°ના ખૂણાને દુભાગો અને તેની સાથે ૫·૧" બાજુવાળો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવી પાયાને કોણ દુભાગનારી લીટી કયાં મળે છે?

૨૩. अ, क થી નૈઋત્યમાં છે અને ब થી પશ્ચિમમાં ૧૪ કીલો મીટરને અંતરે છે. अथी વાયવ્યમાં ड, ૨૪ કીલોમીટરે છે તો ड, ब અને क થી કેટલે છેટે છે?

૨૪. એક કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કર્ણના મધ્ય બિંદુને શિરોબિંદુ સાથે જોડનારી લીટીને કર્ણ સાથે સરખાવો

૨૫. એક બેપીઓ अ થી ब સુધી નૈઋત્ય ખૂણામાં ૧૪ ૪ માઇલ જાય છે અને તે ब થી પશ્ચિમમાં ૭ ૮ માઈલ क સુધી જાય છે તો अथी क નું કોણઅંતર કેટલું? अक કેટલું?

૨૬. એક સમષટ્કોણમાં કેટલી સમ્મિતરૂપ ધરી છે તે બતાવો.

૨૭ ૭ ૯ સે મી ની ત્રિજ્યાનો એક વર્તુળ દોરી તેની અંદર બે જ્યા ૪ ૧ સેં. મી.ની મૂકો, જ્યા ઉપર મધ્ય બિંદુમાથી લબ દોરી માપો.

૨૮. મુબઇથી લંડન પશ્ચિમની ઉત્તરે ૨૪° પર ૫૦૦૦ માઇલ છે અને એડન પશ્ચિમની ઉત્તરે ૧૧° પર ૧૮૦૦ માઇલ છે અને સીડની દક્ષિણની પૂર્વે ૩૨° પર ૭૦૦૦ માઇલ છે તો સીડનીથી એડન અને લંડન કેટલુ? બનેનું કોણઅતર કેટલું?

૨૯. વર્તુળના વ્યાસના એક છેડાથી એક કીડી ૫" પરિધના એક બિંદુ સુધી સીધી લીટીમાં જઇ કાટખૂણે વળી જઈ ૧૨" સુધી આવી પરિઘ ઉપર આવે છે તો તે કયાં આવી હશે? વ્યાસની લંબાઇ કાઢો.

૩૦. ૨·૧", ૩·૨" અને ૨ ૯"ની બાજુના બે ત્રિકોણો સરખાવો.

૩૧ अ ઉત્તરમાં ૪·૫ માઇલ જાય છે અને પછી પશ્ચિમની ઉત્તરે ૩૦° પર ૭૩ માઇલ સુધી ગયા પછી તે [illegible] પૂર્વમાં ૧૨·૯ માઇલ જાય છે. તો अ કેટલે [illegible] બિંદુથી [illegible] બિંદુનું [illegible]અંતર શું?

૩૨. એક [illegible] વાળી [illegible] સરખા લંબ વાળી સામેના ખૂણા સાથે બે કાટખૂણ ત્રિકોણ વાળો. કાટખૂણ

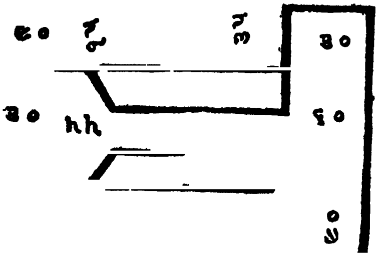
ત્રિકોણનાં લીટીની સામેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે એમ બતાવો.

૩૩. એક ૩ ૧" ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્ય બિંદુ આગળ ૭૨° ના અનુક્રમે પાંચ ખૂણા બનાવી ત્રિજ્યાના છેડાને અનુક્રમે સાંધી એક પંચ કોણ બનાવો; પંચકોણનાં સર્વ અંગ માપી કહો કે કેવો પંચકોણ થયો.

૩૪ અંતર્ગામી ખૂણો ન હોય એવી સીધીલીટીઆકૃતિ દોરી તેની બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવી બહારના ખૂણા માપી સરવાળો કરો.

૩૫ એક અંતર્ગામી ખૂણો ન હોય એવી ૮ બાજુની આકૃતિ દોરી તેના અંદરના ખૂણા માપી સરવાળો કરો.

૩૬ નીચેની આકૃતિને ૧૦ વાર ૧" ના સ્કેલમાં દોરો—



સઘળાં પરિમાણ વારમાં છે.

૩૭. ૫ ૪ સે.મી. ની બાજુ ઉપર એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવી ખૂણાને દુભાગી તે લીટીથી થતા બાજુના ભાગ આપો.

૩૮. અ=૬.૮ સેંમી, બ=૮.૪ સેંમી અને ∠ક=૭૨° નો એક ત્રિકોણ બનાવી ખૂણાને દુભાગનારી લીટીનાં માપ કાઢો.

૩૯. ∠બ=૭૫°, ∠ક=૬૪° અને અ=૪.૧" નો એક ત્રિકોણ બનાવી મધ્યગાઓ દોરી તે જે બિંદુમાં છેદે છે ત્યાંથી થતા ભાગો માપી તેને આખી મધ્યગાઓ સાથે સરખાવો.

૪૦. ૧૨.૧ સેં.મી.ની સીધી લીટીમાંથી ૩.૭ સેં.મી.ની બરાબર એક લીટી કાપો.

૪૧. ૨૪°નો એક ખૂણો કરી શાખાલીટીઓ અનુક્રમે ૪.૨″ અને ૩.૦″ કાપી એકજ રચનાથી તેના ૬ સરખા ભાગ કરો.

૪૨. એક રૉમ્બસના કર્ણો ૫૫ સેં. મી અને ૮૪ સેં. મી. છે. અને તેની વચ્ચેનો ખૂણો ૮૨° છે તો રૉમ્બસની બાજુ માપો.

૪૩. એક ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાથી સામેની બાજુની સમાન્તર લીટીઓ દોરી જે ત્રિકોણ થાય તેને મુખ્ય ત્રિકોણની સાથે સરખાવો.

૪૪. એક ત્રિકોણની બાજુના મધ્ય બિંદુમાથી તેઓની ઉપર લબ દોરો, જે બિંદુમાં આ લબો મળે છે તે મધ્યબિંદુ અને તે બિંદુ અને શિરોબિંદુ સાધનારી લીટી ત્રિજ્યા તરીકે લઇ એક વર્તુળ દોરો બતાવો કે આ વર્તુળનો ત્રિકોણ સાથે શો સંબંધ છે.

૪૫. એક હોડી ઉત્તરની પૂર્વે ૧૪° પર ૫૭૦ મીટર જાય છે અને પછી ઉત્તરની પશ્ચિમે ૨૫° પર જઇ સામેના કિનારા પર જઇ ઠેક સામેના બિંદુ ઉપર આવે તો નદીની પહોળાઇ શું ? હોડી એકદરે કેટલું દૂર ગઈ હશે ?

૪૬. ૩.૭ સે.મી. ની ત્રિજ્યાના વર્તુળમાં એક સમષટ્કોણ દોરો.

૪૭. ૨.૩″ ની ત્રિજ્યાના વર્તુળમા મધ્ય બિંદુ આગળ ૪૦° ના ખૂણાઓ અનુક્રમે કરી એક સમનવકોણ બનાવો, તેના બાજુ અને ખૂણા માપો.

૪૮. ૨.૨″ ની ત્રિજ્યાના વર્તુળમા પ્રશ્ન ૪૬ની મદદથી એક સમ બાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૪૯. એક વર્તુળમાં એક ત્રિકોણ કાઢી તેના કોઇ પણ ખૂણાને દુભાગી તે લીટી અને સામેની બાજુના મધ્ય બિંદુમાથી દોરેલા લંબને લંબાવો. તેઓ કયાં મળે છે ?

૫૦. **पकर** ત્રિકોણમાં **पक**=૮.૧ સેં.મી., **कर**=૧૧.૨ સે.મી. અને **रप**=૧૩.૮ સે.મી. છે; **पक** ઉપર **अप**=૫.૪ સે.મી. છે અને **अब**, **कर**ની સમાન્તર છે તો **पब** અને **बर** માપો.

૫૧. ૭.૮ સેં.મી, ૩.૯ સેં.મી. અને ૧૧.૭ સે.મી. ની બાજુનો ત્રિકોણ બનાવો. કારણ આપો.

૫૨. पक=૩·૫", पर=૨·૪" અને ∠क=૩૨° છે તો पकर ત્રિકોણ બનાવો. કેટલા ત્રિકોણ થશે? બન્ને ત્રિકોણનાં સર્વ અંગ સરખાવો.

૫૩. એકજ પાયા ઉપર સામસામે અરસપરસ સરખી બાજુના બે ત્રિકોણ વાળો, ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી લીટી વાળો. આ લીટીનો પાયા સાથે શો સંબંધ છે?

૫૪. એક ઘડિઆળનો અલારો ૫૭ સે મી. લાંબો છે અને તે ૨·૪ સે મી. ની જ્યાના છેડા સુધી હાલે છે તો તે કેટલા અંશના ખૂણામાંથી હાલતો હશે?

૫૫. એક સડકના રસ્તાની વચ્ચે ડુંગર આવવાથી જમણી બાજુએ ૩૨°ને ખૂણે સડકને ખાંચવી પડે છે. ૭૭ માઇલ ગયા પછી ડાબી બાજુએ ૧૧૨°ને ખૂણે ખાંચી ૧૨૪ માઇલ સુધી તે જાય છે તો એક માઇલના ૨૦૦ રૂ૦ પ્રમાણે કેટલો ખરચ વધારે થયો?

૫૬ એકજ પાયા ઉપર એકજ બાજુએ બે ત્રિકોણો એક બીજાની અંદર છે તો તેની બાજુના સરવાળા અને શિરોબિંદુખૂણા સરખાવો.

૫૭ કોઇ પણ ત્રિકોણમા બાજુને દુભાગનારી લીટી (મધ્યગા) દોરો, આ મધ્યગાઓ એક બીજીને કયાં મળે છે તે જુઓ અને જ્યાં મળે છે ત્યાંથી (ગુરૂત્વબિંદુમાંથી) મધ્યગાના ભાગો માપી એકજ મધ્યગાના થતા ભાગો સરખાવો.

૫૮ બે વર્તુળો એક બીજાને છેદે છે તો તેનાં મધ્ય બિંદુઓથી સરખે અંતરે આવેલાં સઘળાં બિંદુઓ શોધી કાઢો.

૫૯ એક કાચનો તકતો દિવાલની સાથે ૭૯°નો ખૂણો કરે છે અને તેની લંબાઇ ૧૪" છે તો તેનો ઉપરનો છેડો દિવાલથી કેટલો દૂર છે?

૬૦. એક લંબચોરસની આસપાસ શિરોબિંદુની અંદરથી જતો બાહ્ય વર્તુળ દોરો; સળરચનાથી મધ્યબિંદુ શોધો.

૬૧. ૨·૫ સેં. મી, ૩૯ સે મી. અને ૪૨ સે. મી.ની બાજુનો એક ત્રિકોણ કાઢી શિરોબિંદુમાથી સામેની બાજુ ઉપર લંબ દોરી લંબની લંબાઇ કાઢો.

૬૨. ૨'૮" અને ૩'૨"ની બાજુનો એક લંબ ચોરસ દોરી તેના કર્ણું માપો અને બાજુની સાથે કર્ણથી થતા ખૂણા માપો.

૬૩. ૩૭°ના ખૂણાની શાખા લીટીથી ૫૩" ને અંતરે આવેલું એક બિંદુ શોધી કાઢો. આવાં બિંદુ કેટલાં નીકળશે?

૬૪. એક બિંદુમાંથી આપેલી લીટીની સમાન્તર કેટલી લીટી દોરી શકશો?

૬૫. એક બિંદુમાંથી આપેલી લીટી ઉપર કેટલા લબ દોરી શકાશે?

૬૬ ૮૬ સેં મી, અને ૬૮ સે મી. નીબાજુનો લંબચોરસ દોરી તેની સમ્મિતરૂપ ધરીઓ શોધી કાઢો, તેનું સમ્મિતરૂપ બિદુ પણ શોધો.

૬૭ એક ત્રિકોણના પાયને લબાવતા બહારના ખૂણા ૯૬° અને ૧૨૦° થાય છે તો અંદરના ખૂણા માપો

૬૮. એક સીધી લીટી આકૃતિમાં કોઇ પણ બિદુ લઇ તેને શિરોબિદુઓ જોડે સાંધી આકૃતિના ત્રિકોણો કરી તેના ખૂણા માપી આકૃતિના ખૂણાનાં માપ કહો

૬૯ બે ત્રિકોણમા ∠ब=∠इ છે અને अब=डइ અને अक=डफ છે તો ત્રિકોણો સળથો બનાવી કેટલા ત્રિકોણો થાય છે તે કહો

૭૦ એક સીડી દિવાલથી રસ્તા ઉપર ૧૨' અતરે છે અને ઉપર નો છેડો ૩૫' ઉંચી બારી સુધી પહોચે તો તે સીડીની લંબાઈ કાઢો.

૭૧. કોઇ પણ ત્રિકોણમા બાજુનાં મધ્ય બિદુમાંથી પાયાની સમાન્તર લીટી દોરી બતાવો કે બીજી બાજુ પણ તેનાથી દુભાગાય છે.

૭૨. કોઇ પણ કાટખૂણ ત્રિકોણના સળ પાડી બતાવો કે કર્ણ કોઇ પણ બાજુથી મોટી છે.

૭૩. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને જોડી બતાવો કે આ લીટીઓ સામેની બાજુની સમાન્તર છે.

૭૪. अ ઉત્તરમાં ૬૯ મીટર જાય છે અને પછી પશ્ચિમમાં ૨૧ મીટર જાય છે તો તે કેટલું અતર ગયો? બન્નેનું બેરીંગ કાઢો.

૭૫. એક ત્રિકોણ ખેતરની બે બાજુઓ ૨૮૫ અને ૨૯૦ વાર છે અને અંતર્ખૂણો ૪૨° છે તો ત્રીજી બાજુ કેવડી ?

૭૬. એક કાટખૂણ ત્રિકોણની કર્ણના મધ્યબિંદુમાંથી બાજુઓની સમાન્તર લીટીઓ દોરી થતા બહારના બે ત્રિકોણના ખૂણા માપી ત્રિકોણના ખૂણા સાથે તેઓને સરખાવો.

૭૭. એક શહેરનો લંબ ચોરસ નકશો ૨૨૫ ચોરસ માઇલ બતાવે છે, જો ૩ માઇલ = ૧ ઇંચનું સ્કેલ હોય અને એક બાજુ ૧૫" છે તો બીજી બાજુની લંબાઈ કેટલી ?

૭૮ ∠बअक=૪૫° અને बअ=अक=૩.૫ સે.મી. છે. कड, अबની અને बड, अकની સમાન્તર છે જો अड અને बक, मમાં છેદે તો मअ, मब, मक અને मड માપો.

૭૯. ૩.૪" વ્યાસના વર્તુળમાં એક સમઅષ્ટકોણ બનાવો.

૮૦. ૭૨° અને ૧૧૨° ના ખૂણા એક શાખાલીટીની આસપાસ દોરી તેને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખૂણો માપો.

૮૧ ब क પાયા ઉપર બે સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણો अ ब क અને ड ब क છે, સળ વાળી બતાવો કે अ ड ब અને अ ड क ત્રિકોણો બધી રીતે બરાબર છે.

૮૨ अ ब क એક કાટખૂણ ત્રિકોણ છે અને क કાટખૂણો છે, જો ड, अब નું મધ્ય બિંદુ હોય તો સળ વાળી અને માપ કરી બતાવો કે अड=कड.

૮૩ अ પૂર્વમાં ૧૫૦ મીટર જઈ ઉત્તરની પશ્ચિમે ૫૫° ને ખૂણે ૨૨૦ મીટર જાય છે અને પછી ઉત્તરમાં ૧૧૦ મીટર જાય તો એકંદરે સીધું અંતર તે કેટલું ગયો ? બન્નેનું કોણઅંતર કાઢો.

૮૪. એક સીધી લીટી ઉપર એક બિંદુ આગળ સાહિત્યની મદદ વિના ૯૦° અને ૬૦°ના ખૂણા બનાવો: બન્નેને દુભાગો અને ત્રિભાગો.

૮૫. એક કાટખૂણ ત્રિકોણની કર્ણના મધ્ય બિંદુને મધ્ય બિંદુ લઇ

અને તે બિંદુ અને શિરોબિંદુને સાંધનારી લીટીને ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો.

૮૬ એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવો અને એક બાજુ ઉપર સામેના શિરોબિંદુમાંથી લંબ દોરો; આ લંબ અને ત્રિકોણની બાજુને માપી બન્નેનો સંબંધ દર્શાવો

૮૭. લંબ ૩" અને પાયા ઉપરના ખૂણા ૩૦° અને ૪૫° હોય એવો એક ત્રિકોણ બનાવો

૮૮. ૪૫" વ્યાસના વર્તુળમાં એક સમપટ્કોણ બનાવો

૮૯. એક ૬૦°ના ખૂણામાથી ૪૫°નો ખૂણો સાહિત્યની મદદ વિના બાદ કરો.

૯૦ ૭૦ સે મી ના પાયા ઉપરનો ખૂણો દરેક ૩૦° હોય તેવો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૯૧. એક ટેકરીના શિખરનુ ઉચ્ચકોણઅંતર अ અને ब થી અનુક્રમે ૩૭° અને ૪૫° છે, જો अ ૪૨૫ વાર દૂર હોય તો ब કેટલુ ?

૯૨. એક કિલ્લામાં જમીનથી ૧૧૫ ફુટ ઉંચે એક તોપ છે અને દુશ્મન ૨૦૦ ફુટ દુર છે તો કયા ખણામાથી તોપને નીચે વાંકી વાળવી પડે કે દુશ્મનનો વધ થઇ શકે ?

૯૩. ૫૧ સેંમી, ૪૭ સે મી અને ૮૦ સેંમી ની બાજુનો એક ત્રિકોણ બનાવી બાજુનાં મધ્ય બિંદુઓમાથી લંબ દોરી લંબ કયા મળે છે તે કહો જો તેઓ એકજ બિંદુઓમા મળતી હોય તો એ બિંદુથી ત્રિકોણના શિરોબિંદુ સુધીની ત્રિજ્યા લઇ વર્તુળ દોરો, વર્તુળ અને ત્રિકોણનો સંબંધ દર્શાવો. ત્રિજ્યાનું માપ કાઢો

૯૪. એક વહાણના ૮૦ ફુટ ઉંચા કુવાના શિખરથી એક બોયાનું નીચકોણઅંતર ૨૪° છે અને વહાણના તુતકથી ૫૬½° છે તો વહાણથી બોયુ કેટલે અંતરે હશે ?

૯૫. ચાંપાનેરના શિખર ઉપરથી મહી નદીનો પૂલ ૩૭° નીચ કોણ

અંતરે દેખાય છે. જો ચાંપાનેરનુ શિખર ૨૬૫૦ ફુટ ઉંચું હોય તો તેનાથી મહી નદીનો પૂલ કેટલો દૂર હશે?

૯૬. बक એક વાંસ अ આગળ ૪૩°નો ખૂણો કરે છે અને अ આગળથી बનું નીચકોણઅંતર ૧૧° છે જો अ ૧૫ ફુટ ઉચું હોય તો बकની લંબાઇ કાઢો.

૯૭. એક ઝાડની ટોચ તેની બે બાજુ ઉપર સામસામે આવેલાં अ અને ब બિંદુ આગળ ૪૧° અને ૪૬°ના ઉચ્ચકોણઅતરે છે જો अब=૧૫૦ ફુટ હોઈ તો ઝાડની ઉંચાઇ કાઢો

૯૮. अ આગળ એક આગબોટ ૪૫°નો ખૂણો કરે છે અને अ આગબોટથી ૪૫ વાર અતરે છે તે આગબોટની લબાઇ કાઢો

૯૯ એક કિલ્લા ઉપર એક વાવટાની કાડી છે, કિલ્લાથી જમીન ઉપર ૪૦ વારને અંતરે કિલ્લાનુ શિખર ૨૩$\frac{1}{2}$° નુ અને કાડી ૨૫$\frac{1}{2}$° નુ કોણઅંતર કરે છે તો કિલ્લાની અને કાઠીની ઉચાઈ કાઢો

૧૦૦ એક ૫'૭ સે મી ની બાજુ ઉપર એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવો; પાયાને લબાવી બહારના ખૂણા દુભાગી જો એ લીટીઓ अમાં છેદે છે તો નવો ત્રિકોણ કેવો છે તે બતાવો.

૧૦૧. એક ૫.૬" વ્યાસના વર્તુળમા ૨.૧", ૧.૭" અને ૩.૨" બાજુના ત્રણ કાટખૂણ ત્રિકોણ બનાવો, તેના અવયવો માપો.

૧૦૨. એક ત્રિકોણમાં પાયાથી ૩.૨" દૂર હોય એવા બે બિંદુઓ બાજુઓમાં શોધી કાઢો.

૧૦૩. એક લીટીમાં એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે આપેલી બે લીટીથી સમ અંતરે હોય

૧૦૪ એક દેવળના બુરજનું શિખર ૨૩° ના ઉચ્ચકોણઅતરે છે. પહેલી જગ્યાથી દેવળ તરફ ૪૦ વાર જઇએ તો તે ૨૯° છે ત્યારે દેવળની ઉંચાઇ કેટલી?

૧૦૫. એક કૂળીઆમાં એક સીડી ૨૪ ફુટ ઉચી આવીને એક

બારી સુધી આઢી રહી પહોંચે છે અને બીજી દિવાલ તરફ ઉપરથી ખસેડીએ તો સામેની દિવાલ ઉપર ૩૨ ફુટ ઉંચી પહોંચે છે; જો સીડી ૪૦ ફુટ લાંબી હોય તો ફળીઉં કેટલુ પહોળું હશે ?

૧૦૬. અ થી બનું અંતર ૧૫ માઇલ પૂર્વમા છે. બ થી કનું અંતર દક્ષિણની પશ્ચિમે ૧૫° ૫ર ૧૨.૭ માઇલ છે, કથી વાયવ્યમાં ડનુ અતર ૮ ૫ માઇલ છે તો અડ કેટલું ? તેનું કોણ અંતર કાઢો

૧૦૭ એક બોયું પાણીની સપાટી ઉપર ૧૬ ફુટ વ્યાસ વર્તુળ ઉપરી ફરી શકે છે પાણી જો ૧૪ ફુટ ઉતરે તો તે ૩૦ ફુટના વ્યાસ ઉપર ફરી શકે છે, ત્યારે સાંકળની લબાઇ કેટલી ?

૧૦૮ એક કિલ્લા ઉપરથી ગોળા જો ૧૫°ને નીચકોણ અતરે ફેંકીએ તો દુશ્મન ૫ ફુટ અદરથી રહી જાય છે. જો કિલ્લાની ઉંચાઇ ૧૧૫ ફુટ હોય તો દુશ્મન કિલ્લાથી કેટલે અતરે હશે ?

૧૦૯. એક બલુન એક માઇલ ઉંચેથી એક દેવળ ૩૫° નીચકોણ અતરે જુએ છે ૧૦ મીનીટ પાછુ ઉપર ચઢયા પછી તે તેજ દેવળ ૫૫° ને કોણઅતરે જુએ છે તો બલુનનો વેગ કેટલો ?

૧૧૦ એક બલુન ૫૬૦ વાર ઉંચેથી એક માણુસને ૨૨°ને કોણ અતરે જુએ છે, પછી બલુન પૂર્વમા જાય છે અને માણુસ દક્ષિણમા ૩૦ ફુટ જાય છે તો તે ૨૫° ને કોણ અતરે જુએ છે ત્યારે બલુન માણુસથી કેટલું દૂર હશે અને બલુન પૂર્વમાં કેટલું ગયુ હશે ?

૧૧૧.. Δની બાજુનાં મધ્યબિંદુને સામેનાં શિરોબિંદુ સાથે જોડી બતાવો કે આ લીટીઓ (જે મધ્યગા કહેવાય છે) એક બિંદુ ગામી છે.

૧૧૨ સળ પાડી બતાવો કે સીધી લીટીથી બીજી સીધી લીટી સાથે થતા ખૂણાને દુભાગનાર લીટીઓ કાટખૂણે મળે છે.

૧૧૩. સામ સામેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ એકજ સીધી લીટી થઇ છે કે નહિ તે સળ પાડી બતાવો.

૧૧૪. એક સીધી લીટી પર બે લંબ વાળો. બતાવો કે આ લંબ અરસપરસ સમાન્તર છે.

૧૧૫. બે સમાન્તર લીટી વાળો, એક પર એક લંબ વાળો અને તેને લબાવી બતાવો કે તે બીજી પર પણ લંબ છે

૧૧૬ બે લીટીઓ છેદતી વાળો, તેની સમાન્તર બે બીજી લીટી વાળો બતાવો કે બન્ને જોડની વચ્ચેના ખૂણા બરાબર છે.

૧૧૭ બે લીટી છેદતી વાળો બન્ને પર બે લંબ દોરી તેને મળવા દો. બતાવો કે બન્ને જોડની વચ્ચેના ખૂણા દ્વિકાટખૂણપૂર્ણી છે

૧૧૮. એક ચતુષ્કોણના ખૂણા કાપી લઇ એકજ બિંદુ આગળ મૂકી બતાવો કે તેઓ ચાર કાટખૂણા બરાબર છે

૧૧૯. એક અંતર્ગામી ખૂણો ન હોય એવો બહુકોણ વાળો, તેની બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવો બહારના ખૂણા કાપી બતાવો કે તેઓ બધા એકંદર ચાર કાટખૂણા બરાબર છે

૧૨૦ બે વર્તુળ છેદે તેમ સળ વાળો, તેની મધ્યબિંદુ લીટી અને સામાન્ય જ્યાના સળ વાળી બતાવો કે સામાન્ય જ્યાના કાટખૂણે બે સરખા ભાગ થાય છે.

૧૨૧. સામ સામેના ખૂણાનાં જોડકાને દુભાગનારી લીટીઓ અરસપરસ લંબ છે.

૧૨૨. કોઇ પણ ત્રિકોણની બાજુના મધ્ય બિંદુને સાધનારી સીધી લીટી સામેની બાજુથી અર્ધી છે એમ સળ પાડી બતાવો.

૧૨૩. એક લીટીનો દુભાગનાર લંબ વાળો. બતાવો કે આ લીટીનું કોઇ પણ બિંદુ આપેલી લીટીના છેડાથી સમાન અંતરે છે.

૧૨૪. એક ખૂણાને દુભાગનારી લીટીનો સળ વાળો. બતાવો કે આ લીટીનું કોઇ પણ બિંદુ આપેલી શાખાલીટીથી સમાન અંતરે છે.

૧૨૫. ૪·૫ સેં.મી. અને ૬·૦ સેં.મી. ની બાજુનો એક લંબચોરસ દોરી તેની કર્ણની લંબાઇ કાઢો.

૧૨૬. ∠[illegible] અને [illegible]·૫ સેં.મી. અને [illegible]માંથી કડ, [illegible] ની સમાન્તર છે અને=૪·૫ સેં. મી. તો [illegible], ડગ, ∠ક અને ∠ગનાં માપ કાઢો.

૧૨૭ अ,ब તરફ જુએ છે તો अથી बનુ કોણઅતર ૩૦° છે અને ૨૯ ફુટ ગયા પછી પાછો જુએ છે તો તેનુ કોણઅતર ૩૦°છે છે ત્યારે अबનુ અંતર શુ ?

૧૨૮ ૫૬ સે મી ની લીટી દોરી એક બિદુ તેની બહાર લઇ આ બિદુ આગળ આપેલી લીટી કયો ખૂણો કરે છે તે કહો.

૧૨૯ अ આગળ એક દેવળનો બુરજ ૨૦°નો ખૂણો બતાવે છે. જો अ દેવળના પાયાથી ૫૭૦ ફુટ દૂર હોય તો બુરજની લબાઇ કાઢો. બુરજના શિરોબિદુનુ (ઉચ્ચ) કોણુ અતર પણુ બતાવો

૧૩૦ એક તાડ ૪૮ ફુટ ઉચો છે તો જમીન ઉપર ૧૬ ફુટ અતરેથી તેના શિરોબિદુ અને મધ્યાબિદુનાં ઉચ્ચકોણુઅતર બતાવો

૧૩૧ એક લબચોરસનુ ક્ષેત્રફળ ૨૮૮૦ ચો વાર છે અને એક નકશામા બન્ને બાજુઓ ૬૪ સે મી અને ૪૫ સે મીની બતાવી છે તો કયુ સ્કેલ વાપર્યું હશે ?

૧૩૨ મુબઇથી નાગપુર ૫૩૦ માઇલ અને નાગપુરથી કલકતા ૧૩૨° એ ૪૭૦ માઇલ છે તો મુબઇ નાગપુર અને કલકત્તાથી બનેલા ત્રિકોણુમા મુબઇથી કલકત્તા કેટલુ ?

૧૩૩. ૧૭" ત્રિજ્યાનો એક વર્તુળ દોરો અને તેમા એક ચતુષ્કોણુ દોરી સામસામેના ખણુા માપી સરવાળો કરો

૧૩૪ એક દેવળનુ શિરોબિદુ પાયાથી ૭૨૦ ફુટ અતરે ૨૦°નું ઉચ્ચકોણુઅતર લઈ શકે છે તો દેવળ કેટલુ ઉચુ છે ?

૧૩૫. એક વાસ જમીનમાં ઉભો દાટયા પછી ૩૨ ફુટ ઉપર રહે છે અને તે દિવાલથી ૧૧ ફુટ અને ૧૭ ફુટ દૂર છે. ૧૫ ફુટ ઉંચાઇથી વાંસ જો તૂટે તો દિવાલની કેટલી ઉચાઇએ વાંસનો છેડો બન્ને બાજુએ અડશે?

ભૂમિતિ ભાગ ૧ લાનો કર્તવ્ય ભાગ સમાપ્ત.

સિદ્ધ ભાગ.

ખંડ ૨ જો. પ્રમેય ભાગ.

§ ૧૨. પ્રાસ્તાવિક પ્રકરણ, પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ અને સ્વીકૃત કૃત્ય વગેરે.

કર્તવ્ય ભાગમા આપણે જોયુ છે કે આપેલાં સાહિત્યની મદદથી યા કાગળ વાળવાની રચનાથી જે આકૃતિઓ કરી છે તે આકૃતિનાં અમુક તત્વો સાહિત્યોની મદદથી પ્રયોગ કરી આપણે અમુક સંબંધદર્શક બતાવ્યાં છે પણ તેને માટે કોઇ પણ રીતે આપણે કાઇ **તર્કશાસ્ત્રની રીતે** સાબિતિ આપી નથી, આ પ્રયોગ જ્યારે સહેલા હતા ત્યારે આપણે સહેલાઇથી અમુક સત્યો બતાવી શકયા હતા તેથી કરીને હવે પાચ દશ યા પદર આકૃતિ માપી લઇ તેના ઉપરથી ફક્ત અનુમાન ન કરતા કોઈ પણ આકૃતિ લઇ તેની અમુક સત્યતા તર્કશાસ્ત્રના નિયમથી સિદ્ધ કરવી જોઇએ, પછી તેના અવયવો સર્વ માપી શકાય એવાં હોય યા ન હોય; આ કામ ભૂમિતિના **સિદ્ધ ભાગનું** છે અને આ ભાગમા તે આપણે હાથ ધરીશુ. સિદ્ધ ભાગ કર્તવ્ય ભાગ કરતા ચઢતો છે તે બે કારણને લીધે ખાસ કરીને છે અને તે એ છે કે

(૧) સિદ્ધભાગમા ફક્ત આપણને એકજ આકૃતિ લેવી પડે છે,

(૨) અને તેને વિષે સાબિત કરેલી સત્યતા તેવી જાતની સર્વ આકૃતિને લાગુ પડે છે અને વળી કર્તવ્યભાગની માફક પ્રયોગ કરવાની જરૂર રહેતી નથી.

વળી કર્તવ્યભાગમાં બે વસ્તુ આખને બરાબર દેખાય છે તેથી આપણે તેઓ બરાબર છે એમ કહી શકીએ છીએ પણ સિદ્ધભાગમાં ફક્ત આખની મદદથીજ એવી ધારણા લઇ શકાતી નથી, અહીઆં તો જે તર્કશાસ્ત્રના નિયમથી સાબિત થઇ શકે છે તેજ સત્યતા લઇ શકાય છે. તેથી કોઇ પણ બાબત આપણે કહેવા તત્પર થયા તો તેને માટે જો આપણી પાસે સબળ કારણ પુષ્ટિ અર્થે હોય તોજ તે કહેવી. નહિ તો કોઇ પણ બાબત આશરે સત્ય લાગવાથી અગીકાર કરવી નહિ. ઉપર દર્શાવેલાં કારણ સિવાય પણ આ કારણથી કર્તવ્ય ભાગથી સિદ્ધ ભાગ ચઢતો તે એમ કહી

શકાશે. જે જે કારણો આપણે આપણા સિદ્ધ ભાગમાં આપીશું તે તે આપણે પાછળના ભાગમાં સિદ્ધ કરી ગયા હશે, અથવા વ્યાખ્યામાં આવ્યાં હશે અથવા પ્રત્યક્ષ પ્રમાણુથી લીધા હશે. આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો એવાં છે કે તે સાદાંમાં સાદાં છે અને નહિ કે તે કોઇ પણ સત્યતા ઉપરથી ભૂમિતિની રીતે સાબિત કરવામા આવ્યાં છે અને એથી વધારે સાદાં પ્રમાણ એવાં નીકળી શકતાં નથી, તે કોઇ પણ સામાન્ય માણસને પણ સત્ય લાગે છે તેથીજ તેને પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો કહેવામા આવે છે. દરેક શાસ્ત્રીય વિષયમાં પ્રત્યક્ષ પ્રમાણુની ખાસ જરૂર છે અને એવા પ્રમાણો દરેક શાસ્ત્રમાં અંગીકાર કરવામાં આવ્યા છે અને તેની મદદથી ગહન સિદ્ધાંતો સાબીત કરવામાં આવ્યા છે, તેજ પ્રમાણે ભૂમિતિ શાસ્ત્રમા પણ ભૂમિતિના પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો છે અને તેની મદદથી ભૂમિતિના સિદ્ધાંતો સાબિત કરવામા આવે છે સિદ્ધ ભાગમાં જેમ જેમ વધારે પ્રત્યક્ષ પ્રમાણોની જરૂર પડશે તેમ તેમ તેઓ કહેવામાં આવશે. અત્રે નીચેના પ્રમાણો કહેવામા આવ્યા છે—

(૧) જે પરિમિતો એકજ પરિમિતની બરાબર છે તે અરસપરસ બરાબર છે. જેમકે

રામની ચોપડીની કિંમત ત્રણ રૂપિઆ છે અને ગોવિંદની ચોપડીની કિંમત ત્રણ રૂપિઆ છે તો રામ અને ગોવિંદની ચોપડીની કિંમતો બરાબર છે, કારણ કે બન્ને ચોપડીની કિંમત ત્રણ ત્રણ રૂપિઆ છે

(૨) સમપરિમિતોમાં સમપરિમિતો ઉમેરીએ તો સરવાળા બરાબર છે. જેમકે

રામ અને ગોવિંદ પાસે પાંચ પાંચ રૂપિઆ છે અને દરેકને બબ્બે રૂપિઆ આપ્યા હોય તો બન્ને પાસે સાત સાત રૂપિઆ થશે, કારણ કે બન્ને પાસે સરખા રૂપિઆ હતા અને બન્નેને સરખા રૂપિઆ આપેલા છે.

(૩) સમપરિમિતોમાંથી સમપરિમિતો લઇ લઇએ તો બાકી રહેલા સમપરિમિતો રહેશે. જેમકે

રામ અને ગોવિંદ પાસે દસ દસ રૂપિઆ છે અને દરેકની પાસેથી બબ્બે રૂપિઆ લઇ લીધા હોય તો બન્નેની પાસે આઠ આઠ રૂપિઆ રહેશે;

કારણ કે બન્નેની પાસે સરખા રૂપિઆ હતા અને બન્નેની પાસેથી સરખા રૂપિઆ લઇ લીધા છે

(૪) સમપરિમિતો એકજ ગણા કર્યા હોય તો ગુણાકાર પણ સમપરિમિતો છે. જેમકે

રામ અને ગોપાળ પાસે ત્રણ ત્રણ રૂપિઆ હોય અને બન્નેના રૂપિઆ ચાર ચાર ગણા કર્યા હોય તો બન્ને પાસે ૧૨, ૧૨ રૂપિઆ થશે કારણ કે બન્ને પાસે સરખા રૂપિઆ છે અને બન્ને રકમ સરખી ગણી કરી છે.

(૫) સમપરિમિતોના સરખા ભાગ કર્યા હોય તો ભાગાકાર પણ સમપરિમિતો છે. જેમકે

ગોવિંદ અને ગોપાળ પાસે વીશ વીશ રૂપિઆ છે અને દરેકની પાસેના રૂપિઆના પાચ પાચ સરખા ભાગ કર્યા હોય તો દરેકની પાસે ચાર ચાર રૂપિઆ રહેશે, કારણ કે બન્નેની પાસે સરખા રૂપિઆ છે અને બન્ને રકમના સરખા ભાગ કર્યા છે.

(૬) આખી વસ્તુ તેના કોઈ પણ ભાગથી મોટી છે. (અથવા કોઈ પણ ભાગ એકમથી નાનો છે.)

વળી એક કાગળને બીજા ઉપર મૂકતાં જો બરાબર અરસપરસ વધ્યા ઘટયા વગર આવી રહે તો તે બરાબર હોવા જોઇએ, અથવા તો

(૭) એક બીજાની સાથે અરસપરસ મળી જતા પરિમિતો બરાબર છે.

ઉપરનુ દષ્ટાંત ફક્ત કાગળ માટે છે, પણ ઉપરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ કોઇ પણ વસ્તુને લાગુ પડે છે. ભાવાર્થ કે કોઇ પણ લીટી, ખૂણો યા આકૃતિને ઉચકી, બીજી લીટી, ખૂણો યા આકૃતિ ઉપર અનુક્રમે મૂકતાં અરસપરસ સરખાવવાથી વધ્યા ઘટયા વિના આવી રહે ત્યારે તે રીતિને **સ્થાનોપરિ સ્થિતિ** અથવા **સમાધાન સ્થિતિ** કહે છે; અને પ્રથમ પરિમિત બીજાની ઉપર **સ્થાનોપરિસ્થિત** કહેવાય છે.

આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો અત્રે આપ્યાં છે તેથી એમ નહિ સમજવું કે એનો ઉપયોગ અત્યાર સુધી આપણે કર્યો નથી; સામાન્ય રીતે દરેક કાર્યમાં

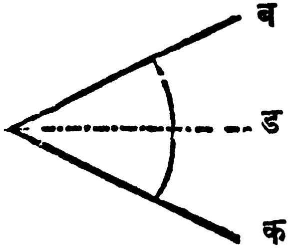
એનો ઉપયોગ થાય છે અને તેથીજ તેની સત્યતાની કાંઈ પણ સાબિતી જોઇતી નથી.

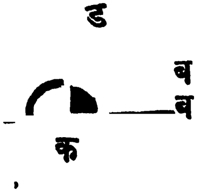
સીધી લીટીની વ્યાખ્યા ઉપરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે બે આપેલાં બિંદુની વચ્ચે હમેશાં એકજ સીધી લીટી હોઈ શકે છે કારણ કે જો બે બિંદુની વચ્ચે બે સીધી લીટી હોય તો બન્નેની દિશા બે આપેલાં બિંદુની દિશા હોઈ શકતી નથી, અથવા તો બે સીધી લીટીની વચ્ચે અવકાશની સીમા થઈ શકતી નથી. અને બે સીધી લીટીઓને-એકની ઉપર બીજીને-એ પ્રમાણે મૂકીએ અને એકને બીજીની આસપાસ એક છેડો (બન્નેને) સ્થિર રાખી ફેરવીએ તો તે ફરતી લીટી સ્થિર લીટી સાથે એક ખૂણો કરે છે આ ખૂણો કરતી વખતે ફેરમા એવી જગ્યામાં તે આવશે કે તેથી પ્રથમના ખૂણાના બે સરખા ભાગ થશે, આવી ફરતી લીટી એક ખૂણાના બે સરખા ભાગ કરતી સ્થિતિમા એકજ વખતે આવશે વળી ઉપરની ફરતી લીટી જો ફરતી ફરતી દ્વિકાટખૂણ ખૂણો કરે તો તે એવી એક જગ્યામાં આવી હશે કે તે જગ્યાએ આડી લીટીને તે લબ થશે એટલે કે તે દ્વિકાટખૂણ ખૂણાના બે સરખા ભાગ કરશે. ફરતી લીટીની આવી સ્થિતિ ૦° થી ૧૮૦° નો ખૂણો ફરીને કરતી વખતે એકજ વખત આ-વશે. એજ પ્રમાણે જો अब લીટી ઉપર क બિંદુ अ થી ब તરફ જાય તો તે એવી એક જગ્યાએ આવશે કે તે તે જગ્યાએ अ અને ब બન્ને છેડાથી સરખે અંતરે છે અને ફરતા બિંદુની આવી સ્થિતિ એકજ આવશે. આ ઉપરથી આપણે નિ.શંક ધારી શકીએ કે

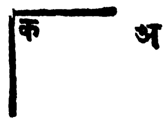
(૧) એક ખૂણાના બે સરખા ભાગ કરી શકાય છે.

(૨) એક સીધી લીટી ઉપર એક લંબ દોરી શકાય છે. અને **(૩) એક સમર્યાદ સીધી લીટીના બે સરખા ભાગ કરી શકાય છે.**

કારણ કે આ બધાં કૃત્યો લીટીની એકજ સ્થિતિથી અને એકજ રીતે થઈ શકે છે.







(૧) ∠बअड=∠कअड (૨) कड ⊥ अब (૩) बक=अक

કર્તવ્ય ભાગમાં આપણે જોયુ છે કે ઘણી જાતના પ્રશ્નોમાં સાહિત્યની મદદ લેવી પડે છે, અને તે ચોક્કસ માપનાં હોય છે. સિદ્ધભાગમાં આવા ચોક્કસ માપવાળાં સાહિત્યો અને એટલાં બધાં સાહિત્યોની જરૂર નથી. કારણ કે એ ભાગમાં જે કાંઇ સિદ્ધ કરીશું ને તેની જાતના કોઇ પણ પરિમિતને લાગુ પડશે અને કોઇ કોઇ પરિમિ-તના ચોક્કસ માપ લઇ શકાતા નથી તેથી સિદ્ધભાગમા જો કોઇ પણ સાહિત્યની મદદ લેવી પડે છે તો તે નીચેનાં છેઃ—

(૧) એક સીધી આંકણી (ઇંચ વગેરેમાં આંકેલી હોય યા ન હોય);

(૨) કંપાસ યા કર્કટ.

આ સાહિત્યોની જરૂર નીચેના કામમાં પડે છે. યૂક્લિડના સમયથી ભૂમિતિશાસ્ત્રકારોએ કોઇ પણ સત્યના ભૂમિતિમાં તર્કશાસ્ત્રના નિયમને અનુસરી સાબિત થઈ શકે તેટલા માટે નીચેનાં સાદાં અને સહેલાં કાર્ય અંગીકાર કરેલા છે. એ કાર્યો એવાં છે કે કોઇ સારો ચિત્રકાર એની મેળેજ તેઓને એ સાહિત્યો વિના સહેલાઇથી કરી શકેછે; અને તે વખતે એ સાહિત્યો ની મદદ જરૂરની પણ નથી. એ પ્રમાણે અંગીકાર થએલાં કાર્યોને સ્વીકૃત કૃત્ય કહે છે એટલે કે એ કૃત્યો આપણે સ્વીકારી લીધેલાં છે.

સ્વીકૃત કૃત્ય —

(૧) એક બિંદુથી બીજા બિંદુ સુધી એક સીધી લીટી દોરી શકાય છે.

अ — ब

(૨) અને એક સીધી લીટીને તેની પોતાની લંબાઈમાં લંબાવી શકાય છે.

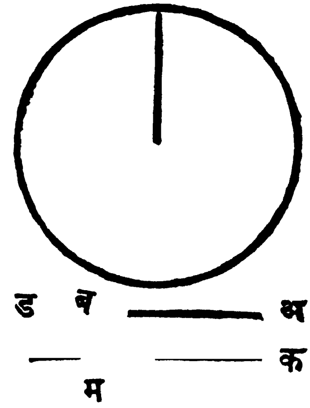
क ———— ब ———— अ

(૩) કોઈ પણ બિંદુ મધ્ય બિંદુ અને કોઈ પણ ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરી શકાય છે.

(૪) કંપાસથી મોટી લીટીમાંથી એક નાની લીટી બરાબર ભાગ પાડી શકાય છે. અને

(૫) એક લીટીને બે, ત્રણ, ચાર,. .ગણી કરી શકાય છે.

આ સિવાય બીજા પણ સ્વીકૃત કૃત્યો આપેલા છે પણ તે ઘણાંજ સહેલાં છે અને કવચિતજ વાપરવામાં આવે છે, જેમ કે અવકાશમાં એક બિંદુ લેવું, એક લીટીને બીજી લીટી ઉપર મૂકવી, વગેરે. સ્વીકૃત કૃત્યોને આપણે શરૂઆતમાંજ સ્વીકૃત યા કબુલ કરીએ છીએ. પહેલા સ્વીકૃત કૃત્યમા બે બિંદુની વચ્ચે સીધી લીટી દોરવી હોય તો આંકણી મૂકી આંકણી સાથે પેન્સીલ ફેરવી બન્નેને સાધીએ તો બન્ને સીધી લીટીથી સધાય છે. તેમજ બીજા સ્વીકૃત કૃત્યમાં કોઇ પણ સમર્યાદ લીટી આપી હોય અને તેને લંબાવવી હોય તો તેની સાથે બરાબર આકણી મૂકી આકણી બરાબર મરજી પડે તે દિશામા તેને લંબાવાય છે. આ બન્ને કૃત્યોમાં કોઇ પણ જગ્યાએ એવુ કહેલું નથી કે બન્ને બિંદુની વચ્ચે આટલુજ અંતર છે (પાચ ઈંચ) યા સમર્યાદ લીટી આટલીજ લાંબી છે (૨ ૪ ઈંચ) અને તેને આટલીજ લંબાવવી, બિંદુઓ ગમે ત્યાં આપ્યાં હોય છે અને સમર્યાદ લીટીને ગમે તેટલી લંબાવી શકાય છે. ત્રીજા સ્વીકૃત કૃત્યમાં ત્રિજ્યા જે લીટીની બરાબર લેવાની હોય તે લીટીના છેડા ઉપર કંપાસના છેડા ગોઠવવા અને તીણો છેડો આપેલા મધ્ય બિંદુ ઉપર મૂકી ચાક અથવા પેન્સીલવાળા બીજા છેડાને તે મધ્ય બિંદુની આસપાસ બધી બાજુએ તેટલીજ ત્રિજ્યા રાખી ફેરવી વર્તુળ દોરવો.



આ ઉપરથી કંપાસનો એક મુખ્ય ઉપયોગ જોવામાં આવે છે કે અમુક અતરને એક સ્થાનથી બીજા સ્થાનમાં લઈ જવું હોય તો તે કપાસની મદદથી લઇ જઇ શકાય છે તેમજ એક મોટી લીટી ઉપરથી નાનો કટકો કાપવો હોય (અબ બરાબર) તો મોટી લીટીના છેડા ઉપર મધ્ય બિંદુ રાખી નાની લીટીની ત્રિજ્યા લઇ જો એક વર્તુળનુ કૌંસ મોટી લીટીને છેદે તેમ દોરીએ તો તરતજ જોઇએ તેવડો કટકો મળી આવે છે.

આ સ્વીકૃત્ય કૃત્યો મુખ્ય છે અને સાદામાં સાદા છે. તેમજ એ સિવાયનાં ઉપર બતાવેલા બીજા ત્રણ કૃત્યો પણ (જેવા કે ખૂણો દુભાગવાનુ, લીટી દુભાગવાનું અને લીટી ઉપર લબ દોરવાનું) ધારી લીધેલા છે. જો કે આ કૃત્યોની સિદ્ધતા આગળ આવેલી છે; તો પણ આપણુ કામ સરળ કરવાને માટે સિદ્ધ થયા અગાઉ તેઓને ધારી લીધાં છે.

કર્તવ્ય ભાગમાં બતાવ્યા પ્રમાણે આકૃતિઓ સપાટ સફાઈમાં હોય છે અને નક્કર આકૃતિ યા ઘન આકૃતિ પણ હોય છે. આ ભાગમાં ફક્ત સપાટ સફાઈમા જે લીટી યા આકૃતિ દોરી શકાય છે તેવીજ લીટી યા આકૃતિઓના ગુણ અને રચનાનુ વર્ણન કરવામાં આવશે. આ પ્રમાણે વિષયનું વર્ણન કરવાને માટે દરેક સત્યતા જુદા જુદા પ્રકરણમાં બતાવવામાં આવી છે. ભૂમિતિના જે ભાગમાં સપાટ સફાઇની આકૃતિનું વર્ણન કરવામાં આવે છે તેને **સપાટ ભૂમિતિ** કહે છે. અને જુદી જુદી સત્યતા બતાવનાર પ્રકરણને **સિદ્ધાંત** કહે છે. કોઈ વખત એકજ પ્રકરણ યા સિદ્ધાંતમાં જાદી જુદી સત્યતાઓ બતાવી છે, પણ તેનું કારણ એટલુજ છે કે એવી સત્યતાઓ અરસપરસ નિકટ સંબંધ ધરાવે છે. એક સિદ્ધાંતમાં સાબિત થએલી સત્યતા આગળના કોઈપણ સિદ્ધાંતમાં

સાબિતી તરીકે આપી શકાય છે, અને એક પછી એક એમ જુદા જુદા સિદ્ધાંતમાં પાછળનથી ચઢતી, યા સ્વતંત્ર સત્યતા સાબિત કરવામાં આવી છે. સત્યતાના સ્વરૂપ પ્રમાણે સિદ્ધાંતના નીચેના બે ભાગ કર્યા છે -

(૧) **પ્રમેય**—જે સિદ્ધાંતમાં કાંઇ સાબિત કરવામા આવ્યુ છે. જેમકે કોઇ પણ ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણા બે કાટખૂણા બરાબર છે, યા કોઈ પણ સામાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમા સામસામેનાં બાજુ અને ખૂણા બરાબર છે, તેને **પ્રમેય** કહે છે પ્રમેયમાં કોઇ વખતે નવું કાર્ય કરવામા આવે છે પણ ફકત તે અમુક ગુણ સાબિત કરવાને માટે જ અંગીકાર કરવામાં આવ્યુ હોય છે, અને તે એવા સિદ્ધાતનો મુખ્ય ઉદ્દેશ નથી.

પ્રમેયમાં મુખ્ય ઉદ્દેશ કાંઈ પણ સાબિત કરવાનો છે.

(૨) **કૃત્ય**—જે સિદ્ધાતમા કોઇ પણ ભૂમિતિની રચના કરવામા આવી હોય છે તેને **કૃત્ય** કહે છે પ્રમેય સિદ્ધાતમા જયારે કાંઈ સાબિત કરવાનુ હોય છે ત્યારે કૃત્ય સિદ્ધાતમા હમેશાં કાંઇક નવી રચના કરવાની હોય છે જેમકે આપેલા ખુણાની બરાબર એક ખૂણો બનાવવો અથવા એક આપેલી લીટીના અમુક સરખા ભાગ કરવા, વગેરે

આ નવી રચના કરવી એ કૃત્યનો મુખ્ય ઉદ્દેશ છે

વળી કોઇ પણ સિદ્ધાંતના પાચ ભાગ સામાન્ય રીતે હોય છે

(૧) સિદ્ધાતમા જે કાઇ સાબિત કરવાનુ હોય અથવા નવું રચવાનું હોય તેવી સત્યતા જે સામાન્ય શબ્દસમૂહમા કહેવામા આવી હોય તે સમૂહને સિધ્ધાંતની **સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા** અથવા **ઉદ્દેશ** કહે છે, જેમકે કોઇ પણ ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણા બે કાટખૂણા બરાબર થશે

(૨) જે ભાગમાં સામાન્ય પ્રતિજ્ઞામાં જે કંઈ ફકત શબ્દ સમૂહમા કહેવામા આવ્યું હોય તેનુ આકૃતિ સહિત ચોક્કસ શબ્દોમા વર્ણન કર્યું હોય તેને **વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા યા સાધન** કહે છે. જેમ જ (૧)માં બતાવેલી

સાધારણ પ્રતિજ્ઞાને ત્રિકોણની આકૃતિ કાઢી ખૂણાનાં નામ આપી કહેવું કે ફલાણા ત્રિકોણના ફલણા ત્રણ ખૂણાઓ બે કાટખૂણા બરાબર થશે.

(૩) સિદ્ધાંતની સત્યતા બતાવવાને માટે અથવા કાંઇ નવું કરવાને માટે જે કાંઇ નવી લીટી યા આકૃતિ દોરવામાં આવે તે ભાગને સિદ્ધાંતની **રચના** કહે છે જેમકે (૧) મા બતાવેલી પ્રતિજ્ઞાને આકૃતિ સાથે વર્ણવ્યા પછી સમાન્તર સીધી લીટી દોરવી અને પાયાને લબાવવો એ રચના છે.

(૪) જે ભાગમા પ્રમેયની સત્યતા સાબિતી સહિત બતાવી આપી હોય અથવા કૃત્યનુ કાર્ય કરી આપ્યું હોય તે ભાગને સિદ્ધાંતની **સાબીતી** યા **સિધ્ધતા** કહે છે જેમકે(૧) મા બતાવેલી સત્યતા સાબિત કરી આપવી યા એક ખણાની બરાબર બીજો નવો ખૂણો કરવો, વગેરે

(૫) સિદ્ધાતના પાચમા અને છેલ્લા ભાગમા પ્રતિજ્ઞામા બતાવેલી સત્યતા યા કાર્ય થઇ રહ્યું છે એમ કહેવામા આવે છે અને એ ભાગને **સમાપ્તિ** અથવા **નિગમન** કહે છે

ઉપલા પૃથક્કરણથી સ્પષ્ટ થશે કે કેઈ પણ સિદ્ધાંતમા પ્રતિજ્ઞા-સામાન્ય અને વિશિષ્ટ—અને સમાપ્તમાં તર્કશાસ્ત્રની મદદ જોઇતી નથી કારણ કે જે સાધા ણ શબ્દોમાં કહ્યુ હોય તે તેમા ચોક્કસ શબ્દોમા કહેવામાં આવે છે મુખ્ય ભગો રચના અને સિદ્ધના છે કારણ કે સિદ્ધાતમાં એવી રચના લેવી જોઇએ કે જેથી માગેલી સત્યના બતાવી શકાય અને સાબિતી એવી અગીકાર કરવી જોઇએ કે જેથી સિદ્ધંતમાં માગેલી સત્યતા નીકળી શકે, આ ભાગોમાં તર્કશાસ્ત્રનો પ્રવેશ થાય છે અને ભૂમિતિના સિદ્ધાતો એવા છે કે કોઇ પણ નિયમ તર્કશાસ્ત્રનો તોડયો તો ઉધુજ પરિણામ આવે છે માટે આ ભાગનુ મનન ઘણા આગ્રહપૂર્વક કરવુ પડે છે.

વળી કાંઇ પણ સિદ્ધ કરવામાં આવ્યું હોય અથવા બનાવવામાં આવ્યુ હોય તે ઉપરથી નિકટ સબંધ ધરાવનારી કોઇ પણ સત્યતા નીકળી શકતી હોય તો તેને તે સિદ્ધાંતનો **ઉપસિધ્ધાંત** કહે છે. આ ઉપસિદ્ધાંતની સત્યતા તેની ઉપરના સિદ્ધાંત પરથી તરજ દેખાઇ આવે છે અને તેને માટે સામાન્ય રીતે જુદી સિદ્ધતા આપવામા આવતી નથી પણ તેને

સિદ્ધાંતના ઉપસિદ્ધાંત તરીકે લેખવામાં આવે છે અને તેને સિદ્ધાંતના અનુમાન તરીકે આપવામાં આવે છે.

ભૂમિતિનાં કાર્યમાં નીચે પ્રમાણે સંજ્ઞા તથા ચિહ્ન આપવામાં આવ્યા છે.—

∴	માટે, અથવા તેથી;	∵	કારણ કે;	મી.	મીટર;
=	બરાબર યા બરાબર છે,	∠	ખૂણો,	″	ઇંચ
△	ત્રિકોણ.	∟	કાટખૂણો.	′	ફુટ
∥	સમાન્તર સીધી લીટીઓ	⊥	લંબ	મી મી	મીલીમીટર
સ૦ ચ૦ =	∥કોણ= સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ;			સે મી	સેન્ટીમીટર
≡	સર્વ સમાન (બધી રીતે બરાબર).			ડે મી	ડેસીમીટર
>	મોટી છે	<	નાની છે		

શરૂઆતમાં આ સંજ્ઞા ધીમે ધીમે વાપરવામા આવી છે અને વિદ્યાર્થીઓને અનુભવ થયા પછીજ ધીમે ધીમે વધારે સંજ્ઞા વાપરતા જવું.

કોઇ પણ પ્રતિજ્ઞામા બે ભાગ હોય છે જે ભાગ આપેલો હોય તેને પક્ષ કહે છે અને જે માગેલો હોય તેને સાધ્ય કહે છે.

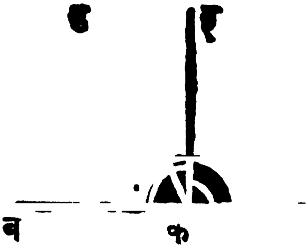
દરેક પ્રમેયમાં કાંઇ પણ સિદ્ધ કરવાનુ હોય છે અને કૃત્યમાં કાંઇ પણ રચવાનુ હોય છે તેથી પ્રમેય અને કૃત્ય પુરૂ થતા અનુક્રમે પ્ર૦ સિ૦ અને કૃ૦ કૃ૦ યા પ્રમેય સિદ્ધ અને કૃત્ય કૃત એવા શબ્દો લખાય છે.

§ ૧૩. સીધી લીટી અને તેથી થતા ખૂણાઓનો સંબંધ.

સિદ્ધાંત ૧. પ્રમેય.

પ્રતિજ્ઞા સામાન્ય-એક સીધી લીટીની એકજ બાજુએ બીજી સીધી લીટોથી થતા પાસે પાસેના ખૂણા બન્ને મળીને બે કાટખૂણાની બરાબર છે.

પ્રતિજ્ઞા વિશિષ્ટ—અબ સીધી લીટીની એકજ બાજુએ કડ સીધી લીટી અકડ અને બકડ બે પાસે પાસેના ખૂણા કરે છે,



ત્યારે તે બન્ને મળીને બે કાટખૂણાની બરાબર થશે.

રચના—ધારો કે क બિંદુમાંથી अब ઉપર कइ લંબ છે. (સ્વી)

સિદ્ધતા—अकड અને बकड ખૂણા મળીને अकइ, इकड અને डकब ખૂણા બરાબર છે (પ્ર૦ પ્ર૦)

તેમજ अकइ અને इकब ખૂણા મળીને अकइ, इकड અને डकब ખૂણા બરાબર છે (પ્ર૦ પ્ર૦)

તેથી ∠अकड અને ∠बकड=∠अकइ અને ∠इकब (પ્ર૦ પ્ર૦)

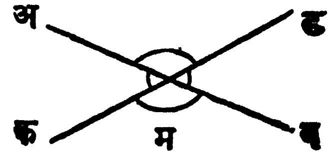
પણ ∠अकइ અને ∠इकब=૨ કાટખૂણા (રચના)

નિગમન—તેથી ∠अकड અને ∠ बकड=બે કાટખૂણા. (પ્ર૦ પ્ર૦)

પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧—જો કોઈ બે સીધી લીટી એક બીજીને છેદે તો શિરોબિંદુ (છેદનબિંદુ) આગળ થતા ચાર ખૂણાનો સરવાળો ચાર કાટખૂણા બરાબર છે.

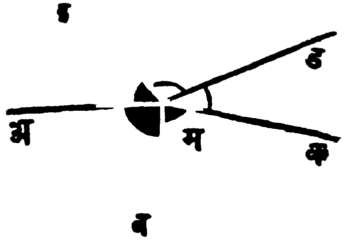
કારણ કે ∠अमक+∠कमब બે કાટખૂણા બરાબર છે સિ૦ ૧



અને ∠बमड+∠डमअ પણ બે કાટખૂણા બરાબર છે. (સિ૦ ૧)

ઉપસિધ્ધાંત ૨–ગમે તેટલી સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમાં આવી મળે તો આ બિંદુ આગળ થતા સર્વ ખૂણાનો સરવાળો ચાર કાટખૂણા બરાબર છે

કારણ કે **अम**ને લંબાવીએ તો **म** આગળના સર્વ ખૂણાઓ ચાર કાટખૂણા બરાબર છે (ઉ૦ સિ૦ ૧)



પ્રશ્નો.

૧ ૨૭°, ૫૩, ૧૧૮, ૧૭૮°, ૨૬°, ૫૯°, ૧૦૧°, અને ૫૨ ના ન્યૂનતાપૂરક યા દ્વિકાટખૂણપૂર્ણ ખૂણા કહો.

૨ ૧૨°, ૨૩°, ૪૯, ૫૫° ના કોટિખૂણા યા એકકાટખૂણપૂર્ણ ખૂણા કહો

૩ જો એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટીને **કદીમ** એક ખૂણો કાટખૂણો કરે તો બાકીના ખૂણાઓ પણ કાટખૂણા છે.

૪. સરખા ખૂણાના કોટિખૂણાઓ બરાબર છે.

૫. સરખા ખૂણાના ન્યૂનતાપૂરક ખૂણા બરાબર છે.

૬ △ **अबक** મા ∠ **अबक** = ∠ **अकब** અને **बक**ને બન્ને દિશામાં લંબાવીએ તો બહારના એ પ્રમાણે થતા ખૂણા પણ બરાબર છે.

૭ △ **अबक** મા ∠ **अबक** = ∠ **अकब** અને **अब** અને **अक**ને લંબાવીએ તો પાયાની બહારના ખૂણા પણ બરાબર છે

૮ જો એક સીધી લીટી ઉપર બીજી સીધી લીટી પડે તો પાસે પાસેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ અરસપરસ લંબ છે.

૯ એકજ શાખાલીટીની આસપાસ બે ખૂણા (દરેક) ૫૫° ના છે તો બન્નેને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખૂણો કેવડો?

૧૦. એકજ શાખાલીટીની આસપાસ બે ખૂણાઓ ૭૨° અને ૧૦૮° ના છે તો બન્નેને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખૂણો કેવડો ?

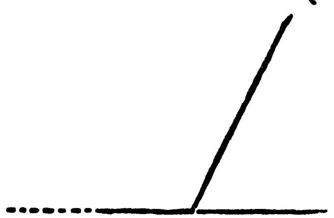
૧૧. ત્રણ ખૂણાઓ અનુક્રમે ૬૭°, ૧૧૦° અને ૩૩°ના એકજ શિરોબિંદુ આગળ પાસે પાસે છે અને ત્રણેને દુભાગીએ તો છેલ્લી અને પહેલી દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખૂણો કેવડો ?

૧૨. પ્રશ્ન ૧૧ મામા બબ્બે દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેના ખૂણા કેવડા?

સિદ્ધાંત ૨. પ્રમેય.

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા—જો પાસે પાસેના ખૂણા ન્યૂનતાપૂરક હોય તો તે ખૂણાની બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા કે સાધન—∠अबइ અને ∠डबइ પાસે પાસેના ખૂણા ન્યૂનતાપૂરક છે, ત્યારે તેની બહારની શાખાલીટીઓ अब અને डब એકજ સીધી લીટીમાં થશે, એટલે अबड સીધી લીટી થશે



રચના—अब ને क સુધી લંબાવો　　　(સ્વી૦ ૬૦)

સિદ્ધતા—अबक એક સીધી લીટી છે, અને इब તેની ઉપર પડે છે.

∠अबइ અને ∠कबइ ન્યૂનતાપૂરક છે　(સિ ૧)

પણ ∠अबइ અને ∠डबइ ન્યૂનતાપૂરક છે.　(પ્રતિજ્ઞા)

∠अबइ + ∠डबइ=∠अबइ + ∠कबइ　(પ્ર૦ પ્ર૦)

∠डबइ=∠कबइ　(પ્ર૦ પ્ર૦)

∴ बक, बड એકજ સીધી લીટીમાં હોવી જોઇએ.

અને **अबक** એક સીધી લીટી છે, (રચના)

નિગમન— **अबड** પણ એક સીધી લીટીમાં છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. **अब** ની સાથે **बक** અને **बड** વિરૂદ્ધ બાજુ ઉપર અનુક્રમે ૬૫° અને ૧૧૫° ના ખૂણા કરે છે તો **बक** અને **बड** એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૨. **बक** સાથે વિરૂદ્ધ બાજુએ **बअ** અને **बड** અનુક્રમે એકેક કાટ-ખૂણો કરે છે તો **बअ** અને **बड** એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૩. ∠**बअक**=૬૦°અને **बअ**=૧.૫" અને **अक**=૨", ∠ **बअक**ને દુભાગનારી લીટી **बक** ને **ड** મા મળે છે તો **अड** અને **अक** માપો અને ∠**अडब**ના ન્યૂનતાપૂરક અને કોટિખૂણા કહો

૪. **अबक** લીટીની વિરૂદ્ધ બાજુએ ∠ **अबड** અને ∠ **कबइ** બરાબર છે તો **डब** અને **बइ** એકજ સીધી લીટીમા છે

૫ પાસે પાસેના ખૂણાઓને દુભાગનારી લીટીઓ જો કાટખૂણે હોય તો ખૂણાની બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે

૬. સામસામેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૭. કોઇ પણ પેન્સીલને વચ્ચેથી પકડી આમ તેમ ફેરવીએ તો તેના બન્ને ભાગો સરખા ખૂણામાંથી ફરશે.

૮. **अबक** અને **डबइ** સીધી લીટીઓ એક બીજાને **ब**માં છેદે તો ∠ **अबइ** + ∠ **इबक** = ? અને ∠ **इबक** + ∠ **कबड** = ?

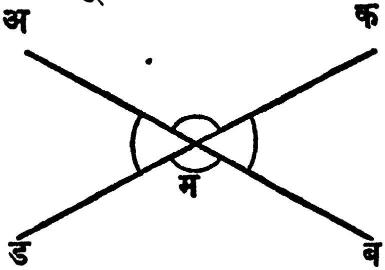
૯. એક લીટીની આસપાસ બે ખૂણાઓ ૭૨° અને ૧૦૯° ના છે તો બહારની લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે ?

૧૦. બે સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમાં છેદે તો સામસામેના ખૂણાની કેટલી જોડ થશે ?

૧૧. પાંચ સીધી લીટી એકજ બિંદુમાં છેદે તો સામસામેના ખૂણાની કેટલી જોડ થશે ?

સિધ્ધાંત ૩. પ્રમેય.

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા—જો બે સીધી લીટીઓ એક બીજીને છેદે તો સામસામેના ખૂણાઓ બરાબર છે.



વિશિષ્ટ પ્ર૦—अब અને कड બે સીધી લીટીઓ म બિંદુમાં છેદે છે તો ∠अमक=∠बमड થશે, અને ∠अमड=∠कमब થશે.

સિદ્ધતા—कड એક સીધી લીટી છે અને अम તેની ઉપર પડે છે.

∠अमक+∠अमड=૨ કાટખૂણા (સિ૦ ૧)

અને डम, अब ઉપર પડે છે.

∠अमड+∠बमड=૨ કાટખૂણા (સિ૦ ૧)

∴ ∠अमक+∠अमड=∠अमड+∠बमड (પ્ર૦ પ્ર૦)

બન્ને બાજુમાથી ∠ अमड લઈ લો,

નિગમન— ∠अमक=∠बमड, (પ્ર૦ પ્ર૦)

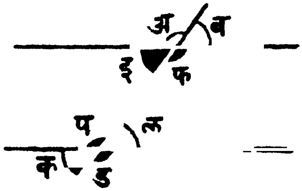
અને તેજ પ્રમાણે ∠अमड=∠कमब. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. ઉપલા સિદ્ધાંતમાં ∠अमड=∠कमब છે તે પૂર્ણ સિદ્ધતા લખી એ સિદ્ધાંત સાબિત કરો.

૨. કોઈ પણ ત્રિકોણની સઘળી બાજુઓ બંને દિશામાં લંબાવી કહો કે કયા કયા ખૂણા બરાબર છે.

૩. નીચેની આકૃતિમાં જો ∠अ=∠इ તો ∠इ=∠फ;



જો ∠ब=∠ल તો ∠इ=∠फ,
જો ∠ब=∠ल, તો ∠फ=∠ड
અને ∠इ=∠ल; જો ∠इ+∠प=
૨ L, તો फ+∠ल=૨ L,
∠ब+∠ड=૨ L, અને ∠अ
+∠क=૨ L છે.

૪ બે લીટીઓ એક બીજીને છેદે તો એક ખુણાને દુભાગનારી લીટી સામેના ખુણાને પણ દુભાગે છે.

૫ સામસામેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ એકજ લીટી છે.

૬ સિદ્ધાંત ૩ ની આકૃતિમાં જો

(૧) ∠ अमक=૬૧°, તો બીજા ખુણા કેવડા ?

(૨) ∠ अमक + ∠ बगड=૨૨૦° તો બીજા ખૂણા કેવડા ?

(૩) ∠ अमक + ∠ अमड + ∠डमब=૨૩૧° તો દરેક ખુણો કેવડો ?

૭. बड, ∠अबकને દુભાગે છે તો बड ઉપર ∠ अबक ને એવડ ચાળીએ ત્યારે अब કયા પડશે ? अब, बक ની બહાર અને અંદર ક્યારે પડશે ?

૮ બે લીટીઓ એક બીજીને છેદતા એક ખૂણો ૧૫°નો કરે છે તો બાકીના ખુણા કેવડા ?

૯. ત્રણ લીટીઓ એકજ બિંદુમાં છેદતાં પાસેપાસેના બે ખૂણા ૨૫° અને ૬૧°ના કરે છે તો બાકીના ખૂણા કેવડા ?

૧૦. એક ચતુષ્કોણમાં બાજુઓ લબાવતાં બહારના ખૂણા ૮૬°, ૧૧૫°, ૭૫°, ૮૪°, થાય છે તો તેની પાસેના અને સામેના ખૂણા કેવડા?

૧૧. એક આંકણી એક લીટી ઉપર ફરીને ૨૭°, ૧૧૨°, ૭૭°, અને ૪૮°ખૂણા કરે છે તો તેની પાસેના અને સામેના ખૂણા કેવડા કરશે ?

§ ૧૪. સમાન્તર સીધી લીટી અને તેથી થતા ખૂણાઓનેા સંબંધ.

સમાન્તર સીધી લીટીઓ એકજ સફાઈમા હોવી જોઇએ. જો એક લીટી એક ચોપડી પર હેાય અને બીજી લીટી એક સ્લેટ પર હોય અને આ લીટીઓ જો કે ગમે તેટલુ લંબાવવાથી મળતી નથી તેા પણ આ ભૂમિતિમા એવી સમાન્તર લીટીઓ લેવામા આવી નથી. આ ભૂમિતિમા એકજ સફાઈમા પડતી સમાન્તરેા લીધી છે, જો કે વક્ર સફાઇમા પડતી સમાન્તરેા છે તેા પણ તેને આ ભૂમિતિમા લેવામા આવી નથી. જુઓ કર્તવ્ય ભાગમા બે લીટી ઉપર એક આડી લીટી પડે અને એ પ્રમાણે જે જે ખૂણાઓ બબ્બે લીટીથી થાય છે તેની સમજણ માટે કર્તવ્ય ભાગમા જુઓ.

સિદ્ધાંત ૪ થેા વિદ્યાર્થીને ભારે લાગશે માટે તે શીખવવા અગાઉ શિક્ષકે નીચે પ્રમાણે પ્રયેાગ કરી બતાવવેા

अब, **कड** બે લીટીને છેદતી એક **पफ** લીટી દોરેા અને તેમાં ∠**अइल** અને ∠**इलड** દરેક ૭૦° નેા કરેા; પછી ∠ **बइल** અને ∠**इलक** ના માપ લેા

પછી **इलड** ભાગની નકલ પાતળા કાગળ પર કરેા અને તેને ફેરવીને (ડાબા હાથ તરફ) **कलइअ** ભાગ ઉપર એવી રીતે મૂકેા કે **इल** લીટી **लइ** સાથે મળી જાય. **इब**, **लड** નું શુ થાય છે ?

આ પ્રમાણે થવાનું કારણ શુ ?

જો **इअ**, **लक** ને લંબાવતા તેઓ મળે તેા **लड**, **इब** ને વિષે શુ અનુમાન કરેા ? તેથી **अइब**, **कलड** વિષે શુ અનુમાન કરેા ?

જો **इअ**, **लक** ને લંબાવતાં તેઓ ન મળે તેા શુ અનુમાન નીકળે છે ? આ પ્રમાણે બતાવેા કે **अब** ‖ **कड**

સિદ્ધાંત ૪. પ્રમેય.

એક સીધી લીટી બીજી બે સીધી લીટીને છેદે ત્યારે જો

(૧) વ્યુત્ક્રમ ખૂણાનું જોડકું બરાબર હેાય; અથવા

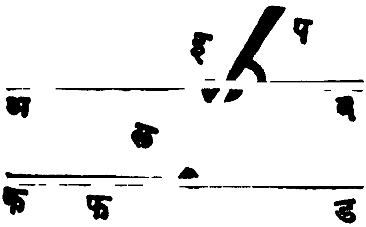
(૨) બહારનેા એક ખૂણેા આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના

માંહેના સામેના ખૂણાની બરાબર હોય; અથવા

(૩) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખૂણા નો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર હોય;

તો તે સમાન્તર સીધી લીટીઓ છે.

अब, कड એ સીધી લીટીને पफ એક આડી સીધી લીટી इ, ल માં અનુક્રમે છેદે છે ત્યારે



(૧) જો ∠अइल=∠इलड, તો अब ∥ कड થશે

આકૃતિમાંથી अइलक ભાગ છૂટો કરી એવી રીતે મૂકો કે ल,इ ઉપર અને इ,ल ઉપર પડે

इल=लइ અને ∠अइल=∠इलड, इअ, लड ઉપર પડશે

અને ∠अइल=∠इलड, ∠बइल=∠कलइ (?)

लक, इब ઉપરજ પડશે.

જો इअ, लक, अ,क તરફ મળે તો તેઓ ब,ड તરફ પણ મળશે. પણ બન્ને સીધી લીટી હોવાથી આ અશક્ય છે, लक અને इबની તેમજ इअ અને लडની દિશા એકજ છે સિદ્ધતા)

∴ કોઈ પણ બાજુ પર अब,कड મળે નહિ.

∴ अब ∥ कड છે.

(૨) જો ∠पइब=∠पलड, તો अब ∥ कड થશે.

હવે ∠पइब=∠ पलड અને ∠पइब=∠अइल (સિ૦ ૩)

∴ ∠अइल=∠इलड (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખરો છે, ∴ (૧) પ્રમાણે अब ∥ कड.

(૩) જો ∠ बइल + ∠ इलड = २ L, તો अब ∥ कड થશે.

હવે ∠ बइक + ∠ इलड = २ L (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠ बइल + ∠ अइल = २ L (સિ० ૧)

∴ ∠ बइल + ∠ इलड = ∠ बइल + ∠ अइल (પ્ર० પ્ર०)

∴ ∠ इलड = ∠ अइल. (પ્ર० પ્ર०)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખૂણા છે,

પહેલા ભાગ પ્રમાણે अब ∥ कड છે. પ્ર० સિ०

ઉપસિદ્ધાંત—જો બે સીધી લીટી બન્ને ત્રીજી સીધી લીટીને લંબ હોય તો તે બે સમાન્તર સીધી લીટી છે.

પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાત ૪ નો ઉપસિદ્ધાંત સબિત કરો.

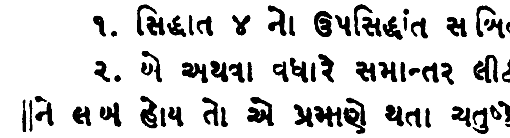
૨. બે અથવા વધારે સમાન્તર લીટીને મળતી આડી લીટીઓ જો ∥ને લબ હોય તો એ પ્રમાણે થતા ચતુષ્કોણો સમાન્તરબાજુ છે

૩. अ ब क ड ચતુષ્કોણમાં ∠ ब अ क = ∠ अ क ड અને ∠ डअक = ∠ अकब તો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ છે

૪. अबकड ચતુષ્કોણમાં ∠ अ = ∠ब અને बक = अड, તો આકૃતિને કાપીને, ફેરવીને અને મૂળ સ્થિતિમા પાછી ગોઠવીને બતાવો કે अब ∥ कड.

૫ લીટીના પરિવર્તનથી ખૂણો થાય છે એ સત્યતાને આધારે ઉપલો સિદ્ધાત સાબિત કરો.

પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ—એક બીજીને છેદતી બે લીટીઓ બન્ને ત્રીજી લીટીને સમાન્તર હોઈ શકે નહિ. અથવા



કોઈ પણ બિંદુમાંથી એકજ લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર દોરી શકાય છે. આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ, કેમકે अब, इफ બન્ને कडને સમાન્તર નથી. એનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ કહેવાય છે.

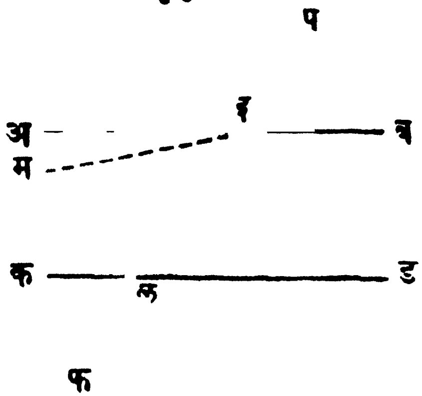
સિધ્ધાંત ૫. પ્રમેય.

જો એક સીધી લીટી બે સમાન્તર સીધી લીટીને છેદ તેા

(૧) વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર છે;

(૨) બહારને ખૂણેા માહેના સામેના આડી લીટીની એક જ બાજુ તરફના ખૂણાની બરાબર છે; અને

(૩) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખૂણાનેા સરવાળેા બે કાટખૂણા બરાબર છે.



अब, कड બે સામાન્તર લાટીને पफ એક આડી લીટી અનુક્રમે इ,ल માં છેદે છે તેા

(૧) ∆अइल ∠इलड,

(૨) બહારને ∠ पइब=-માહેના સામેના ∠इलड, અને

(૩) માંહેના ∠इलड+∠बइल=૨ L થશે.

(૧) જો ∠ अइल, ∠इलडની બરાબર ન હેાય તેા

ધારેા કે ∠मइल=∠इलड છે.

∴ ∠मइल-- ∠ इलड, ∴ मइ ∥ कड છે. (સિ૦ ૪)

પણ अब ∥ कड (પ્રતિજ્ઞા)

∴ मइ અને अइब બન્ને ∥ कड છે.

પણ એ અશક્ય છે. (પ્લેફેરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણુ.)

∴ ∆अइल=∠इलड નથી એ અશક્ય છે.

∠अइल=∠इलड છે.

(૨) હવે ∠अइल=∠इलड (સિદ્ધ)

અને ∠पइव=∠अइल (સિ૦ ૩)

∴ ∠पइव=∠इलड. (પ્ર૦ પ્ર૦)

(૩) હવે ∠अइल=∠इलड; (સિદ્ધ)

બન્નેમાં ∠वइल ઉમેરીએ તો

∠अइल+∠वइल=∠इलड+∠वइल (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∠अइल+∠वइल=૨ L (સિ૦ ૧)

∴ ∠इलड+∠वइल=૨ L છે. (પ્ર૦ પ્ર૦). પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧ બે અથવા વધારે સમાન્તર લીટીને છેદતી આડી લીટી જો એકને લંબ હોય તો તે બધીને લબ છે.

૨ સિદ્ધાત ૫માં પહેલા ભાગની મદદ વિના બીજો ભાગ સિદ્ધ કરો.

૩ બે સમાન્તર લીટીની બે જોડ અરસપરસ છેદી એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ કરે છે તો બતાવો કે (૧) કયા કયા ખૂણા બરાબર છે, (૨) કયા કયા ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર છે; અને (૩) કયા કયા ખૂણા અરસપરસ દ્વિકાટખૂણપૂર્ણ છે.

૪ એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમા કર્ણ દોરીને એક બાજુ લબાવીએ તો કયા કયા ખૂણા બરાબર છે?

૫ **સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેના ખૂણા સરખા છે.**

૬ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમા બધા ખૂણાનો સરવાળો કેટલો?

૭. પ્રશ્ન ૬ પરથી ત્રિકોણના ખૂણાનો સરવાળો કરો,

૮. જો કોઇ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં એક ખૂણો કાટખૂણો હોય તો તે લંબચોરસ છે.

૯ કોઈ પણ ખૂણાની શાખાલીટીની સમાન્તર બે લીટી દોરી હોય તો આ બે લીટીના અંતર્ખૂણો આપેલા ખૂણાની બરાબર છે, અથવા ન્યૂનતાપૂરક છે.

૧૦. અબક∆માં ∠બ=∠કને ડઇ ‖ બક તો ∠અડઇ=∠અઇડ,

૧૧. સિ. ૫માં ૩જો ભાગ ૧લા ભાગની મદદ વિના સિદ્ધ કરો

૧૨. એકજ લીટીને દોરેલી લંબો અરસપરસ સમાન્તર છે.

૧૩. અબ ‖ પફ અને બક ‖ પલ તો ∠બ અને ∠પ ને દુભાગનારી લીટીઓ સમાન્તર અથવા લંબ છે

૧૪. સિ ૫ માં ઇ, લ આગળના ચાર ખૂણાને દુભાગનાર લીટી એક લંબચોરસ બનાવે છે

૧૫. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણના અંદરના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ એક લંબચોરસ બનાવે છે

૧૬ અબ ‖ કડ છે, તેઓને આડી લીટી પ, ર મા છેદે છે ∠પ,∠ર ને દુભાગનાર લીટીઓ મમાં મળે છે સળ રચનાથી બતાવો કે (મપ, મર ઉપર સળ વાળીને) મ, અબ અને કડથી સમાન અન્તરે છે

સિદ્ધતાનો પ્રકાર.

સિદ્ધાત ૫ ઉપરથી માલમ પડશે કે પહેલા ચાર સિદ્ધાતમા જે રીતની સિદ્ધતા વાપરી છે તેનાથી એ સિદ્ધતા જુદીજ છે પહેલા પાચની સિદ્ધતા સુલટી છે અને ૫ માના એ સિદ્ધતા ઉલટી છે કોઈ પણ સિદ્ધાત આપણે સિદ્ધ કરવાનો છે અને જ્યારે આપણે બતાવીએ છીએ કે એ સિદ્ધાત ખોટા નથી, કારણ કે જો ખોટા હોય તો કોઈ વિપરીત પરિણામ આવે છે, ત્યારે તે ઉલટી સિદ્ધતા કહેવાય છે ૫ મા સિદ્ધાતમા આપણે સાધ્યને ખોટા માની તેથી ઉલટુ પરિણામ આણ્યુ છે અને જ્યા જ્યા આવી ઉલટી સિદ્ધતા અંગીકાર કરવામા આવે છે ત્યા ત્યા એવા ઉલટા અને વિપરીત પરિણામ આવે છે

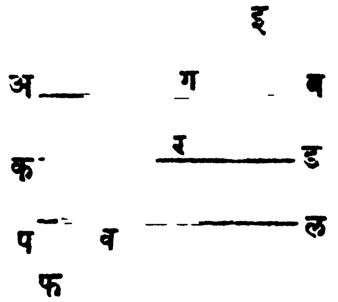
પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ સિદ્ધાંતો.

જ્યારે એક સિદ્ધાતનો પક્ષ ભાગ બીજા સિદ્ધાતનો સાધ્ય ભાગ હોય અને પહેલાનો સાધ્ય ભાગ બીજાનો પક્ષ ભાગ હોય ત્યારે એવા સિદ્ધાતો એક બીજાના પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ કહેવાય છે સિદ્ધાત ૪ થાના પક્ષમાં ∆ઓનો સબંધ આપેલો છે અને સાધ્યમા લીટી . કરવાની છે ત્યારે સિદ્ધાંત ૫માંના પક્ષમા

લીટી ∥ આપેલી છે અને આપેલા ∠ઓનો સંબંધ કાઢવાનો છે. તેથી એ બે સિધ્ધાંતો પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ છે. 'પ્રતીપ' યા 'વ્યત્યાસ'નો અર્થ 'ઉલટો' છે. આ ઉપરથી સમજાશે કે કોઇ પણ સિધ્ધાંતનો પ્રતીપ સિધ્ધાંત હોઇ શકે છે; પણ એક સિધ્ધાંત સત્ય હોય તો તેનો પ્રતીપ સિધ્ધાંત હમેશાં સત્ય છે એવું નથી; જેમકે બે ત્રિકોણોમાં ત્રણે બાજુ અનુક્રમે બરાબર હોય તો ખુણા ત્રણે બરાબર છે પણ તેનો પ્રતીપ-ખૂણા બરાબર હોય તો બાજુ પણ બરાબર છે-એ હમેશાં સત્ય નથી.

સિધ્ધાંત ૬. પ્રમેય.

જે સીધી લીટીઓ એકજ સીધી લીટીને સમાન્તર છે તે અરસપરસ સમાન્તર છે.



अब અને कड બન્ને पलને ∥ છે તો अब, कड ∥ થશે.

રચના—इफ આડી લીટી ત્રણે સમાન્તરોને અનુક્રમે ग, र, व માં છેદે તેમ દોરો.

સિદ્ધતા—अब ∥ पल, અને इफ બન્નેને છેદે છે.

∴ ∠अगर = ∠गवल. (સિ૦ ૫)

અને कड ∥ पल, અને इफ બન્નેને છેદે છે.

∴ ∠गरड = ∠गवल (સિ૦ ૫)

પણ ∠अगर = ∠गवल (સિદ્ધતા)

∴ ∠ અગર (એટલે ∠ અગવ) = ∠ ગરડ (૧)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ પૂર્ણ છે

નિગમન— અબ ∥ કડ છે. (સિ૦ ૪). પ્ર૦ સિ૦

નોટ—સિદ્ધાંત ૬ માં જ્યારે પલ, અબ અને કડની મધ્યે હોય ત્યારે સિદ્ધતા નહિજ જોવી છે; કારણ કે

અબ ∥ પલ અને કડ ∥ પલ છે.

∴ અબ, પલ અને કડ, પલ કદી પણ મળશે નહિ તો અશક્ય છે કે પલની બહારની લીટીઓ, અબ, કડ મળી શકશે

પ્રશ્નો.

૧. જો એક લીટી બે સમાન્તર લીટીમાંથી એકને સમાન્તર હોય તો બીજીને પણ તે સમાન્તર છે.

૨. જો એક લીટી બે સમાન્તર લીટીમાંથી એકને લંબ છે તો બીજીને પણ તે લંબ છે

૩. સિદ્ધાંત ૬ ને પ્લેફેરના પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી સિદ્ધ કરો

૪. સિદ્ધાંત ૬ દ્વામા "સમાન્તર"ને બદલે "સરખા" અને "લંબ" શબ્દ મૂકીએ તો એથી થતા સિદ્ધાંતો પણ ખરા છે કે નહિ તે બતાવો

૫. કોઇ પણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં જો એક બાજુને સમાન્તર લીટીઓ દોરી હોય તો આ પ્રમાણે થતા ચતુષ્કોણો પણ સમાન્તરબાજુ છે.

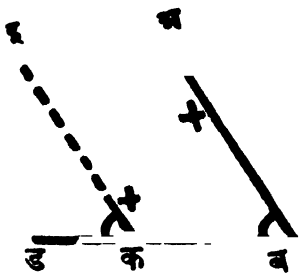
૬. લંબચોરસની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી બાજુને સમાન્તર દોરેલી લીટીઓ મોટા લંબ ચોરસના ચાર નાના લંબ ચોરસો બનાવે છે.

૭. પ્રશ્ન ૬ દ્વામાં જો ચોરસ લઇએ તો ચાર નાના ચોરસ થશે.

§ ૧૫. ત્રિકોણના બધા ખૂણાનું અને બહુકોણના અંતર્ખૂણાનું અને બાહ્યખૂણાનું એકંદર મહ-૧૦.

સિદ્ધાંત ૭. પ્રમેય.

કોઈ પણ ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણા મળીને:બે કાટખૂણા બરાબર છે.



अबक એક ત્રિકોણ છે. તો ∠अ+∠ब+∠क=બે કાટખૂણા થશે

રચના-बक ને ड સુધી લબાવો, અને ધારો કે कइ, अब॥છે.

સિદ્ધતા-अब|कइ, ∴ ∆अ=∠अकइ　　(સિ૦ ૫)

અને अब ॥ कइ,　∠ब= इकड　　(સિ૦ ૫)

∴ ∠अ+∠ब=∠अकइ+∠इकड;　　(પ્ર૦ પ્ર૦)

બન્નેમાં ∠अबक ઉમેરો.

∴ ∠अ+∠ब+∠अकब=∠अकइ+∠इकड+∠अकब;

પણ क આગળના ત્રણ ખૂણા બે કાટખૂણા બરાબર છે (સિ૦ ૧)

નિગમન- ∴ ∠अ+∠ब+∠अकब=૨∟ છે.

એટલે ત્રિકોણના ∠अ+∠ब+∠क=બે કાટખૂણા. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧-કોઈ પણ ત્રિકોણની એક બાજુ લંબાવીએ તો બહારનો ખૂણો માંહેના સામેના બે ખૂણાની બરાબર છે; અને તે માંહેના સામેના કોઇ પણ ખૂણાથી મોટો છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨-જો બે ત્રિકોણમાં એકના બે ખૂણા બીજાના બે ખૂણાની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રીજા ખૂણા પણ બરાબર છે.

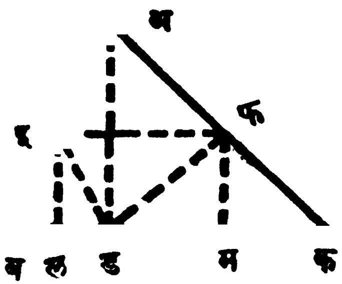
ઉપસિદ્ધાંત ૩-કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે ખૂણા મળી બે કાટખૂણા કરતાં ઓછા છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૪-કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં બધા ખૂણાનો સરવાળો ચાર કાટખૂણા બરાબર છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૫—કોઈ પણ ત્રિકોણમાં ઓછામાં ઓછા બે ખૂણા સાંકડા ખૂણા હોય છે.

પ્રશ્નો.

૨. નીચે પ્રમાણે △ બનાવી સિ. ૭ સિદ્ધ કરો.—



[△अबकમાં अड, बक પર ⊥ છે અને इ, अब નું અને फ, अकનુ મધ્ય બિંદુ છે અને इल અને फम, बकને ⊥ છે]

૨. કોઇ પણ કાટખૂણ △ માં બે સાંકડા ખૂણા અરસપરસ કોટિખૂણા છે

૩. જો કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે ખૂણા મળી ત્રીજાની બરાબર હોય તો ત્રિકોણ કાટખૂણ ત્રિકોણ છે.

૪. કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કર્ણ ઉપર જો કાટખૂણામાંથી લંબ દોરી હોય તો બન્ને ત્રિકોણો મૂળ ત્રિકોણ સાથે સમકોણ છે

૫. अबक △ મા बकની ∥ લીટી कમાંથી દોરી સિ૦ ૭-સિદ્ધ કરો.

૬. △अबकમાં बक લંબાવતાં બહારનો ∠अकड=૧૨૨° અને ∠अ=૫૨° છે તો બીજા ખૂણા કેવડા ?

૭. બે લીટીઓ અનુક્રમે બીજી બે લીટીને લંબ હોય તો પહેલી જોડની વચ્ચેનો સાંકડો ખૂણો બીજી જોડની વચ્ચેના સાંકડા ખૂણા બરાબર છે.

૮. કોઇ પણ ત્રિકોણના પાયાને લંબાવીએ તો બહારના ખૂણાઓ બે કાટખૂણા અને પાયાની સામેના ખૂણાના સરવાળા બરાબર છે.

૯. Δ**अबक**મા ∠**ब**, Δ**क**ને **बड**, **कड** દુભાગે છે તો ∠**बडक** =૯૦°+**अ**/૨

૧૦ Δ**अबक** માં **अब**, **अक** ને લંબાવતાં બહારના ખૂણાને **बड**, **कड** દુભાગે છે તો ∠ **बडक** =૯૦°−**अ**/૨.

૧૧ બે સમાન્તર લીટીને એક આડી લીટી છેદે તો તેની એકજ બાજુના માહેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ કાટખૂણે મળે છે

૧૨ Δ **अबक** મા **अब**=**बक** અને **बअ**ને લંબાવતા **अक**=**अड** હોય તો **डक**, **बक**ને લંબ છે.

૧૩ કોઇ પણ ચતુષ્કોણમા પાસેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીથી થનો અંતર્ખૂણો બાકીના ખૂણાના સરવાળાથી અર્ધો છે

૧૪. કોઇ પણ ત્રિકોણની એક બાજુને બન્ને બાજુ લંબાવીએ તો બહારના ખૂણા બે કાટખૂણા કરતા મોટા છે.

૧૫ કોઇ પણ પાયા ઉપર બે ત્રિકોણો એક બીજાની અંદર છે તો પાયાની સામેનો ત્રિકોણનો ખૂણો અંદરના ત્રિકોણના ખૂણા કરતાં નાનો છે.,

૧૬ **अबक**Δમાં ∠**अ**, ∠ **ब**ને દુભાગનારી લીટીઓ **ड** માં મળે તો ∠**अडब**>૧∠.

૧૭ **अबकड** ચતુષ્કોણમાં **अक** કર્ણ ∠**अ** અને **क**ને દુભાગે છે તો **ब** અને **ड** આગળના બહારના ખૂણા બરાબર છે.

૧૮ પાયા આગળથી Δ ની બે બાજુ લંબાવતા થતા બહારના ખૂણાઓ મળી બે કાટખૂણાથી વધારે છે

૧૯ એક Δ મા ત્રણે ખૂણા બરાબર હોય તો દરેક ખૂણો કેવડો ?

૨૦. એક Δ માં બે ખૂણા બરાબર છે અને ત્રીજો પહેલા કરતાં ૩૦ અંશ મોટો છે તો દરેક ખૂણો કેવડો ?

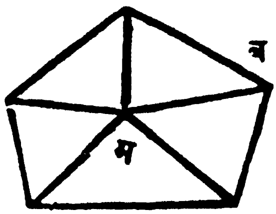
૨૧. **अबकड** ચતુ૦ મા **अब**, **डक** લંબાવતાં મળે છે તે **ब**, **क** આગળના બહારના ∠ઓ મળી **अ**, **ड** આગળના અંદરના ∠ઓ બરાબર છે.

૨૨. પંચકોણના ∠ઓ મળી=૬ કાટખૂણા છે.

૨૩. નિયમિત ષટ્કોણ અને અષ્ટકોણમાં દરેક ∠નું મહત્ત્વ શું?

સિધ્ધાંત ૮. પ્રમેય.

કોઈ પણ બહુકોણ આકૃતિના અંદરના બધા ખૂણા અને ચાર કાટખૂણાનો સરવાળો આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેનાથી બમણા કાટખૂણાની બરાબર છે.



अबकडफ એક બહુકોણ છે તો તેના સઘળા અંદરના ખૂણા +૪ કાટખૂણા=બહુકોણની જેટલી બાજુ છે તેનાથી બમણા કાટખૂણા થશે

રચના—બહુકોણમાં કોઈ પણ म બિંદુ લો, અને मને દરેક શિરોબિંદુ સાથે સાંધો

સિદ્ધતા—હવે બહુકોણની જેટલી બાજુ છે તેટલા ત્રિકોણ છે

અને દરેક △ના ત્રણ ખૂણા=૨ ∟ઓ છે (સિ૦ ૭)

∴ બધા △ઓના બધા ખૂણાઓ મળી જેટલા ત્રિકોણો છે તેથી બમણા કાટખૂણા બરાબર છે

∴ બધા △ઓના બધા ખૂણાઓ મળી બહુકોણની જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખૂણા બરાબર છે

પણ △ઓના ખૂણાઓ=બહુકોણના ∠ઓ + म આગળના ∠ઓ.

અને म આગળના ખૂણાઓ=૪ કાટખૂણા (સિ૦ ૧ ઉ૦ ૨)

. △ઓના ખૂણાઓ બરાબર ∠ઓ + ૪ કાટખૂણા

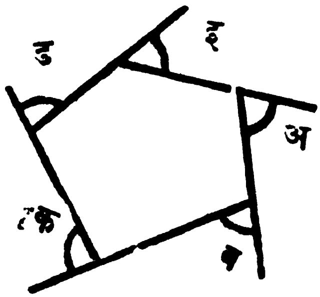
નિગમન—∴ બહુકોણના ∠ઓ + ૪ કાટખૂણા=બહુકોણની જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખૂણા છે　　પ્ર૦ સિ૦

નોટ—પાસેની આકૃતિમાં બતવેલો ड ખૂણો અતિદ્વિકાટખૂણ યા અંતર્ગામી યા 'રીફ્લેક્ષ' ખૂણો છે, જુઓ કર્તવ્ય ભાગમાં એ ખૂણો એ કાટખૂણાથી મોટો છે.



સિદ્ધાંત ૯. પ્રમેય.

કોઈ પણ બહુકોણ આકૃતિ એવી હોય કે તેનો કોઈ પણ ખૂણો અંતર્ગામી ન હોય તો તેની બધી બાજુ અનુક્રમે બહાર લંબાવીએ ત્યારે આ પ્રમાણે થતા બહારના ખૂણાનો સરવાળો ચાર કાટખૂણા બરાબર છે.



સાધન—अबकड एક બહુકોણ છે અને તેનો કોઇ પણ ખૂણો અંતર્ગામી નથી, અને તેની બધી બાજુ અનુક્રમે વધારવાથી બહારના ∠अ, ∠ब, ∠क, ∠ड, ∠इ, ખૂણા થાય છે

ત્યારે ∠ અ + ∠ બ + ∠ ક + ∠ ડ + ∠ ઈ = ૪ L થશે.

સિદ્ધતા—બહુકોણની જેટલી બાજુ છે તેટલા શિરોબિંદુ છે અને દરેક શિરોબિંદુ આગળ બહારનો ∠ + અંદરનો ∠ = ૨ L (સિ૦ ૧)

. સઘળા બહારના ∠ ઓ + સઘળા અંદરના ∠ ઓ જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખૂણા બરાબર છે

પણ સઘળા અંદરના ∠ ઓ + ૪ કાટખૂણા જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખૂણા બરાબર છે (સિ૦ ૮)

બહારના ∠ ઓ + અંદરના ∠ ઓ = અંદરના ∠ ઓ + ૪ L

બહારના ∠ ઓ = ૪ કાટખૂણા છે (પ્ર૦ પ્ર૦)

નિગમન- ∠ અ + ∠ બ + ∠ ક + ∠ ડ + ∠ ઈ = ૪ L છે પ્ર૦ સિ૦

સિદ્ધાંત ૮ અને ૯ ઉપરના પ્રશ્નો.

૧ એક ચતુષ્કોણના બહારના ખૂણા ૭૨°, ૧૧૨°, અને ૫૫° છે તો ચોથો બહારનો ખૂણો અને અંદરના બધા ખૂણા કેવડા?

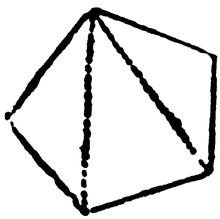
૨ એક પંચકોણના ત્રણ બહારના ખૂણા ૬૭°, ૨૫°, અને ૩૮° છે અને બાકીના બહારના ખૂણા સરખા છે તો સઘળા ખૂણા કેવડા?

૩. કોઇ પણ બહુકોણમાં અ બાજુની સંખ્યા હોય તો તેના અંદરના ખૂણા (૨×અ-૪) કાટખૂણા બરાબર છે.

૪. કોઈ પણ સમકોણમાં અ બાજુ હોય તો દરેક અંદરનો ખૂણો (૨ અ-૪)-અ કાટખૂણા બરાબર છે

૫ એક △ ના પાયા ઉપરનો ખૂણો અનુક્રમે સામેના ખૂણાથી ત્રણ ગણો અને પાચ ગણો છે તો દરેક ખૂણો કેવડો

૬. કોઈ પણ બહુકોણમાં ગમે તે શિરોબિંદુને બીજાં બધાં શિરોબિંદુ સાથે સાંધી સિદ્ધાંત ૮ મો સાબિત કરો



૭ એક △ ના પાયા ઉપરના ખૂણાઓ ૬૫° અને ૮૨° છે તો

સામેનો ખૂણો કેવડો ? સામેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટી પાયા સાથે કેવડા ખૂણા કરે છે ?

૮ પ્રશ્ન ૭મામાં પાયા ઉપરના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખણો કેવડો ?

૯ એક ચતુષ્કોણમા ત્રણ ખૂણાઓ અનુક્રમે ચોથાથી ત્રણગણા, ચારગણા અને ૭ગણા છે તો દરેક ખૂણો કેવડો ?

૧૦ એક સમબહુકોણમા દરેક ખૂણો (૧) ૧૦૮°, (૨) ૧૫૦°, (૩) ૧૭૬°, (૪) ૧૭૭$\frac{૧}{૨}$° છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુઓ છે ?

૧૧. ઓછામા ઓછી બાજુવાળા સમકોણમા દરેક ખૂણો કેવડો ?

૧૨. એક સમબહુકોણમા બહારનો દરેક ખૂણો (૧)૩૦° (૨)૧૨° (૩) ૪૦°, (૪) ૯°, (૫) ૧૫°,(૬) ૩૬°, (૭)૬૦°; (૮)૨૪°, (૯) ૪° અને (૧૦) ૧૦° છે તો તેની કેટલી બાજુ હશે ?

૧૩ ૧૨, ૧૦, ૫ અને ૩ બાજુના સમકોણમા બહારનો અને અંદરનો દરેક ખૂણો કેવડો ?

૧૪ ૭°, ૧૧°, ૧૩°, ૧૫°, ૨૧° અને ૩૩° ના બહારના ખણા હોય તો એવા સમબહુકોણ બની શકે ? કારણ આપો

૧૫ બહારનો ખુણો પહોળો ખૂણો હોઇ શકે એવો સમકોણ કયો ?

૧૬. ૩, ૪, ૫, ૬, ૮, ૧૦, ૧૨ અને ૧૫ બાજુના સમબહુકોણના અંદરના અને બહારના ખૂણાના માપનો કોઠો બનાવો.

૧૭ પ્રોટૅક્ટરથી ૨'૦ બાજુ ઉપર એક સમપંચકોણ બનાવો

૧૮. પ્રશ્ન ૧૭મામા બાજુ ૪ ૨ સે મી હોય ત્યારે સમપંચકોણ બનાવો

૧૯. ૧'૮ બાજુ ઉપર એક સમદ્વાદશકોણ બનાવો.

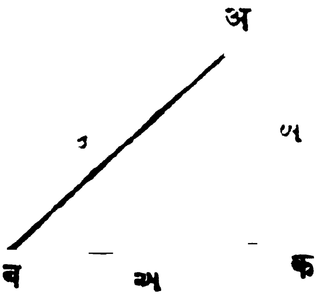
૨૦. પ્રશ્ન ૧૭મામાં એકેક શિરોબિંદુ છોડી દઇ બીજાં શિરોબિંદુઓ અનુક્રમે જોડી એક આકૃતિ બનાવો, આ આકૃતિ કેવી છે ? તેના બાજુ અને ખૂણાના માપ કાઢો.

૨૧. સિદ્ધાંત ૮, એક બિંદુ આગળ આપેલા બહુકોણની બાજુની સમાન્તર લીટી દોરી, સાબિત કરો.

§ ૧૬. ત્રિકોણોની સર્વ સમાનતા અને સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ.

જ્યારે એક આકૃતિને ઉંચકીને બીજી ઉપર સમાનતા બતાવવાને મૂકવામાં આવે ત્યારે એ રીતિને **સ્થાનોપરિ** યા **સમાધાન સ્થિતિ** કહે છે. આ પ્રમાણે જ્યારે આકૃતિઓ **સ્થાનોપરિ** સ્થિતિથી એક બીજીની બરાબર થાય છે ત્યારે તેઓ "**બરાબર**" થાય છે એટલે "**સર્વ રીતે બરાબર**" થાય છે.

આકૃતિઓ જ્યારે સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી બરાબર થાય છે ત્યારે ક્ષેત્રફળમા પણ તેઓ બરાબર છે. પણ જો આકૃતિઓ ક્ષેત્રફળમા બરાબર હોય તો હમેશાં તે સર્વ રીતે બરાબર થતી નથી એમ પાછળથી બતાવવામા આવશે.

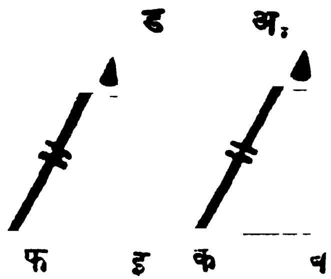


વળી કોઈ પણ ત્રિકોણ પર નજર નાખતા માલમ પડે છે કે તેના છ "તત્ત્વો" યા "અંગો" છે, ત્રણ ખુણાઓ ∠ અ, ∠ બ, ∠ ક અને ત્રણ બાજુઓ અ, બ, ક, (ખુણાની સામેની) છે. જ્યારે એક ત્રિકોણ બીજાની બરાબર છે ત્યારે એક ત્રિકોણના ૬ અંગો તે બીજા ત્રિકોણના છ અંગોની બરાબર અનુક્રમે છે, અને ત્રિકોણના ક્ષેત્રફળો પણ બરાબર છે જ્યારે આકૃતિઓ સર્વ અંગોમા બરાબર હોય છે ત્યારે સરખી બાજુઓ સરખા ખુણાની સામેની હોય છે અને ખુણાઓ સરખી બાજુની સામેના હોય છે. આકૃતિઓ સર્વ અંગમા બરાબર છે એમ બતાવવાને માટે

"એક આકૃતિ ≡ બીજી આકૃતિ" લખાય છે, એટલે એક આકૃતિ સર્વ અંગમાં બીજી આકૃતિની **બરાબર** છે, એટલે બન્ને **એકરૂપ** છે.

સિદ્ધાંત ૧૦. પ્રમેય.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને આ બાજુથી થતા અંત ખૂણા પણ બરાબર હોય તો તે બન્ને ત્રિકોણો સર્વ રીતે બરાબર છે.



સાધન—**अबक** અને **डइफ** ત્રિકોણોમા **अब=डइ** અને **अक=डफ** અને ∠**अ**=∠**ड** તો Δ**अबक** ≡ Δ**डइफ** થશે.

સિદ્ધતા—Δ**अबक** ને ઉંચકીને Δ**डइफ** ઉપર એવી રીતે મૂકો કે **अ**, **ड** ઉપર પડે અને **अब**, **डइ** ઉપર પડ અને

अब= **डइ**,　　　**ब**,**इ** ઉપર પડે છે

વળી ∠**अ**=∠**ड**, તેથી **अक**, **डफ** ઉપર પડે છે

અને **अक**=**डफ**　　　**कफ** ઉપર પડે છે

અને **ब**,**इ** ઉપર અને **क**,**फ** ઉપર પડે છે,

बक,**इफ** ઉપર પડે છે.　　**बक**, **इफ** સીધી લીટીઓ છે.

. Δ**अबक**,Δ**डइफ** ઉપર બરાબર પડ છે

નિગમન— Δ**अबक** ≡ Δ**डइफ**.　　પ્ર૦ સિ૦

નોટ—ઉપરના સિદ્ધાતમા અવશ્ય યાદ રાખવાનુ છે કે બાજુની વચ્ચેના **અંતર્ખૂણાજ** બરાબર છે સમકોણ Δ ઓમાં સરખા ∠ઓની સામેની બાજુને **મળતી આવતી** કે સંગત બાજુ કહે છે.

પ્રશ્નો.

૧, સિદ્ધાંત ૧૦ મો કાગળમાંથી બે ત્રિકોણો કાપી સ્થાનોપરિ સ્થિતિમા મકી સાબિત કરો.

૨. સિ૦ ૧૦ માં ક્યાં ક્યાં ખૂણા અને બાજુ બરાબર થયા છે?

૩ સિ૦ ૧૦ મો બીજી બે બાજુ અને તેનો અંતર્ખૂણો લઈ સિદ્ધ કરો.

૪. કોઈ પણ બે ત્રિકોણ લઇ તેમાં અનુક્રમે બાજુ બરાબર લઇ અને અંતર્ખૂણા સિવાયના ખુણા બરાબર લઈ Δઓ બરાબર છે કે નહિ તે બતાવો.

૫. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં મધ્યગા પાયાને લંબ હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે

૬ ચતુષ્કોણમાં કર્ણ કાટખુણે દુભાગે તો ચ૦ સમભુજ કે ચોરસ છે

૭. **अब**ના મધ્યબિંદુ **क** માંથી **कड** લંબ દોરીએ તો **कड** નુ કોઇ પણ બિંદુ **अ** અને **ब**થી સમાન અંતરે છે

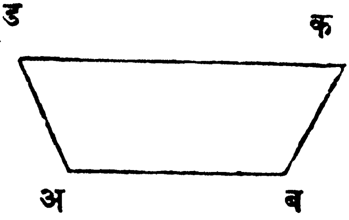
૮, **अब** અને **कड** અરસપરસ **म**માં દુભાગે તો Δ**अमक** ≡ Δ**बमड**

૯. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સમ બાજુના અંતર્ખૂણાને દુ-ભાગનારી લીટી પાયાને લંબ છે.

૧૦. Δ**अबक**મા **अब** = **अक** અને **अब** અને **अक** મા અનુક્રમે **अड** **अइ** છે તો **कड** - **बइ**.

૧૧ **अबकड** ચોરસમાં **ल**,**म**,**फ** અનુક્રમે **अब**,**बक**, **कड**ના મધ્ય બિંદુ છે તો (૧) **अफ**=**अम**, (૨) **बफ**=**डम**, (૩) **लम** - **मक** અને (૪)**अम** = **डम**

૧૨ Δ**अबक** ≡ Δ**डइफ** છે અને **म**, **बक**નુ અને **ल**, **इफ** નુ મધ્યબિંદુ હોય તો **अम** **डल** અને ∠**अमब** ∠**डलइ**



૧૩. **अबकड** ટ્રાપિઝ્યમમા **अड** - **बक** અને ∠**ड** ∠**क** અને **डक**મા **म** એવુ છે કે **मड** **मक** તો **अम** **बम** સિદ્ધ કરો

૧૪ સમદ્વિબાજુ ત્રિ૦મા સમ બાજુઓ શિરોબિંદુની બહાર સરખી લબાવીએ તો આ પ્રમાણે થતા ત્રિકોણો સર્વ રીતે બરાબર છે

૧૫. – अबकમાં अड મધ્યગા છે. અને अडને લબાવતા अड – डइ તો Δकडइ** ≡ Δ**बडअ** અને Δ**बडइ** ≡ Δ**कडअ****

૧૬. अब, कड, મમાં દુભાગે તો अक ॥ बड.

૧૭ अब, कड કાટખૂણે દુભાગે તો अबकड રોમ્બસ કે ચોરસ છે.

૧૮ अब = અને ॥ कड તો अक = અને ॥ बड છે.

૧૯. अबक△ની अब, अक બાજુઓ ઉપર अबह અને अकड સમબાજુ △ઓ બહારથી હોય તો कह= बड.

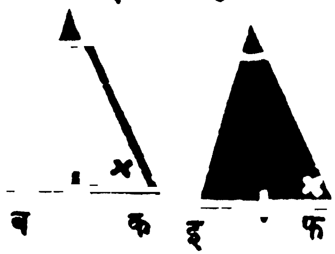
૨૦. अबकडइ નિયમિત પંચકોણમાં अक=बड=कइ=डअ=इब છે.

૨૧. अबकडइफ નિયમિત પટ્કોણમાં अकइ અને बडफ સમબાજુ △ ઓ છે.

સિધ્ધાંત ૧૧. પ્રમેય.

જો કોઈ ત્રિકોણનાં બે ખૂણા અને એક બાજુ બીજા ત્રિકોણનાં બે ખૂણા અને મળતી આવતી બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.

अबक અને डइफ △ ઓમાં बक=इफ અને પહેલાના બે ખૂણાઓ બીજાના બે ખૂણાની અનુક્રમે બરાબર છે તો △ अबक = △डइफ થશે



સિધ્ધતા—△ अबकના ત્રણ ખૂણા= ૨ કાટખૂણા = △ डइफના ત્રણ ખૂણા.　　　　(સિ૦ ૭)

પણ △अबक ના બે ∠ ઓ=△डइफ ના બે ∠ ઓ.

∴ △ अबक નો ત્રીજો ∠ =△डइफનો ત્રીજો ∠ (સિ૦ ૭ ઉ૦)

∴ ∠ अ=∠ड, ∠ब=∠इ, ∠क=∠फ છે.

હવે Δ अबकने Δ डइफ ઉપર એવી રીતે મૂકો કે ब, इ ઉપર પડે અને बक, इफ ઉપર પડે

અને बक=इफ, क, फ ઉપર પડે છે

અને ∠ब=∠इ, बअ, इड ઉપર પડશે

અને ∠क=∠फ, कअ, फड ઉપર પડશે,

बअ અને कअ નું સામાન્ય બિંદુ इड અને फड ના સામાન્ય બિંદુ ઉપર જ પડશે, કારણ કે તે બધી સીધી લીટીઓ છે.

Δअबक, Δ डइफ ઉપર બરાબર પડે છે.

अबक ≡ Δडइक છે પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. કાગળમાંથી બે ત્રિકોણો પર પ્રમાણે કાપી સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો

૨ अबक, डइफ બે Δઓમાં अब=इफ અને ∠अ=∠इ અને ∠ब=∠ड તો Δઓ સરખા છે ? કારણ આપો

૩ Δअबकमां ∠ब=∠क અને अड ∠अने દુભાગે છે તે बड=कड

૪. એક ત્રિકોણમાં ખૂણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને કાટખૂણે મળે છે તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૫. Δअबक ≡ Δडइफ અને ∠अ અને ∠डને દુભાગનારી લીટી પાયાને प, म માં મળે છે તો अप=डल.

૬. કોઇ પણ ખૂણાને દુભાગનારી લીટીના એકજ બિંદુમાંથી શાખા લીટીઓ પર દોરેલો લંબ બરાબર છે.

૭. કોઈ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુ=છે.

૮. કોઈ પણ લીટીના મધ્ય બિંદુમાંથી જતી લીટી પર પહેલી લીટીના છેડામાંથી દોરેલો લંબ બરાબર છે.

૯ કોઇ પણ ત્રિકોણમાં ખૂણાને દુભાગનારી લીટી જો પાયને લંબગત હોય તો Δ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૦ **अबकड** ચતુષ્કોણમાં **अक**, ∠**अ**, ∠**क**ને દુભાગે તો ચતુષ્કોણમાં સરખી બાજુનાં બે જોડકા છે, અને **अक**⊥**बड**.

૧૧. કોઈ પણ બે સમાન્તર લીટીની વચ્ચે જે કોઇ પણ લીટીનો અંતર્ભાગ હોય તો આ અંતર્ભાગનું મધ્યબિંદુ સમાન્તર લીટીથી સમાન અંતરે છે.

૧૨ પ્રશ્ન ૧૧ મામા મધ્ય બિંદુમાથી બીજી કોઇ પણ લીટી સમાન્તર લીટી સુધી દોરીએ તો તે ત્યા દુભાગાય છે

૧૩. પ્રશ્ન ૧૧ મામા મધ્યબિંદુમાથી બીજી કોઇપણ બે લીટી સમાન્તર લીટી સુધી દોરીએ તો તેઓની વચ્ચેના સમાન્તર લીટીના અંતર્ભાગો= છે

૧૪ નીચે પ્રમાણે ભૂમિતિ રચના કરવાથી કોઇ પણ નદીની પહોળાઇ ઓળગ્યા વિના નીકળી શકે છે એમ બતાવો—

એક માણસ કિનારા પર **अ** બિંદુ આગળથી નદીના સામે કિનારા પર **ब** ઝાડ અથવા કોઈ સ્પષ્ટ દેખાય એવી વસ્તુ જુએ છે આ કિનારા પર એથી કિનારાની સમાન્તર અમુક અંતર જાય છે અને આ લીટી **अब**ને કાટખૂણે આવે તે પ્રમાણે એની ઉપર **क** બિંદુ લાકડીથી યા શંકુથી નક્કી કરે છે પછી **अक** ની સીધી લીટીમા વધારે દૂર **कड**=**अक** થાય તેમ જાય ને **ड** આગળ અટકે છે અને ડથી **ब**ની સામેની બાજુમા **अब**ની સમાન્તર એટલે **अड** ને કાટખૂણે જાય છે અને **इ** બિંદુ આગળ આવી જુએ છે તો **ब**, **क**, **इ**, એકજ સીધી લીટીમાં આવેલાં છે, તો નદીની પહોળાઇ **डइ** જેટલી છે

૧૫ પાયા ઉપરના ખૂણામાથી સમદ્વિબાજુ △ મા સામેની બાજુને દોરેલી લંબો બરાબર છે.

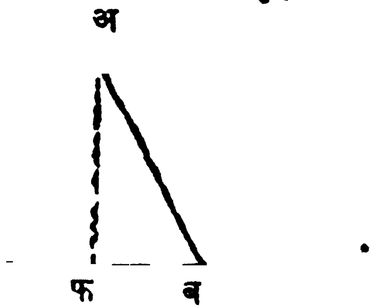
૧૬. **अबकड** ચતુષ્કોણમા **अइ**, **कफ** બન્ને ⊥ **बड** તો જ્યારે **अइ**=**कफ** ત્યારે **बड**, **अक** ને દુભાગે છે.

૧૭. **फगह**△માં **फग**=**फह**. **गक**⊥**फग** હોય **फह** ને **क** મા અને **हल**⊥**हफ** હોઈ **फग** ને **ल** માં મળે છે તો **गल**=**हक**.

૧૮. કોઇ પણ △ની બહાર ત્રણ એવા બિંદુઓ છે કે જેમાંનુ દરેક ત્રણે બાજુથી એકજ અંતરે છે અને ત્રિકોણની અંદર પણ એવું એક બિંદુ છે.

સિધ્ધાંત ૧૨. પ્રમેય.

સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં પાયા ઉપરના ખૂણા બરાબર છે.



સાધન—△अबकमां अब = अक तो ∠अकब = ∠अबक थशे.

રચના—ધારો કે अफ, ∠बअक ને દુભાગી बकને फमां મળે છે

સાબિતી—△बअफ અને △कअफमां

बअ = कअ અને अफ સામાન્ય છે (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠बअफ = ∠कअफ (રચના)

∴ △बअफ ≡ △कअफ (સિ૦ ૧૦)

∠क = ∠ब પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧—સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુ अब, अक **ને** ड, ढ **સુધી લંબાવીએ તો** ∠डबक = ∠ढकब.

(આ ખૂણા સરખા ખૂણાના દ્વિકાટખૂણપૂર્ણ છે.)

ઉપસિદ્ધાંત ૨—સમબાજુ ત્રિકોણ સમકોણ છે; કારણ કે **ગમે તે સ્થિતિમાં સમબાજુ ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.**

ઉપસિધ્ધાંત ૩—સમદ્વિબાજુ△માં પાયાની સામેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને કાટખૂણે દુભાગે છે.

નોટ—સમદ્વિબાજુ △ મા બાજુ એટલે સરખી બાજુ, પાયો એટલે ત્રીજી બાજુ શિરોબિંદુ એટલે પાયાની સામેનુ શિરોબિંદુ અને શિરોબિંદુ આગળનો ખૂણો એટલે પાયાની સામેનો ખૂણો સમજવો

વ્યા૦ ૫૪—કોઈ પણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુના મધ્ય બિંદુ સુધી દોરેલી સીધી લીટી મધ્યગા કહેવાય છે.

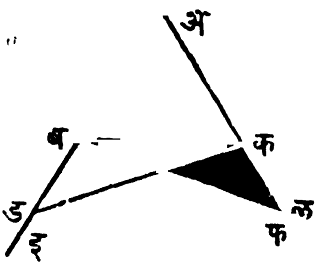
પ્રશ્નો.

૧. સિ०૧૨માં Δअबक, अफની આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે.

૨. સમબાજુ ત્રિકોણ કોઇ પણ મધ્યગાની આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે

૩. ઉ० સિ० ૧માં જો $\angle$अबक=૭૨° તો $\angle$इबक કેવડો ? અને $\angle$अकब=૬૭° તો $\angle$इकब કેવડો ?

૪. એક ત્રિકોણમા $\angle$अ=૩૨°, अब=अक=૫ ૨′ તો પાય ઉપરના ખૂણા કેવડા ?



૫ Δअबक સમદ્વિબાજુની સરખી બાજુ अब, अक લબાવતાં बड=लक છે તો (૧) Δअबल$\equiv$ अकड અને (૨) Δडबक$\equiv\Delta$लकब.આ ઉપરથી સિદ્ધ કરો કે $\angle$अबक=$\angle$अकब

૬ સમાદ્વબાજુ Δअबक અને Δडबक વિરૂદ્ધ બાજુએ છે તો (૧) $\angle$अबड=$\angle$अकड, (૨) $\angle$बअड=$\angle$कअड અને $\angle$बडअ=$\angle$कडअ.

૭ સિ० ૧૨માં બતાવો કે अफ અને बक એક બીજાને લબ છે.

૮ अबक અને लबक Δઓ એકજ બાજુએ સમદ્વિબાજુને છે તો (૧) $\angle$बअल=$\angle$कअल, (૨) $\angle$अबल=$\angle$अकल, (૩) Δअबल$\equiv$ Δअकल.

૯. अबकમાં अब=अक=૧૫મે મીં અને $\angle$क=૭૦°તો બાકીના ખૂણા કાઢો.

૧૦. Δ अबक સમદ્વિબાજુ છે અને ड,इ,फ બાજુઓના મધ્ય બિંદુ છે તો Δ डइफ પણ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૧. Δअबक સમદ્વિબાજુ છે, इ,फ,अब અને अकનાં મધ્ય બિંદુ છે તો बइ=कफ અને Δबइक$\equiv\Delta$कफब.

૧૨ Δअबक સમદ્વિબાજુ છે અને बइ અને कफ પાયા ઉપરના ખુણાને દુભાગી સામેની બાજુને મળે છે તો बइ=कफ

૧૩ Δअबक સમદ્વિબાજુ છે અને $\angle$अ,$\angle$ब ને દુભાગી अड,बड, डमा અનુક્રમે મળે તો डक,$\angle$कને દુભાગે છે.

૧૪. अबकΔ સમદ્વિબાજુ છે અને डब,इक પાયાને (बक ને) લબ છે અને अक,अब ને ड,इ મા મળે છે તો Δडबक$\equiv\Delta$इकब.

૧૫ સમબાજુ ચતુ'કોણમા સામસામેના ખૂણા બરાબ૦ છે.

૧૦. સમ ચોરસમા કર્ણ અને બાજુની વચ્ચેનો અતર્ખૂણો=૪૫

૧૭. अबकड સમબાજુ ચતુ'કોણ છે અને बड કર્ણ છે તો

(૧) $\angle$अडब=$\angle$कडब (૨) $\angle$कबड=$\angle$कडब. (૩) $\angle$अबक=$\angle$अडक

૧૮. સમદ્વિબાજુ Δ ના સરખી બાજુ લબાવીએ તો બહારનો ખૂણો એક કટખૂણા કરતા મોટો છે.

૧૯ કોઇ પણ સીધી લીટી સુધી બહારના બિદુથી બે કરતા વધારે સરખી લીટી દોરી શકાય નહિ

૨૦. કોઇ પણ સમદ્વિબાજુ Δના પયને લબાવતા થતો બહારનો ખૂણો અદરના ખૂણા કરતા મોટો છે

૨૧ કોઈ પણ સમદ્વિબાજુ Δમા પાયા ઉપરના સાકડા ખૂણા છે

૨૨ પાયા ઉપરના ખૂણામાંથી સમદ્વિબાજુ કે સમબાજુ Δ માં સામી બાજુ ઉપર દોરેલા લંબો બરાબર છે.

૨૩. કોઇ પણ સમદ્વિબાજુ Δમા પાયાના મધ્યબિંદુમાથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લબો બરાબર છે.

૨૪. કાટખૂણ Δની કર્ણનું મધ્યબિંદુ ત્રણે શિરોબિંદુથી સરખે અંતરે છે

૨૫ સમબાજુ Δમા દરેક ખૂણો $\frac{2}{3}$ કાટખૂણાની બરાબર છે.

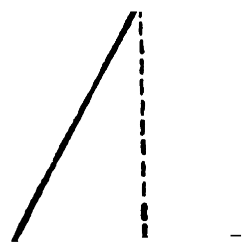
૨૬. કાટખૂણ સમદ્વિબાજુ Δમા દરેક સરખો ખૂણો $\frac{1}{2}$ કાટખૂણો છે

સિદ્ધાંત ૧૩. પ્રમેય.

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા—કોઈ પણ ત્રિકોણમાં જો બે ખૂણા બરાબર હોય તો તેની સામસામેની બાજુઓ પણ બરાબર છે; એટલે કે ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

પ્રતિજ્ઞા વિશિષ્ટ—अबक △મા ∠क=∠ब તો अब=अक થશે.

રચના—ધારો કે अफ, ∠अने દુભાગે છે.



સિદ્ધતા—△अबफ અને △अकफમા

∠ब=∠क (પ્રતિજ્ઞા)
∠बअफ=∠कअफ (રચના)
અને अफ સામાન્ય છે.

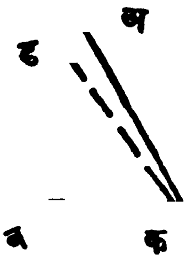
△अबफ ≡ △अकफ (સિ૦ ૧૧)

अब=अक. પ્ર૦ સિ૦

અથવા:—

સાધન—अबक ત્રિકોણમા ∠अकब=∠अबक છે તો अब=अक થશે.

રચના—अब, अकની બરાબર ન હોય તો તેમાંથી એક બીજીથી મોટી હોવી જોઈએ ધારો કે अब, अकથી મોટી છે



अब માંથી अक=बड કાપો અને कड ને સાંધો. (ગ્રી૦ ૬૦)
સિદ્ધતા—Δ अकब અને Δ डबक મા
अक=डब (રચના), ખૂણો अकब=ખૂણો अबक (પ્રતિજ્ઞા)
અને बक સામાન્ય છે.
∴ Δ अकब ≡ Δ डबक છે. (સિ૦ ૧૦)
એટલે આખો ત્રિકોણ તેના એક ભાગની બરાબર છે, પણ એ અશક્ય છે.
તેથી अब, अक થી મોટી નથી, તેમજ તે નાની પણ નથી.
अब=अक. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત—સમકોણ ત્રિકોણ સમબાજુ છે.

પ્રશ્નો

૧ Δअबकની બે બાજુ લંબાવતા બહારના ખૂણા બરાબર છે તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૨. Δअबक મા अब=अक અને क અને ब ખૂણાને દુભાગનારી લીટી कड અને बड, ड માં મળે તો Δडबक સમદ્વિબાજુ છે.

૩. પ્રશ્ન ૨મા डअ, अ ખૂણાને દુભાગે છે એમ બતાવો.

૪. अबकडમાં अब=अड અને ખૂણોब=ખૂણોड તો कब=कड છે

૫. Δअबकમાં बकમા प અને ड એવા બિંદુ છે કે ખૂણો बअप =ખૂણો कअड અને अप=अड તો अब=अक છે

૬ Δअबकમાં ∠ब=∠क=૨ ∠अ, અને ∠ब ને દુભાગનારી લીટી बड, अक ને डમા મળે છે તો अड=बड.

૭ જો કોઇ Δ ના બહારના ખૂણાઓને દુભાગનારી લીટી સામેની બાજુને ‖ હોય તો Δ સમદ્વિબાજુ છે.

૮ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયાને દોરેલી ‖ લીટી બાજુઓને છેદે તો બીજો સમદ્વિબાજુ Δ થાય છે.

૯ કોઈ પણ ખૂણાને દુભાગનારી લીટીના કોઇ પણ બિંદુમાથી ગમે તે શાખા લીટીને ‖ દોરી હોય તો તે બીજી શાખા લીટી સાથે સમદ્વિબાજુ Δ કરશે

૧૦ સમદ્વિબાજુ Δ ના પાયા ઉપરનો લબ એક બાજુને અંદરથી અને બીજીને બહારથી છેદે છે તો બીજો Δ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૧ કોઇ પણ ખૂણાને દુભાગનાર લીટીના કોઈ પણ બિંદુમાથી શાખા લીટીને ‖ દોરેલી લીટી રોમ્બસ બનાવે છે.

૧૨ अब, कबड ने बमा મળે છે અને बप, ∠ कबडने અને बम, ∠ डबअने દુભાગે છે અને पम ‖ कड નો अम=अब–अप અને Δबपम કાટખૂણુ Δ છે.

સિદ્ધાંત ૧૪. પ્રમેય.

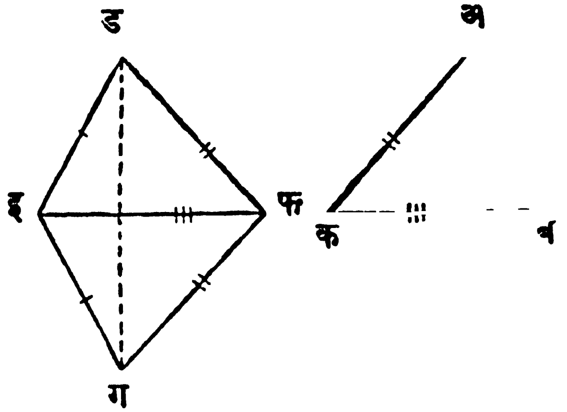
જો એક ત્રિકોણની ત્રણે બાજુઓ અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણની ત્રણે બાજુની બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.

સાધન—अबक અને डइफ ત્રિકોણોમા अब=डइ, बक=इफ અને कअ=फड તો Δ अबक ≡ Δडइफ

સિદ્ધતા—Δअबक ને ઉચકીને એવી રીતે મૂકો કે ब, इ ઉપર અને बक इफ ઉપર પડે અને बक=इफ તેથી क,फ ઉપર પડે છે.

પણ એવી રીતે કે अ,ड તરફ ન પડતા તેની સામેની બાજુએ પડે. ધારો કે ग ઉપર अ પડે છે डग સાંધો.

પ્રથમ ભાગ—डग, इ ને फની વચ્ચે પડે છે.



હવે ઇડગ ત્રિકોણમાં ઇડ=ઇગ (એટલે બઅ)

∠ઇડગ=∠ઇગડ (સિ૦ ૧૨)

અને ફડગ ત્રિકોણમાં, ફડ=ફગ (?)

∴∠ફડગ=∠ફગડ (સિ૦ ૧૨)

આખો ∠ઇડફ=આખો ∠ઇગફ (પ્ર૦ ૫૦)

પણ ∠ઇગફ=∠કઅબ છે. (?)

∠બઅક=∠ઇડફ (પ્ર૦ ૫૦)

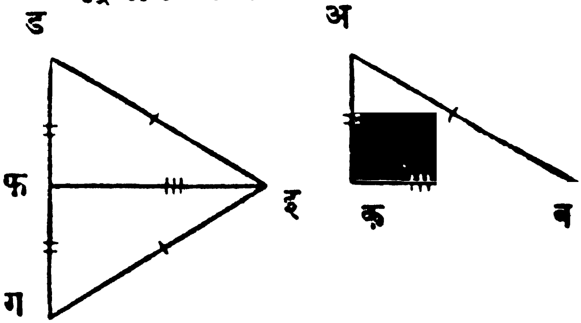
વળી △ અબક અને △ઇડફમાં

અબ=ડઇ અને અક=ડફ, (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠ બઅક=∠ ડઇફ. (સિદ્ધ ા)

△અબક ≡ △ડઇફ (સિ૦ ૧૦)

દ્વિતીય ભાગ—ડગ પાયાના ફ છેડામાંથી જાય છે



હવે ઇડગ△માં
ઇડ=ઇગ (?)

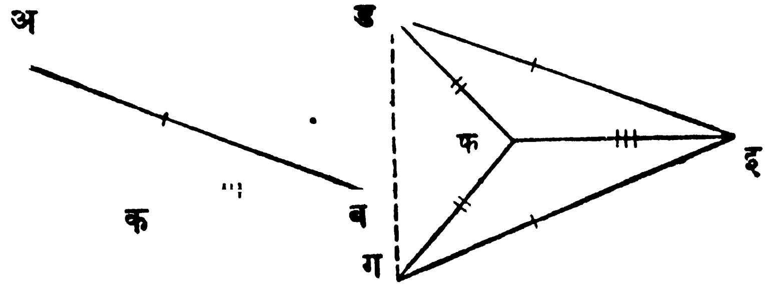
∠ઇગડ=ઇડગ (સિ ૧૨

પણ ∠ઇગડ=∠બઅક

∴∠કઅબ=∠ઇડફ

Δअबक ≡ Δडइफ.   (પ્રથમ ભાગ)

તૃતીય ભાગ—डग પાયાની બહાર પડે છે



હવે इगड ત્રિકોણમા   इड=इग (?),

∠इडग=∠इगड (સિ. ૧૨) અને डफग ત્રિકોણમા

फड=फग (?)   ∠फडग=∠फगड (સિ. ૧૨.)

∠इडफ=∠इगफ.   (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∠इगफ=∠बअक, તેથી ∠बअक=∠इडफ.

Δ अबक ≡ Δ डइफ.   (પ્રથમ ભાગ) પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧ સિદ્ધાત ૧૪ નો પ્રતીપ સિદ્ધાત કહો તે સત્ય છે ?

૨ એક વર્તુળમા બે જ્યા બરાબર છે તો તેઓની સામેના મધ્ય બિંદુ આગળના ખૂણા પણ બરાબર છે.

૩. अबक વર્તુળમા પરિઘ ઉપર अ, ब, क, ड ચાર બિંદુઓ છે અને ∠अमब=∠कमड તો अक=बड (म મધ્યબિંદુ છે)

૪ अबक વર્તુળમાં अब જ્યા છે અને ड.अब નુ મધ્ય બિંદુ છે. તો જો म, વર્તુળનુ મધ્યબિંદુ હોય તો मड, अबने ⊥છે.

૫ એકજ પાયા ઉપર પણ વિરુદ્ધ બાજુ પર બે સમદ્વિબાજુ Δઓ છે, તો તેના શિરોબિંદુને સાધનારી લીટી પાયાની સામેના ખૂણા દુભાગે છે

૬ डअ પાયા ઉપર એકજ બાજુએ इडअ અને फडअ Δ ઓ સમદ્વિબાજુ છે તો इफ, डअने કાટખૂણે દુભાગે છે

૭ પ્રશ્ન ૬ માં ત્રિકોણો વિરૂદ્ધ બાજુએ હોય તો પણ સિદ્ધાન્ત સત્ય છે

૮. બે વર્તુળો अ,क માં છેદે છે તો તેના મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી अक ને કાટખૂણે દુભાગે છે.

૯. अबकड ચતુષ્કોણમાં अब=अड અને बक=कड તો अक, ∠अ અને ∠क ને દુભાગે છે અને अक ⊥ बड.

૧૦ अबकड ચતુષ્કોણમાં अड=बक અને अक=बड તો ∠अडक=∠बकड, અને જો अक, बड, म મા છેદે તો मकड △ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૧ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય તો સામસામેના ખૂણાઓ પણ બરાબર છે.

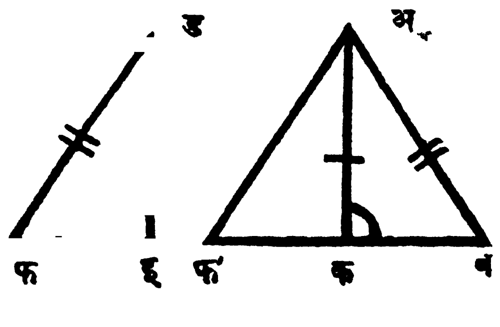
૧૨. રોમ્બસમા કર્ણો ખૂણાઓને દુભાગે છે.

૧૩ રોમ્બસમા કર્ણો અરસપરસ કાટખૂણે દુભાગાય છે.

૧૪ બે સમકેંદ્ર વર્તુળોને એક લીટી अ,ब, અને क,ड મા છેદે છે તો अक=डब અને તેઓ સામેના મધ્ય બિંદુ આગળ ∠ઓ સરખા છે

સિધ્ધાંત ૧૫. પ્રમેય.

જો બે કાટખુણ ત્રિકોણની કર્ણ સરખી હોય અને એકની એક બાજુ બીજાની એક બાજુની બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.



अबक અને डइफ એ ∠ ઓમાં ∠क અને ∠इ કાટખૂણા છે અને अब કર્ણ=डफ કર્ણ અને अक=डइ, તો
$\triangle$अबक ≡ $\triangle$डइफ થશે

સિદ્ધત — $\triangle$डइफ ને $\triangle$ अबक ની સાદે એવી રીતે મૂકો કે ड,अ ઉપર પડે અને डइ, अक ઉપર પડે અને
डइ=अक,   इ,क ઉપર પડશે
અને फब તરફ ન પડતાં ब ના વિરૂધ્ધ બાજુએ फ' ઉપર પડે
ત્યારે $\triangle$ अकफ', $\triangle$डइफ ની નવી સ્થિતિ થઇ.
હવે ∠अकब=૯૦° અને ∠अकफ'=૯૦° (?)
∠ अकब + ∠ अकफ'=૨ કાટખૂણા
बकफ एક સીધી લીટી છે.   (સિ૦ ૨)
અને $\triangle$ अबफ' મા अब=अफ'   ∠ब=∠ फ' (સિ૦ ૧૨)
હવે अबक અને अफ'क$\triangle$ ઓમાં
∠ ब=∠ फ' અને ∠ अकब=∠ अकफ' અને अब=अफ'
$\triangle$ अबक ≡ $\triangle$ अफ'क   (સિ૦ ૧૧)
$\triangle$अबक ≡ $\triangle$ डइफ.
પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાંત ૧૫ સિ૦ ૧૨ની મદદ વિના સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી સિદ્ધ કરો.

૨ अबक$\triangle$મા अक, अब ઉપર बम, अर લબ છે, જો बड=कर તો अब=अक.

૩ $\triangle$अबकમા ∠ ब અને ∠कને દુભાગનારી લીટીઓ ड મા મળે તો डअ, ∠अને દુભાગે છે.

૪. $\triangle$अबकમાં अब=अक અને अड, बकને કાટખૂણે છે તો ∠ अबड ≡ ∠अकड.

૫. કોઈ પણ ખૂણાની શાખાલીટીઓ પર દોરેલી લંબ સરખી હોય તો તે લંબનું છેદન બિંદુ ખૂણાને દુભાગનારી લીટી ઉપર છે.

૬. કોઇ પણ વર્તુળમાં મધ્ય બિંદુમાથી જ્યા ઉપર દોરેલી લબ જ્યાના બે સરખા ભાગ કરે છે

૭ પ્રશ્ન ૬ની મદદથી બતાવો કે જ્યા જો સરખી હોય તો મધ્ય બિંદુમાથી દોરેલી લબ પણ સરખા છે

૮ કોઇ પણ ત્રિકોણમા પાયાના મધ્ય બિદુમથી સામેની બાજુ પર દોરેલી લબ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે

૯ કોઇ પણ ત્રિકોણમા ખૂણામાથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા લંબ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે

૧૦ अबक અને डइफ $\triangle$ઓમા बक અને इफ ઉપર अप અને डम લબ છે જો अप=डम, अब=डइ અને अक=डफ તો $\triangle$ अबक $\equiv$ $\triangle$डइफ છે

૧૧ પ્રશ્ન ૧૦ મા अप=डम अब=डइ અને बक=इफ તો $\triangle$ अबक $\equiv$ $\triangle$डइफ છે.

૧૨ એક વર્તુળમા अब વ્યાસ ઉપર પરિધ ઉપરના प અને क બિદુમાથી બે લબો દોરી છે અને જો पम લબ कड लंब તો આ પ્રમાણે થતા બે ત્રિકોણો સરખા છે

ત્રિકોણોની સમાનતા ઉપર નોટ.

બે ત્રિકોણમા નીચે પ્રમાણે પક્ષ હોય તો તે ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે —

૧. બે બાજુ અને અતર્ગત ખૂણો સરખા — સિ० ૧૦

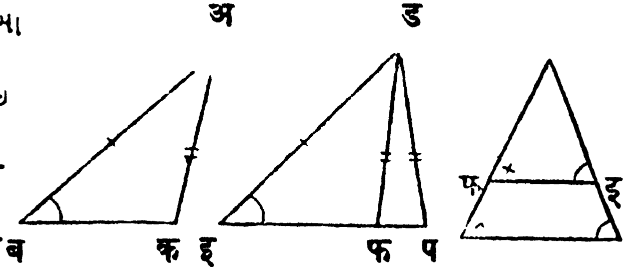
૨ બે ખૂણા અને મળતી આવતી બાજુ સરખા--સિ० ૧૧

૩. ત્રણે બાજુ સરખી —સિ० ૧૪

૪. કાટખૂણ $\triangle$ઓમા કર્ણ અને એક બાજુ સરખા—સિ० ૧૫

ઉપર પ્રમાણેનો પક્ષ બન્ને ત્રિકોણમાં અનુક્રમે સરખો હોય તો તે ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા હોય છે. દરેક ત્રિકોણમા ત્રણ બાજુ અને ત્રણ ખૂણા મળી છ તત્ત્વ યા અગ હોય છે. આમાથી ગમે તે સરખા આપ્યા હોય તો ત્રિકોણો સરખા છે એમ નથી કારણ કે,

(૧)નીચે બતાવેલી આકૃતિમા બન્ને ત્રિકોણમાં ખૂણાઓ અનુક્રમે સરખા છે પણ કોઇ ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા નથી



(૧)ની આકૃતિ   (૨)ની આકૃતિ

(૨) તેમજ વળી ઉપરની આકૃતિમા બે બાજુઓ અને તેમાંના એકની સામેનો ખૂણો અનુક્રમે બરાબર છે પણ હમેશા બન્ને ત્રિકોણો સરખા નથી કારણ કે $\triangle$अबक $\equiv$ $\triangle$डइफ પણ $\triangle$अबक, $\triangle$डइप સરખા નથી, જો કે બન્નેમા ઉપરનો પક્ષ છે. આ ઉપરથી માલમ પડે છે કે આવા પક્ષ ઉપરથી બે ત્રિકોણો કોઇ વખતે સરખા હોઇ શકે છે કારણ કે अक ને મળતી આવતી બાજુ इफ મા બે બિંદુમા મળી શકે છે અને તેમાની એકજ સ્થિતિમા (જ્યારે डफ માં હોય છે) બન્ને ત્રિકોણો બરાબર છે વળી જ્યારે $\triangle$ ઓ બધી રીતે સરખા નથી ત્યારે $\angle$अकब અને $\triangle$डपइ અન્યોન્યના પૂરક છે.

$\angle$अकब $=$ $\angle$डफइ $= 180^\circ - \angle$डफप $= 180^\circ -$ डपइ.

આ પ્રમાણે જયારે બે બાજુ અને સામેના ખૂણાનો પક્ષ આપ્યો હોય ત્યારે નક્કી કહી શકાય નહિ કે ત્રિકોણો સરખા છે કે નહિ, માટે આ સિદ્ધાંતને 'ત્રિકોણોની સમાનતાનો અનિશ્ચિત સિદ્ધાંત" કહેવામા આવે છે. જ્યારે આપેલા ખૂણાઓ કાટખૂણા હોય છે ત્યારે એ સિદ્ધાંત ૧૫માનું રૂપ છે અને સઘળી અનિશ્ચિતતા જતી રહે છે.

પ્રશ્નો.

૧. નીચેના પક્ષ ઉપરથી કયા કયા ત્રિકોણો સરખા છે તે કહો –

Δ अबक અને Δ अ'ब'क', માં

(અ) ∠अ = ∠अ' = ૭૫°, અ = અ' = ૩'૪"

(બ) ∠ब = ∠ब' = ૫૫°; બ = બ' = ૩ ૫ સે, ક = ક' = ૫ ૯ સે

(ક) ∠अ = ∠अ' = ૪૨°, ∠ब = ∠ब' = ૧૧૨, ∠क = ∠क' = ૨૬°

(ડ) અ = અ' = ૮ ૦, બ = બ' = ૪ ૫, ક = ક' = ૫ ૮.

(ઇ) ∠क = ∠क' = ૯૦°; ક = ક' = ૪·૦, અ = અ' = ૩ ૭'.

(ફ) ∠क = ∠क' = ૭૫', બ = બ' = ૨ ૪ સે, અ = અ' = ૪ ૨ સે

(ક્ષ) ∠अ = ∠अ' = ૯૦°, અ = અ' = ૫ ૨ સે', બ = બ' = ૭ ૭ સે.

(પ) ∠ब = ∠ब' = ૬૧°, ક = ક' = ૩ ૯, બ = બ' = ૨ ૫

(ય) અ = અ' = ૫ ૫', બ = બ' = ૬ ૭; ∠क = ∠क' = ૧૧૮'

૨. પ્રશ્ન ૧માં જ્યા ત્રિકોણો સરખા ન હોય ત્યા કારણ બતાવો

૩. કોઈ પણ ત્રિકોણના માહેના ખુણાનો શો ગુણ છે ?

૪ કોઈ પણ ત્રિકોણના બહારના ખુણાનો શો ગુણ છે ?

૫ પ્રશ્ન ૪, સિ ૭મા આવી શકે કે નહિ તે બતાવો

૬ બાજુના પક્ષ ઉપરથી ખુણાનુ સાધ્ય કયા કયા સિદ્ધાતમા છે તે કહો તે સિદ્ધાતની પ્રતિજ્ઞા કહો

૬ કયી કયી વખતે બે સિદ્ધાતો સરખા થવાજ જોઈએ ?

૭ કયી કયી વખતે બે ત્રિકોણો સરખા થાય યા ન થાય ?

૮ બાજુ પ્રમાણે ત્રિકોણના વિભાગ પાડો.

૧૦. ખુણા પ્રમાણે ત્રિકોણના વિભાગ પાડો

૧૧ સિદ્ધાંત ૧૫મામા લબના એકજ બિંદુમાથી જે આડી સીધી લીટી લબ સાથે સરખા ખુણા કરે છે તે સરખી છે.

૧૨. સિદ્ધાંત ૧૫ મામાં લંબના એકજ બિંદુમાંથી જે લીટી લબ સાથે મોટો ખુણો કરે છે તે મોટી છે. ?

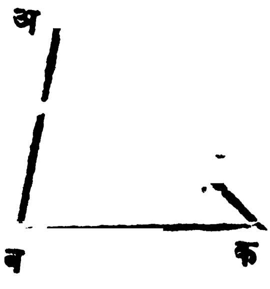
૧૩. કોઈ બે ત્રિકોણોમાં એકની બે બાજુ બીજાની બે બાજુની બરાબર હોય અને સરખી બાજુના એક જોડકાની સામેના ખૂણાઓ સરખા હોય તો સરખી બાજુના બીજા જોડકાની સામેના ખૂણા સરખા છે યા ન્યૂનતાપૂરક છે.

૧૪. આપેલા સરખા ખૂણાની સામેની બાજુ સિવાયની સરખી બાજુની સામેના ખૂણાઓ બન્ને સાંકડા, પહોળા અથવા કાટખૂણા હોય તો Δઓનો શો સબંધ છે? આપેલા સરખા ખૂણાઓ કાટખૂણા કે પહોળા ખૂણા હોય તો Δઓનો શો સબંધ છે?

§ ૧૭. ત્રિકોણમાં બાજુ અને ખૂણાનો સંબંધ.

સિદ્ધાંત ૧૬. પ્રમેય.

જો કોઈ પણ ત્રિકોણમાં એક બાજુ બીજી કરતાં મોટી હોય તો મોટી બાજુની સામેનો ખૂણો નાની બાજુની સામેના ખૂણા કરતાં મોટો છે.



Δ अबक માં
अक > अब છે.
તો ∠ अबक > ∠ अकब થશે.
રચના—अक માંથી अब=अड કાપી बड સાંધો.

સિદ્ધતા—बकड Δ ની कड બાજુ अ સુધી લંબાવી છે,

∴ ∠ अडब > ∠ बकड (સિ૰ ૭ ઉ૰)

પણ Δ अबड માં अब=अड (રચના)

∴ ∠ अबड = ∠ अडब (સિ૰ ૧૨)

∴ ∠ अबड > ∠ अकब (∠ बकड)

∴ ∠ अबक ધણોજ > ∠ अकब. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. કોઇ પણ △માં સૌથી મોટો અને સૌથી નાનો ખૂણો કયો ?

૨. કોઇ પણ △માં સૌથી મોટી બાજુ પરના ખૂણા સાંકડા ખૂણા છે

૩. अबकड ચતુષ્કોણમાં अब સૌથી નાની અને कड સૌથી મોટી છે તો ∠अ > ∠क અને ∠ ड < ∠ब

૪ △ अबकમાં अब > अक અને अड=अक અને अफ ∠ अ ને દુભાગે છે તો બતાવો કે ∠ ब < ∠ क.

૫. કોઇ પણ △માં એક બાજુ બીજી કરતાં મોટી હોય અને શિરોબિંદુમાંથી પાયા સુધી કોઈ પણ લીટી △માં દોરીએ તો તે < મોટી બાજુ

૬. પ્રશ્ન ૫માંમાં બંને બાજુ સરખી છે તો પણ સાધ્ય સત્ય છે

૭ △ अबकમાં अब > अक અને अक ને વધારી अड = अब તો ∠ अकब > ∠ अबक

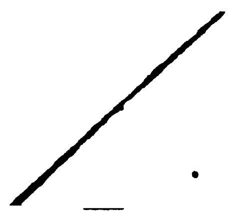
૮ કોઇ પણ △માં બે ખૂણા બરાબર છે તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે એમ સિદ્ધાંત ૧૬ થી સાબિત કરો

૯. સિ૦ ૧૬ની આકૃતિમાં ∠ अने દુભાગનારી લીટી ⊥ बड,તો ∠ डबक = ½ ∠ (ब−क) અને ∠ अबड = ½ ∠ (ब+क)

૧૦. ચતુષ્કોણમાં अब, बक, कड, डअ ઉતરતા ક્રમમાં હોય તો ∠ ड > ∠ ब

સિધ્ધાંત. ૧૭.

જો કોઇ પણ ત્રિકોણમાં એક ખૂણો બીજા ખૂણા કરતાં મોટો હોય તો મોટા ખૂણાની સામેની બાજુ નાના ખૂણાની સામેની બાજુ કરતાં મોટી છે.



अबक ત્રિકેાણમા ∠ **अबक** > **अकब** છે તેા **कअ** > **अब** થશે

સિદ્ધતા—(૧) **अक** > **अब**, અથવા (૨) **अक** = **अब**, અથવા

(૩) **अक** < **अब** હેાવી જોઇએ

જો **अक** < **अब** હેાય તેા ∠ **ब** < ∠ **क** છે. (સિ૦ ૧૬)

પણુ તે અશક્ય છે તેથી (૩) અસત્ય છે.

તેમજ જો **अक** = **अब**, તેા ∠ **ब** = ∠ **क** છે (સિ૦ ૧૨)

પણુ તે અશક્ય છે માટે (૨) પણુ અસત્ય છે.

(૧) જ ખરૂ હેાવુ જોઇએ

अक > **अब** છે. પ્ર૦ સિ૦

નેાટ—ઉપલા સિદ્ધાન્તમા જે જાતની સિદ્ધતા વાપરી છે તેને અવચ્છેદક સિદ્ધતા કહે છે એ સિદ્ધતામા સિદ્ધાન્તના સાધ્યને એક રીત સિવાય બીજી સઘળી રીતે ખેાટેા ઠરવી ને એકજ રીત સત્ય ઠરવવામા આવે છે.

પ્રશ્નેા.

૧ કાટખૂણુ ત્રિકેાણુમાં કર્ણુ મેાટામા મેાટી બાજુ છે.

૨. **अबकड** ચતુ૦મા **कड** સેાથી મેાટી અને **अब** સેાથી નાની છે તેા ∠ **अ** > ∠ **क** અને ∠ **ब** > ∠ **ड**.

૩ પહેાળખૂણુ △માં પહેાળા ખુણાની સામેની બાજુ સૈાથી મેાટી છે.

૪. કેાઇ પણ △માં સૈાથી મેાટા ∠ની સામેની બાજુ > બીજી કરતા

૫ એકજ બિંદુમાંથી લંબ અને બીજી એક સીધી લીટી એક બીજી સીધી લીટી સુધી દેારીએ તેા લંબ નાની છે.

६. Δ अबक સમદ્વિબાજુ છે અને अब=अक અને ड, बक પર લબાવીને યા લંબાવ્યા વગર લઈએ તે પ્રમાણે अड><अब (अक)

७. Δअबकમાં ∠ ब અને ∠कને દુભાગનારી લીટીઓ મમાં મળે છે. જો अब><अक તો તે પ્રમાણે मब><मक છે

८. अबक Δમા ∠ अने દુભાગનારી લીટી बकને डમા મળે છે તો अब>बड અને अक>कड छे.

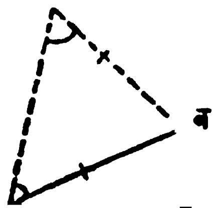
९. अबक Δમા अड, बकને લબ છે તો अब > बड અને अक > कड.

१०. अबक Δમા अब, अकને લબાવી બહારના ખૂણાને દુભાગનારી લીટી डમાં મળે તો જો अब>अक, તો डक>डब છે.

११. अबक સમબાજુ Δમા કોઈ પણ લીટી બે સરખા બાજુને ह અને फમા કાપી बक પાયાને क તરફ લબાવતા डમા મળે તો તે જો अबने हमा छेदे तो अह < अफ છે

સિદ્ધાંત १८ પ્રમેય.

કોઈ પણ ત્રિકોણની બે બાજુ મળીને ત્રીજી કરતાં મોટી છે



अबक ત્રિકોણમા (१) अब+बक > अक;

(२) बक+कअ > अब

(३) अक+अब > बक થશે.

(१) રચના—अब ને લબાવી कब=बड કરો અને डक સાંધો. (સ્વી०६०)

સિદ્ધતા—Δ બડક માં

બડ=બક, ∴ ∠બડક=∠બકડ (સિ૦ ૧૨)

પણ ∠અકડ < ∠બકડ, ∴ ∠અકડ > ∠અડક.

વળી Δ અડકમાં

∠અકડ > અડક, અડ > અક (સિ૦ ૧૭)

પણ અડ=અબ+બડ=અબ+બક (રચના)

અબ+બક > અક છે; એજ પ્રમાણે બક+કઅ > અબ,

અને અક+અબ > બક છે. પ્ર૦ સિ૦

નોટ—આ સિધ્ધાંત કેવળ એક પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ છે. કારણ કે અ થી બ સુધી જઇને ક સુધી આવવુ એ પ્રત્યક્ષ રીતે અ થી ક સુધી આવવાના કરતાં વધારે છે. અથવા "કોઈ પણ બે બિંદુને સાધનારી સીધી લીટી તેઓની વચ્ચે ટુંકામાં ટુકું અંતર છે"

પ્રશ્નો.

૧ ∠અબક ને દુભાગી સિ૦ ૭ની મદદ લઇ સિ૦ ૧૮ સિદ્ધ કરો

૨. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે બાજુનો તફાવત ત્રીજી કરતાં નાનો છે. (સિદ્ધાંત ૧૮ યા ૧૯ની મદદ લો)

૩. કોઈ પણ પાયા ઉપર બે ત્રિકોણો એકજ બાજુએ એક, બીજાની અંદર હોય તો અંદરના Δની બાજુ બન્ને મળી બહારના Δની બાજુ કરતાં નાની છે.

૪ કોઇ પણ ત્રિકોણમાના એક બિંદુને શિરોબિંદુઓ સાથે સાંધીએ તો આ લીટીઓનો સરવાળો Δની બાજુની અર્ધા પરિમિતિથી વધારે છે

૫. ૪ ૩ સે મી., ૩ ૫ સે. મી.ને ·૭ સે. મી.ની બાજુવાળો Δ કરો.

૬. કોઇ પણ ચતુષ્કોણમાં બાજુનો સરવાળો > કર્ણના સરવાળા કરતાં.

૭. પ્રશ્ન ૪ મા જોડેલી લીટીઓનો સરવાળો પરિમિતિથી ઓછો છે.

૮. કોઇ પણ ચતુષ્કોણમાં ત્રણ બાજુનો સરવાળો > ચોથી કરતા.

૯. Δ અબકમાં ડ બિંદુ એવું છે કે અડ=અબ અને ∠ અબક ને દુભાગનારી લીટી કબ ને મ માં મળે છે તો બમ=डમ અને કબ<કડ

૧૦. Δ अबक ની अक બાજુમાં ड બિંદુ છે તો अब+अक, >डब+कड.

૧૧ કોઇ પણ વર્તુળમા જ્યા વ્યાસ કરતાં નાની છે

૧૨. કોઇ પણ Δ માં બે બાજુઓ ત્રીજી બાજુને મળતી મધ્યગાની બમણાઈથી મોટી છે.

૧૩. કોઇ પણ Δમા બાજુનો સરવાળો>મધ્યગાના સરવાળા કરતા.

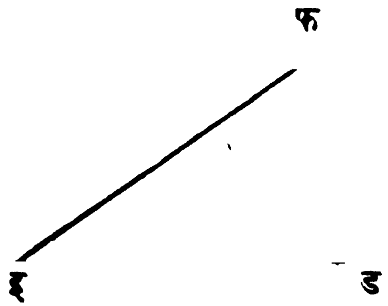
૧૪ अबक Δમા बकમાં ड હોય તો अड<Δની અર્ધી પરિમિતિથી

૧૫. अबकड ચતુષ્કોણમા प કોઇ પણ બિંદુ હોય તો સામસામેની બાજુનું એક જોડકું અથવા કર્ણોનો સરવાળો < पअ+पब+पक+पड

§ ૧૮. અસમાન ત્રિકોણો; અને સીધી લીટી ઉપર પડતા લંબનું મહત્ત્વ.

સિધ્ધાંત ૧૯. પ્રમેય.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુઓ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને તેઓના અંતર્ખૂણા બરાબર ન હોય તો મોટા અંતર્ખૂણાવાળા ત્રિકોણનો પાયો નાના અંતર્ખૂણાવાળા ત્રિકોણના પાયા કરતાં મોટો છે.

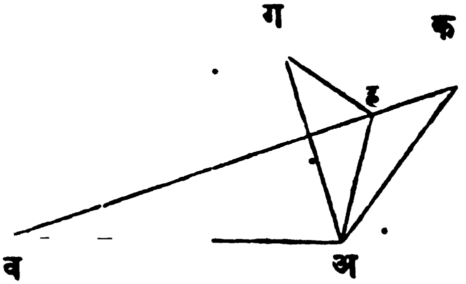


अबक, डइफ Δઓમા

अब=डइ, अक=डफ,

અને ∠अ > ∠ड

તો बक > इफ થશે.



સિદ્ધતા—डइफ Δ ને अबग Δ ની સ્થિતિમાં મૂકી ग, कને अबની એકજ બાજુ પર આવવા દો.

∠ बअक > ∠बअग, ∴ अग, ∠बअकની અંદર પડે છે.

∠कअग ને अहथी દુભાગો हग સાધો.

હવે अकह, अगह Δઓમાં, अक=अग.   (પ્રતિજ્ઞા)

अह સામાન્ય છે, અને ∠ कअह= ∠ गअह   (રચના)

∴ अकह, अगह Δઓ સર્વ સમાન છે.   (સિ૦ ૧૮)

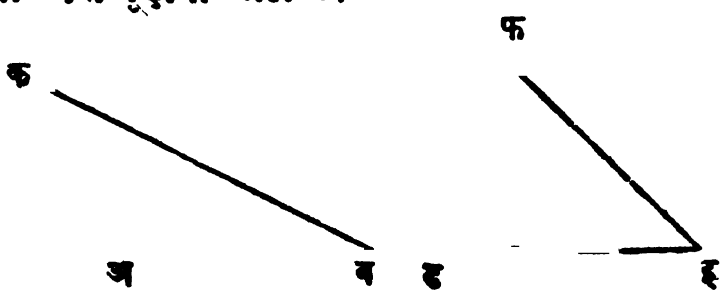
∴ कह=हग.   बह+हग=बह+हक=बक,

અને Δबहगમાં, बह+हग > बग.

∴ बक > बग, ∴ बक > इफ.   પ્ર૦ સિ૦

સિદ્ધાંત ૨૦ પ્રમેય.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને તેઓના પાયા અસમાન હોય તો મોટા પાયાવાળા ત્રિકોણનો અંતર્ખૂણો નાના પાયાવાળા ત્રિકોણના અંતર્ખૂણાથી મોટો છે.



अबक, डइफ Δઓમાં

अब=डइ, अक=डफ અને बक > इफ, તો ∠अ > ∠ड થશે.

સિદ્ધતા—જો ∠अ, ∠डથી મોટો ન હોય ત્યારે

કાં તો ∠अ = ∠ड હોવો જોઇએ; પણ ત્યારે बक=इफ (સિ૦ ૧૦)

પણ આ અશક્ય છે. [પ્રતિજ્ઞા]

અથવા ∠अ < ∠ड, પણ ત્યારે बक < इफ (સિ૦ ૧૯)

પણ આ અશક્ય છે. (પ્રતિજ્ઞા)

માગેલું સાધ્યજ સત્ય છે.

∴ ∠अ > ∠ड પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો. (સિ૦ ૧૯ ને ૨૦ ઉપર.)

૧ अब, डइ જ્યાના બે વર્તુળના क,फ મધ્યબિંદુ છે. જો अब > डइ તો ∠अकब > ∠डफइ

૨. अबक Δમાં अक > अब જો अब, अकને લંબાવતા તેમાં ड, इ બે એવા હોય કે बड=कइ તો बइ > कड

૩. એક વર્તુળનો अब વ્યાસ વર્તુળમાંના क બિંદુમાથી જાય છે અને म મધ્યબિંદુ अक મા છે તો कमाથી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમાં कअ સૌથી મોટી છે; અને

૪. क થી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમા कब સૌથી નાની છે

૫. જ્યારે क प, क ड લીટીઓ क માથી પરિધ સુધી દોરી હોય અને ∠पमक > ∠डमक ત્યારે कप > कड, અને ઉલટું

વર્તુળની બહાર क બિંદુ છે अ ब વ્યાસ લંબાવતા તે क માથી જાય છે અને अकમા म મધ્ય બિંદુ છે તો,

૬ क માથી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમા कअ સૌથી મોટી છે. અને कब સૌથી નની છે, અને

૭. જ્યારે कप, कडને कમાથી પરિધ સુધી દોરીએ અને Δ पमक > ∠डमक, ત્યારે कप > कड; અને ઉલટું.

૮. अबक Δમાં अब ને पમા દુભાગી છે અને अक > कब તો

अपक < ૧ L અને જો **कप**મા કોઇ **ड** બિંદુ હોય તો **अड** > **बड.**

૯. સમદ્વિબાજુ Δની દરેક સરખી બાજુ પાયા કરતાં મોટી હોય તો સરખી બાજુઓનો અંતર્ખૂણો સમબાજુ ત્રિકોણના ખૂણા કરતા નાનો છે

૧૦ **अबक** Δમાં **म** બિંદુ એવુ હોય કે **मअ**=**अब** તો **अक**>**अब.**

૧૧ **अबक** Δમા **ड, इ, फ** બિંદુઓ હોય તો **डइफ** Δની પરિમિતિ < **अबक** Δની પરિમિતિ છે.

૧૨ ત્રિકોણની અ,બ,ક બાજુ ઉપર ત્રિકોણની માહેના કોઇ પણ બિંદુમાંથી દોરેલા લંબના અંતર દ, દ', ડ, હોય તો અ+બ+ક >ડ+દ'+દ

૧૩. કોઇ પણ ચતુષ્કોણની કર્ણો મળી ચતુની અર્ધ પરિમિતિથી મોટી છે; અને આખી પરિમિતિથી નાની છે.

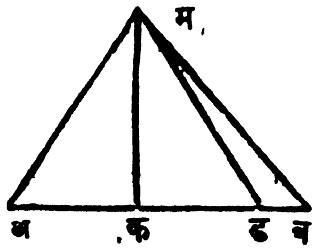
૧૪ ચતુષ્કોણના શિરોબિંદુથી કોઇ બિંદુ સુધીના અંતરોનો સરવાળો લઘુતમ હોય તો તે બિંદુ શોધો

૧૫ સાથી મોટી બાજુથી મોટી હોય એવી કોઇ પણ લીટી ત્રિકોણમાં દોરી શકાય નહિ

૧૬ **अबकडइफ** પટ્કોણમા કોઇ પણ ખૂણો અતિદ્વિકાટખૂણ નથી તો તેની પરિમિતિ **अकइ** Δની પરિમિતિથી મોટી છે.

સિદ્ધાંત ૨૧. પ્રમેય.

એક આપેલી સીધી લીટી સુધી તેની બહાર આપેલા બિંદુ માંથી દોરેલી સીધી લીટીઓમાં જે તેના ઉપર લંબ છે તે ટુંકામાં ટુંકી છે.



અબ એક આપેલી લીટી છે અને મ એક આપેલુ બિંદુ છે મક, અબ ઉપર લંબ છે અને મડ એક બીજી કોઇ પણ લીટી છે તો મક<મડ થશે

સિદ્ધતા—△મકડ માં ∠મકડ=૧ કાટખૂણો

△મકડમાં ∠મડક < એક કાટખૂણો છે, (સિ૦ ૭ ઉ૦)

∴ ∠મડક<∠મકડ મડક △માં મડ > મક છે (સિ૦ ૧૭)

એ પ્રમાણે બીજી કોઇ પણ લીટી મ થી અબ સુધી દોરીએ તો તે મકથી મોટી છે.

એટલે મક ટુંકામા ટુંકી છે પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧–મથી અબ ઉપર એકજ લંબ દોરી શકાય છે; અને એકજ ટુંકામાં ટુંકી લીટી દોરી શકાય છે; તેથી કોઈ પણ બિંદુમાંથી કોઈ પણ લીટી પર દોરેલી ટુંકામાં ટુંકી લીટી તેના ઉપર લંબ છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨–જો કડ = અક તો મડ = મઅ છે

△ મડક ≡ △મઅક છે

ઉપસિદ્ધાંત ૩–જો મબ બીજી કોઈ પણ લીટી મડ કરતાં મક થી વધારે અંતરે અબ ને મળે તો મબ>મડ છે.

∠ મડક < એ૦ ∟

અને ∠મડબ > ∠મબડ (સિ૦ ૭ ઉ૦ સિ૦)

નોટ—કોઇ પણ બિંદુથી એક સીધી લીટી ઉપર દોરેલી લંબ ટુંકામાં ટુંકી છે તેથી તે તેનુ અંતર કહેવાય છે

પ્રશ્નો.

૧. કોઈ પણ ત્રિકોણમા શિરોબિંદુમથી પાયા ઉપર લંબ દોરી તેની બાજુ અને લંબ માપી ઉપરનો સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો

૨ ઉપરના સિદ્ધાતની મદદથી બતાવો કે કાટખૂણ △મા કર્ણ ગમે તે બાજુથી મોટી છે.

૩. ઉપરના સિદ્ધાંતમાં લંબની બન્ને બાજુએ બેજ સરખી સીધી લીટી આપેલી લીટી સુધી દોરી શકાય છે.

૪. કોઈ પણ લીટીના મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લીટીથી આપેલી લીટીના છેડાઓ સરખે અંતરે છે.

૫. કોઈ પણ ત્રિકોણમા બે બાજુના મધ્ય બિંદુમાંથી તેની ઉપર દોરેલા લંબનુ છેદનબિંદુ ત્રિકોણના શિરોબિંદુથી સમાન અંતરે છે.

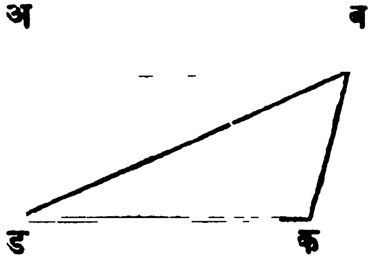
૬. પ્રશ્ન ૫ ના મદદથી ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી જતા (પરિલગ્ન) વર્તુળનુ મધ્ય બિંદુ શોધી કાઢી વર્તુળ દોરો

૭. કોઇ પણ સીધી લીટી વર્તુળને બે બિંદુથી વધારે બિંદુમા છેદી શકતી નથી.

§૧૯. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ; અને આડી લીટી ઉપર સમાન્તર લીટીથી થતા અંતર્ભાગોનો સંબંધ.

સિધ્ધાંત ૨૨. પ્રમેય.

સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ તથા ખૂણાઓ સરખાં છે; અને દરેક કર્ણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણને દુભાગે છે.



अबकड એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે અને **बड** એક તેની કર્ણ છે ત્યારે (૧) **अब** = **कड**; **अड** = **बक**,

(૨) ∠**अबक** = ∠**अडक** અને ∠**डअब** = ∠**डकब**,

અને (૩) Δ **अबड**, Δ **कडब** બરાબર થશે

સિદ્ધતા—अब ∥ डक, અને बड તેને મળે છે,

∴ ∠ अबड = कडब; (સિ૦ ૫)

અને अड ∥ बक, અને बड તેને મળે છે,

∴ ∠ अडब = ∠ कबड. (સિ૦ ૫)

ત્યારે △ अबड અને △ कडब માં

∠अबड = ∠कडब, ∠ अडब = ∠कबड

અને बड સામાન્ય છે,

△अडब ≡ △कबड (સિ૦ ૧૧)

∴ अब = डक, અને अड = बक, અને ∠ अ = ∠ क.

વળી ∠अबड = ∠ कडब અને ∠ अडब = ∠ कबड (સિદ્ધતા)

∠ अडक = ∠अबक (પ્ર૦ પ્ર૦)

અને △अबड ≡ △ कडब,

बड કર્ણ સ૦ ચ૦ દુભાગે છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧—સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણનો એક ખૂણો કાટખૂણો હોય તો બધા ખૂણા કાટખૂણા છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨—સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસે પાસેની બાજુ સરખી હોય તો બધી બાજુઓ સરખી છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩—સમચોરસની બધી બાજુઓ અને બધા ખૂણાઓ સરખાં છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૪—સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના કર્ણો અરસપરસ દુભાગે છે.

જો ઉપલા સિદ્ધાંતની આકૃતિમાં अक, बड, म મા છેદે તો

△कडम અને △ अबम મા अब=कड, અને

∠ अबड=∠बडक અને ∠बअक=∠डकअ

△ कडम ≡ △अबम (સિ૦ ૧૧)

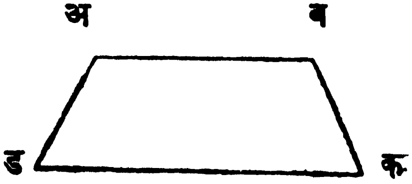
∴ मड=मब અને मअ=मक.

ઉપ૦ ૫—સમાન્તર લીટીઓ હંમેશાં એકજ અંતરે છે.

વ્યા૦ ૫૫–જે ટ્રાપિઝ્યમની સમાન્તર બાજુ સિવાયની બીજી બન્ને બાજુઓ સરખી હોય તેને **સમદ્વિ બાજુ ટ્રાપિઝ્યમ** કહે છે

પાસેની આકૃતિમાં **डअ=कब**

∴ **अबकड** સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ છે.



પ્રશ્નો.

૧. △ **अबक** મા **अब=अक** અને **डइ॥बक** અને डइ, **अब** અને **अक** ને ड,इમા છેદે તો **डइकब** સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ છે.

૨. **अबकड** સ૦ ચ૦ મા **अब** અને **अड**ને છેદતી બાજુની સમાન્તર લીટી દોરી છે તો કયા ખૂણા અને કયી બાજુઓ બરાબર છે ?

૩. કોઈ પણ સ૦ સ૦ મા પાસે પાસેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટી કાટખૂણે મળે છે

૪. કોઇ પણ સ૦ ચ૦માં સામસામેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ સમાન્તર છે.

૫. **अबकड** એક સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમમા **अड=बक** તો ∠क=ड છે (નોટ—**ब**માથી **अड** ॥ **बइ** દોરો)

૬. પ્રશ્ન ૫મા **अब** અને **कड**ના **प** અને म મધ્ય બિંદુ હોય તો **पम**, **अब** ને ⊥ છે

૭ સામસામેના ખૂણા સરખા હોય એવો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે

૮. સામેની બાજુનું એક જોડકું સમાન્તર અને સરખું હોય તો ચતુષ્કોણ ~~સ૦ બા૦~~ છે.

૯. સામસામેની બાજુઓ સરખી હોય તો ચતુષ્કોણ સ. ચ. છે,

૧૦. કર્ણો એકબીજાને દુભાગે તો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે

૧૧. કોઈ પણ **લીટી** ઉપર સરખી ઉંચાઇની બે લંબ દોરી **હોય** તો તેના બીજા છેડાને સાંધનારી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે.

૧૨. રોમ્બસના કર્ણો એક બીજાને કાટખૂણે દુભાગે છે.

૧૩ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના કર્ણો સરખા હોય તો સ૦ ચ૦ સમચોરસ છે

૧૪. સ૦ ચ૦ મા સામસામેની બાજુના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે.

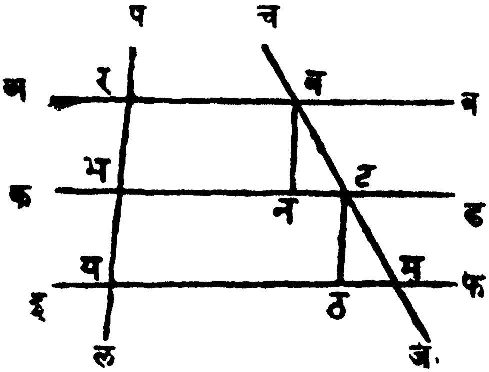
૧૫. **अबकड** સ૦ ચ૦ માં **अब**, **कड** ને प, म મા દુભાગી છે તો **बपडम** સ૦ ચ૦ છે

૧૬ કર્ણો સરખા હોઈ એક બીજાને કાટખૂણે દુભાગે તો ચતુષ્કોણ **ચોરસ** છે.

૧૭. કોઇ પણ બે સમર્યાદ લીટીઓ કાટખણે દુભાગે તો તે રોમ્બસ કે ચોરસના કર્ણો હોવા જોઇએ.

સિદ્ધાંત ૩૩. પ્રમેય.

જો એક લીટીને ત્રણ અથવા વધારે સમાન્તર લીટીઓ છેદી અંતર્ભાગો સરખા કરતી હોય તો તેમને છેદતી બીજી કોઈ પણ લીટીના અંતર્ભાગો પણ સરખા છે.



પલ લીટીને અબ, કડ, ઇફ સમાન્તર લીટીઓ છેદી રમ, મય અંતર્ભાગો સરખા કરે છે અને તેનાથી છેદાતી ચજ બીજી કોઈ પણ લીટી છે તો વટ=ટમ થશે.

રચના--વ અને ટમાથી પલની સમાન્તર વન અને ટઠ લીટીઓ દોરો.

સિદ્ધતા—રવ ‖ મન અને રમ ‖ વન છે,

રમનવ સ૦ ચ૦ છે, રમ=વન છે. (સિ૦ ૨૨)

અને મટ ‖ યઠ અને મય ‖ ટઠ છે,

મટઠય સ૦ ચ૦ છે, મય=ટઠ છે. (સિ૦ ૨૨)

પણ રમ=મય, વન=ટઠ

હવે △ વનટ અને △ ટઠમમા

∠ નવટ=∠ ઠટમ (સિ૦ ૬ અને ૫)

અને ∠ નટવ=∠ ઠમટ ,,

અને વન=ટઠ (સિદ્ધતા)

△ વનટ = △ ટઠમ, વટ=ટમ પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત—કોઈ પણ ત્રિકોણમાં પાયાની સમાન્તર દોરેલી લીટીઓ એક બાજુના સરખા ભાગ કરે તો બીજી બાજુના પણ તેઓ તેટલાજ સરખા ભાગ કરશે.

પ્રશ્નો.

૧ કોઈ પણ △માં એક બાજુના મધ્ય બિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બીજી બાજુને દુભાગે છે.

૨. કોઈ પણ △માં બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાને સમાન્તર છે.

૩. કોઈ પણ △માં બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાથી અર્ધી છે.

૪. કોઇ પણ Δમાં બાજુનાં મધ્ય બિંદુઓને સાધનારી લીટીથી ત્રિકોણના ચાર બધી રીતે સરખા ભાગ થાય છે

૫ કોઈ પણ ચતુષ્કોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુ અનુક્રમે સાંધવાથી થતો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે.

૬ કોઇ પણ ચતુષ્કોણની બાજુના સામસામેના મધ્યબિંદુને સાધનારી લીટી એક બીજીને દુભાગે છે.

સિદ્ધાંત ૨૪. પ્રમેય.

જો કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં

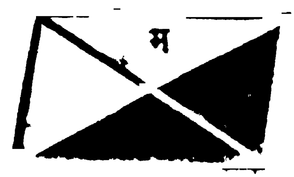
(૧) સામસામેની બાજુની એક સરખી અને સમાન્તર જોડ હોય; અથવા

(૨) સામસામેની બાજુની બન્ને જોડ સરખી હોય; અથવા

(૩) સામસામેના ખૂણાની બન્ને જોડ સરખી હોય; અથવા

(૪) કર્ણો એક બીજાને દુભાગે;

તો ચતુષ્કોણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.



અબકડ આપેલો ચતુષ્કોણ છે

(૧) જો અબ∥અને–કડ, તો અબકડ સ૦ ચ૦ થશે. અક સાંધો.

અબ∥કડ છે ∴ ∠બઅક=∠અકડ (સિ૦ ૫)

હવે △अबक અને △अकड માં

अब=कड અને अक સામાન્ય છે અને ∠बअक=∠अकड

△अबक ≡ △अकड (સિ૦ ૧૦)

∠बकअ=∠डअक अड || बक (સિ૦ ૪)

अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે

(૨) જો अब=डक અને अड=बक તો अबकड સ૦ ચ૦ થશે.

હવે △अबक અને △अडक માં

अब=डक, अड=बक અને अक સામાન્ય છે

△ अबक ≡ △अडक (સિ૦ ૧૪)

∠बअक=∠अकड અને ∠बकअ=∠कअड

∴ अब || डक અને अड || बक. (સિ૦ ૪)

अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

(૩) જો ∠बअड=∠बकड અને ∠अबक=∠अडक

તો अबकड સ૦ ચ૦ થશે

હવે ∠बअड=∠बकड અને ∠अबक=∠अडक છે

∠बअड+∠अबक=∠बकड+∠अडक

પણ अबकड ના ચાર ખૂણા=૪ કાટખૂણા (?)

∠बअड + ∠अबक=૨ કાટખૂણા=∠बकड+∠अडक

अब || कड અને अड || बक (સિ૦ ૪)

∴ अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે

(૪) જો अक, बड કર્ણ મમા દભાગે તો अबकड સ૦ ચ૦ થશે

હવે △ अमब અને △डमकમા

अम=मक અને बम=मड અને ∠अमब=સામેના∠डमक (?)

△अमब ≡ △डमक

∠बअक=∠अकड અને ∠बकअ=∠कअड

अब || कड અને अड || बक (?)

∴ अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત–કોઈ પણ સીધી લીટી ઉપર જો બે સરખા લંબ એકજ બાજુએ દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડાને સાંધનારી સીધી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે.

પ્રશ્નો.

૧. જો કોઈ પણ સીધી લીટી પર ત્રણ અથવા વધારે સરખા લંબ એકજ બાજુએ દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડામાંથી જતી સીધી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે

૨ કોઇ પણ સીધી લીટી ઉપર બે સરખા લંબ સામસામેની બાજુ ઉપર દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડાને સાધનારી લીટીને આપેલી લીટીને દુભાગે છે.

૩ પ્રશ્ન ૨ મા જો **अब** ઉપર **पम**, **यर** બે લંબ દોરીએ તો **मर**, **पय**ને દુભાગે છે અને **मयरप** એક સ૦ ચ૦ છે.

૪ બે સીધી લીટીની વચ્ચે આપેલા **अ** બિંદુમા એક એવી લીટી દોરો કે તે આપેલી લીટી સુધી જઈ **अ** મા દુભાગાય.

૫. જો એક ચતુષ્કોણમા સામસામેની બાજુની એક જોડ સરખી હોય અને બીજી જોડ સમાન્તર હોય તો ચતુષ્કોણ સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ છે યા સમાન્તર બાજુ સ૦ ચ૦ છે

૬. કોઇ પણ સ૦ બા૦ ચ૦ મા સામસામેની બાજુના મધ્ય બિંદુને જોડનારી સીધી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે

૭ **अबकड** સ૦ ચ૦ માં **म**, **य**, અનુક્રમે **अब**, **कड** ના મધ્ય બિંદુ છે, તો **बमडय** સ૦ ચ૦ છે.

૮. જો એક ચતુષ્કોણમા કર્ણો સરખા હોઇ અરસપરસ દુભાગે તો ચતુષ્કોણ લંબચોરસ છે.

૯. **अबकड** એક સ૦ ચ૦ છે. અને **म** કોઇ પણ બિંદુ એવું છે કે **मअयब**, **मबरक**, **मकलड** અને **मडअब** સ૦ ચ૦ છે તો **यरलब** પણ સ૦ ચ૦ છે. તેને આપેલા સ૦ ચ૦ સાથે સરખાવો.

૧૦. अबकड સ० ચ० માં अक માં इ બિંદુ એવુ છે કે इब=इड તો इ, अक ને દુભાગે છે. અપવાદ હોય તો બતાવો

૧૧. अबकड ચતુષ્કોણમાં ∠अ=∠ब, ∠क=∠ड તો अबकड સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ છે अबकड સ० બા० ચ० ક્યારે થશે.

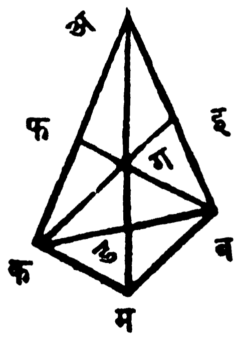
૧૨. अबक એક આપેલો Δ છે. અને डइ, फग એ લીટીઓ છેદતી છે, તો अबकΔ ની સર્વસમાન હોય એવો એક Δ બનાવો કે જેની એક બાજુ डइ ઉપર હોય અને જેનુ એક કોણ બિંદુ, फगમાં હોય.

૧૩ કોઇ પણ ચતુ'કોણમા બાકીનાં કોણ બિંદુથી એક કોણ બિંદુનાં અંતરો બધાંજ કોણ બિંદુને માટે એકજ હોય તો ચતુષ્કોણ લંબચોરસ છે.

૧૪. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમા કર્ણોના છેદન બિંદુમાંથી દોરેલી લીટી સ० ચ० ના બે સરખા ભાગ (ક્ષેત્રફળમા) કરે છે.

સિદ્ધાંત ૨૫ પ્રમેય.

કોઈ પણ ત્રિકોણની મધ્યગાઓ એકજ બિંદુમાં મળે છે; અને દરેક મધ્યગા તે બિંદુમાં ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.



Δ अबक માં कइ, बफ મધ્યગાઓ ग માં છેદે છે તો अगड ત્રીજી મધ્યગા થશે અને ग માં દરેક મધ્યગા ત્રીજે ભાગે છેદાશે.

अग ने म સુધી લંબાવી इग बमने म મળવા તો कम સાધો

સિદ્ધતા—इग ‖ बम અને अड=बइ अग=गम (સિ૦ ૨૩)

વળી कम ‖ फ માંથી દોરેલી લીટી अम ને દુભાગે છે. અને આવી સમાન્તર લીટી એકજ દોરી શકાય છે

. बगफ ‖ मक છે . गबमक સ૦ ચ૦ છે

गम, बक અરસપરસ દુભાગે છે (સિ૦ ૨૨ ઉ૦)

अगड, बकને દુભાગનારી મધ્યગા છે

વળી मग = ૨ मड અને मग=अग अग=૨ गड

ग, अड ના ત્રીજે ભાગ ઉપર છે

અને એજ પ્રમાણે

ग,कइ અને बफ ને ત્રીજે ભાગ ઉપર છે પ્ર૦ સિ૦

નોટ—ત્રિકોણની મધ્યગાના છેદન બિંદુને ત્રિકોણનું ગુરૂત્વબિંદુ કહે છે. એક સરખા કાગળમાંથી જો એક ત્રિકોણ કાપી આ બિંદુમાંથી એક દોરી બાંધી ત્રિકોણને ઉંચકયો હોય તો તે ક્ષિતિજ સમાન્તર રહેશે.

પ્રશ્નો.

૧ अबक △માં बट कफ મધ્યગાઓ गમાં મળે છે અને बगનું ल. અને कगનું म મધ્યબિંદુ હોય તો फड फल, लम, मइ સાધી બતાવો કે ग, बइ અને कफ દરેકને ત્રીજે ભાગે છેદે છે અને તે ઉપરથી બતાવો કે મધ્યગાઓ એક બિંદુગામી છે

૨ કોઇ પણ ટ્રાપિઝીયમની વિષમ બાજુના મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી સમાન્તર બાજુને દુભાગે છે

૩. કોઈ પણ △માં બે મધ્યગાઓ બરાબર હોય તો △ સમદ્વિબાજુ છે.

૪ જો કોઇ પણ △ મા ત્રણ મધ્યગા બરાબર હોય તો △ સમબાજુ છે

૫ अबक કાટખૂણુ △ નો अब કર્ણ ड માં દુભાગાય છે તો कट कब થી અર્ધી છે

૬ अबकड સ૦ ચ૦ મા अब નુ મધ્યબિંદુ इ છે कइ, इड સાંધો અને જો △ कइड એક કાટખૂણો હોય તો अब=२ बक

૭ अबकड સ૦ ચ૦ મા इ, फ, अब, अड ના મધ્યબિંદુ છે, તો फइ || बड છે, અને कइ, कफ તેમજ बडને ત્રિભાગે છે

૮ કોઈ પણ ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુના મધ્યબિંદુને જોડનારી અને કર્ણોના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી અરસપરસ દુભાગે છે

૯ રોમ્બસની બાજુના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી એક લંબચોરસ બનાવે છે

ભાગ ૧ લાનો પ્રમેય ભાગ સમાપ્ત.

ખંડ ૩ જો. કૃત્ય પ્રકરણ.

સિદ્ધ ભાગની અંદર જે જે રચનાઓ કરવામાં આવી છે તે કર્તવ્ય ભાગમા કહેલા સાહિત્યોની મદદથી સામાન્ય રીતે કરી છે રચનાઓમા આંકેલી આંકણી તથા પ્રેટક્ટરનો ઉપયોગ કરવામાં આવ્યો છે, જો કે સિદ્ધ ભાગ તથા કૃત્ય ભાગના સિદ્ધાંતો જો સાથે સાથે લેવામાં આવે તો એ સાહિત્યો ઘણી વખતે વાપરવા પડતા નથી જે કૃત્યો કરવામાં આવશે તેમા ફક્ત ગમે તે રીતી આકણી તથા કપાસ એ બેજ સાહિત્યો વાપરવામાં આવશે કૃત્યોના કોઇ પણ ભાગમા ચોક્સ માપ લેવાની જરૂર પડશે નહિ પણ કરેલુ કૃત્ય ખરુ છે કે નહિ તે હમેશા ગમે તે કોઇ પ્રકારના સાહિત્યની મદદથી તપાસી જોવુ અને ખાત્રી કરવી જે જે રચનાઓ કરવી તેમાં આંકેલી આકણી તથા પ્રોટેક્ટર વાપરવા નહિ કોઇ પણ આકૃતિ યા આકૃતિનો ભાગ બહુ બારીકિથી દોરવો કે જેથી સાહિત્યથી માપ લેતી વખતે કોઇ પણ જાતની ભુલ પડે નહિ જે જે કૃત્યો કર્યા છે તે ફકત સિદ્ધાંત તરીકે જ શીખવાના નથી પણ બારીક માપ પર હંમેશા વિશેષ લક્ષ આપવાનુ છે દરેક કૃત્ય સિદ્ધાતમા પણ સિદ્ધતા આપી છે અને એવી સિદ્ધતા વિદ્યાર્થીએ પ્રશ્નોમાં પણ આપવી કે જેથી કૃત્યનું કામ સંતોષકારક રીતે થઇ શકે અને ભૂમિતિ કાર્યની વિશેષ દૃઢ માહિતી થાય.

આંકણીનો ઉપયોગ નીચે પ્રમાણે કરવો :—

(૧) કોઇ પણ આપેલા બે બિંદુને સાધવાં, અને

(૨) કોઇ પણ સીધી લીટીને ગમે તે દિશામાં લંબાવવી

કપાસનો ઉપયોગ નીચે પ્રમાણે કરવોઃ—

(૧) એક આપેલું મધ્ય બિંદુ લઇ આપેલી સમર્યાદ લીટી બરાબર ત્રિજ્યા લઈ વર્તુળ દોરવો, અને

(૨) એક આપેલી સમર્યાદ લીટી બરાબર બીજી એક આપેલી લીટીમાથી ભાગ કાપવો.

કંપાસના ઉપયોગમાં (૨), (૧)માં સમાએલો છે. કૃત્યોની સિદ્ધતાનો મુખ્ય હેતુ એ છે કે એવી સિદ્ધતાથી બનાવેલા રચનાઓ ખરી છે એમ નક્કી થાય, અને સિદ્ધ ભાગમાં કોઇ કોઇ જગ્યાએ રચના કરી તેની માફક મનમાં નિશ્ચયનો અભાવ રહે નહિ

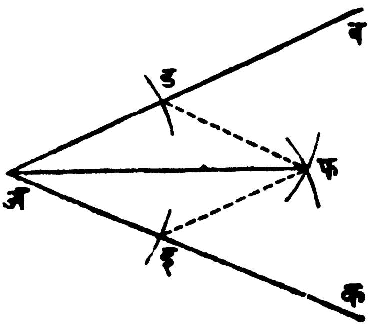
દરેક આકૃતિમાં સામાન્ય રીતે સિદ્ધતાને માટે જ વપરાએલી લીટી તુટેલી છે અને પક્ષ, સાધ્ય વગેરેને માટે સહેજ જાડી લીટી વાપરી છે રચના ભાગમા જ્યા જ્યા વર્તુળ દેરવાનો કહ્યો છે ત્યાં ત્યા વર્તુળનું **જોઇએ તેટલું કૈાંસજ** કરવામા આવ્યુ છે કે જેથી વિદ્યાર્થીને ગુચવણુ પડે નહિ અને વખત બચે

કૃત્ય ઉપર આપેલા પ્રશ્નોમા પણ કૃત્યમાં કહ્યુ છે તેમજ સિદ્ધતા કહેવી. રચના કરવી અને સાહિત્યોની મદદથી સાધ્ય પૂર્ણ છે કે નહિ તે તપાસી જોવુ કૃત્યો અને પ્રમેયો સાથે સાથે લેવાય તો સારૂ.

§ ૨૦ દ્વિભાગ રચના અને લંબ રચના.

સિધ્ધાંત ૨૬. કૃત્ય.

એક આપેલા ખુણાને દુભાગવો



बअक એક આપેલા ખૂણો છે અને તેને દુભાગવાનો છે

રચના—अ મધ્ય બિંદુ લઇ **बअ,कअ** ને **ड, इ** બિંદુમા છેદે એવો એક વર્તુળ દોરો (સ્વી ૩)

ड,इ મધ્યબિંદુ લઇ જોઇએ તેટલી સરખી ત્રિજ્યા લઇ એક બીજાને **फ**માં છેદે તેમ બે વર્તુળો દોરો

अफ, डफ, इफ સાંધો. ત્યારે **अफ**, ∠ **बअक** ને દુભાગશે.

સિદ્ધતા—Δअडफ અને Δ अइफमां अड=अइ અને डफ=फइ અને अफ સામાન્ય છે (રચના)

Δ अडफ ≡ Δअइफ, (સિ૦ ૧૪)

∠ बअफ=∠कअफ કૃ૦ કૃ૦

નેાટ–"જોઈએ તેટલી ત્રિજ્યા" નેા અર્થ એવેા છે કે એવી ત્રિજ્યા લેવી કે, ड, इ મધ્યબિંદુ લઇ દેારેલા ચાપેા એક બીજાને છેદી શકે આ શબ્દસમૂહનેા અર્થ નીચેના કૃત્યેામા પણ એનેજ લેવેા

પ્રશ્નેા.

૧ સિ૦ ૨૬ ની આકૃતિ કયા લીટી સાથે સમિમિત છે? અને તે કેવી રીતે છે?

૨ સિ૦ ૨૦મા फ બિંદુ ∠अની બહાર પડી બતાવેા કે ∠अ દુભાગેલ છે

૩ સિ૦ ૨૬ મા બીજેા કયેા ખૂણેા દુભાગેલ છે?

૪ કેાઈ પણ ખૂણાના ચાર સરખા ભાગ કરેા

૫ ૮૫ નેા ખૂણેા કરી તેને પ્રેાટ્રેક્ટરથી દુભાગેા અને સિ૦ ૨૬ પ્રમાણે દુભાગેા

૬ ૧૫, ૩૦, ૭૫°, ખૂણા પ્રેાટ્રેક્ટર વિના બનાવેા

[નેાટ—સમબાજુ ત્રિકેાણનેા ખૂણેા ૬૦ નેા છે]

૭ એક કાટખૂણાના ત્રણ સરખા ભાગ કરેા

૮ પ્રશ્ન ૭ની મદદ લઇ ૪૫ ના ત્રણ સરખા ભાગ કરેા

૯. સિ ૨૬ મા બતાવેા કે अफનું કેાઇ પણ બિંદુ अब, अकथी સમાન અંતરે છે

૧૦ ઉપલા કૃત્યની આકૃતિમા જે डइ ને સાધીએ તેા डइ અને अफ એક બીજાને કાટખૂણે મળે છે

૧૧ એક ત્રિકેાણના ત્રણે અંદરના ખૂણાને દુભાગેા

નોટ—આ દુભાગનારી લીટીનું સામાન્ય છેદન બિંદુ બધી બાજુને અંદરથી સ્પર્શ કરતા **અંતર્લગ્ન** વર્તુળનુ મધ્ય બિંદુ છે

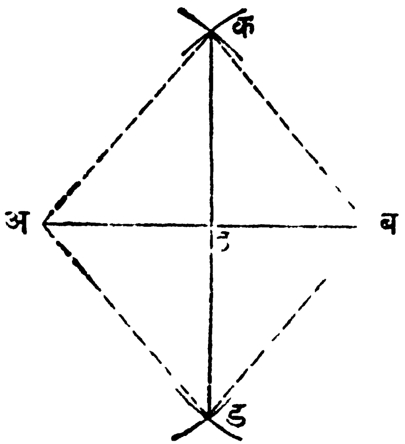
૧૨ **अबक**Δના ∠अ ને અને **अब**, **अक** લંબાવતા થતા બહારના ∠ब, ∠क ને દુભાગો

નોટ—આ દુભાગનારી લીટીનુ સામાન્ય છેદન બિંદુ **बक** અને લંબાવેલી **अब**, **अक** ને સ્પર્શ કરતા ઉપલગ્ન વર્તુળનુ મધ્ય બિંદુ છે

૧૩ **अबक** Δમા બીજા ખુણાઓને અંદરથી ને સામેના ખુણાને બહારથી દુભાગો

સિદ્ધાંત ૨૭. કૃત્ય.

એક આપેલી સમર્યાદ લીટીને દુભાગવી.



अब એક આપેલા સમર્યાદ લીટી છે અને તેને દુભાગવાની છે

રચના—**अ** મધ્યબિંદુ લઇ **अक** ત્રિજ્યાથી બન્ને બાજુએ એક એક વર્તુળ દોરો (સ્વી૦ ૬૦)

અને **ब** મધ્યબિંદુ લઈ **कअ** ત્રિજ્યા લઇ બન્ને બાજુએ એક એક વર્તુળ દોરો આ વર્તુળો **क**,**ड** મા છેદે છે, (સ્વી૦ ૬૦)

कड, **अक**, **अड**, **बक** **बड**, ને સાંધો (સ્વી૦ ૬૦)

ત્યારે **अब**ને **कड**, **इ**મા દુભાગશે

સિદ્ધતા—Δ अकड અને Δ बकड મા
अक=बक અને अड=बड (રચના)
અને कड સામાન્ય છે.
Δ अकड=Δबकड. $\therefore \angle$ अकड=$\angle$ बकड. (સિ૰ ૧૮)
વળી Δ अकइ અને Δ बकइમાં
अक=बक અને कइ સામાન્ય છે,
અને અંતર્ગત ખૂણો अकइ=અંતર્ગત ખૂણો बकइ (સિદ્ધતા)
Δ अकइ=Δबकइ (સિ૰ ૧૦)
अइ=बइ ઇ૰ ઇ૰

ઉપસિદ્ધાંત—એક આપેલી લીટીને દુભાગનારો લંબ દોરવો.

પ્રશ્નો.

૧ ઉપલી આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો

૨ ઉપલી આકૃતિમાં કેટલી સમ્મિતરૂપ લીટી છે?

૩. કોઇ પણ લીટીના ચાર અને આઠ સરખા ભાગ કરો.

૪ ઉપલી આકૃતિમાં બતાવો કે कडનુ કોઈ પણ બિંદુ अ ब થી સમાન અંતરે છે

૫ કોઇ પણ વર્તુળની જ્યાને દુભાગનારો લબ દોરો

૬. એક આપેલી લીટીમાં એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે આપેલા બે બિંદુથી સમાન અંતરે છે. આ કયારે અશકય છે?

૭ એક આપેલી લીટીમા એવુ બિંદુ શોધી કાઢો કે તે આપેલી બે લીટીથી સરખે અંતરે છે આ કયારે અશકય છે?

૮. એક આપેલી લીટીને બેવડી કરો. તેવડી કરો, પાચગણી કરો

૯ Δअबकમા अब=अक તો $\angle$ अ ને દુભાગનારી લીટી પાયાનો દુભાગનાર લબ છે.

૧૦. अब=૨૬ સેં. મી, अब ને कમાં દુભાગો અને क આગળ कड=૧૫ સેં મી. ૪૫°ને ખૂણે દોરો. $\angle$ अकड અને $\angle$ डकब ને कइ અને कफથી દુભાગો. $\angle$ इकफ ને માપો

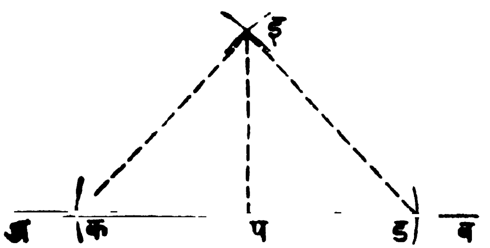
૧૧. સિદ્ધાંત ૨૭ **અક** વિના બીજી કોઈ ત્રિજ્યા લઇ કરો.

૧૨. સિદ્ધાંત ૨૭ **અક**, **અડ**નાં જુદાં માપ લઇ કરો

૧૩ સિદ્ધાંત ૨૭ **અબ** ઉપર સમબાજુ Δ દોરી તેની સામેના બાજુને દુભાગી સાબિત કરો

સિધ્ધાંત ૨૮. કૃત્ય.

એક આપેલી લીટીમાં એક આપેલા બિંદુમાંથી તે લીટીને લંબ દોરવો.



અબ એક આપેલી લીટી છે અને તેમા **પ** એક આપેલુ બિંદુ છે ત્યારે **અબ** ઉપર **પ** માંથી લંબ દોરવાનો છે

રચના—**પઅ**, **પબ** માંથી **પક=પડ** કાપો.

ક, **ડ**, મધ્યબિંદુ લઇ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઈએ સરખા વર્તુળ દોરો, અને તે **ઇ** માં અરસપરસ છેદે છે.　　　(સ્વી૦ કૃ૦)

ઇપ, **ઇક**, **ઇડ** સાધો ત્યારે **ઇપ**, **અબ** ને **પ** આગળ લંબ થશે

સિદ્ધતા—Δ**કઇપ** અને Δ **ડઇપ** મા

કપ=પડ અને **કઇ=ડઇ**　　　(રચના)

અને **પઇ** સામાન્ય છે.

∴ Δ **કઇપ** ≡ Δ **ડઇપ** ∴ ∠**કપઇ**=∠ **ડપઇ** (સિ૦ ૧૪)

∴ **પઇ** ⊥ **અબ** ને છે.　　　કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧. એક સમદ્વિબાજુ Δમા પાયાના છેડામાંથી દોરેલી લંબ સામેની બાજુને લંબાવતા મળે તો આકૃતિમાં સઘળાં અંગનાં માપ કાઢો.

૨. એક લીટીને બીજી લીટી લંબ દોરી સેટસ્કવેરથી માપી ખાત્રી કરો.

૩ એક વર્તુળમાં अब જ્યા છે અને अ,बમાંથી દોરેલા લંબ વર્તુળને क,डમાં છેદે છે તો अक, बड માપો

૪. એક ૩.૫" લાંબા લીટીને તેના એક છેડાથી ૭" દૂર બિંદુમાંથી ૧.૩ લાંબો લંબ દોરો આવા કેટલા લંબ દોરી શકાશે ?

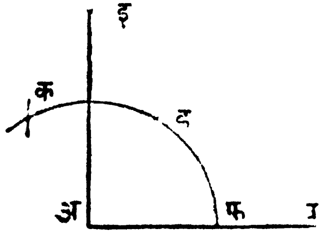
૫ ૪૦ મ મી ની ત્રિજ્યાના વર્તુળમા अच એક જ્યા છે, अचને कમા દુભાગો कને म મધ્યબિંદુ સાથે જોડી ∠ कमअ અને ∠ कमचને માપો.

૬ ∠अकच છે અને कअ=कच, अ,बમાંથી अम, बम ચાટી अक, बकને લંબ છે બતાવો કે कम, ∠अकबને દુભાગે છે

૭ अच એક આપેલી લીટીમા क બિંદુ છે બહાર ड બિંદુ લઇ અને તે (ड) મધ્યબિંદુથી कड ત્રિજ્યાએ એક વર્તુળ रकप, अचને ફરીથી रમાં છેદે તેમ દોરો रडને લંબાવતા તે વર્તુળને प બિંદમા છેદે છે पक સાંધો, બતાવે કે पक, अचને લંબ છે

૮ कदમા अ બિંદુ છે अ મધ્યબિંદુથી ગમે તે એક વર્તુળ દોરો फअ ત્રિજ્યાથી વર્તુળ ઉપર फड, डक સરખા ભાગ મૂકો डक મધ્યબિંદુ વળ फड ત્રિજ્યાથી બે સરખા વર્તુળો इમાં છેદે તેમ દોરો તો इअ, अचને ⊥ છે જુઓ નીચેની આકૃતિ

૯ ૪૫° અને ૭૫ ના ખૂણા બનાવો



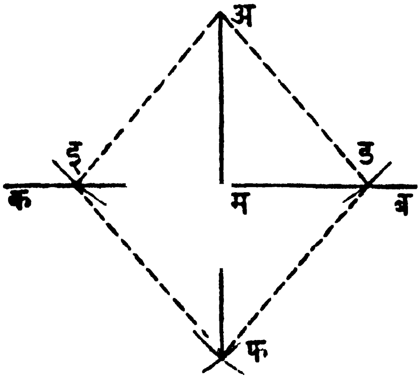
૧૦ (સિદ્ધાંત ૨૮ની) આકૃતિની સમિતતઃ પતા બતાવો

૧૧ કોઇ પણ ત્રિકોણની બાજુઓને દુભાગી તેના મધ્યબિંદુમાંથી ⊥ દોરો

નોટ—આ લંબનું સામાન્ય છેદન બિંદુ બધા શિરોબિંદુમાંથી જતા પરિલગ્ન વર્તુળનું મધ્યબિંદુ છે

સિદ્ધાંત ૨૯. કૃત્ય.

એક આપેલી લીટીને તેની બહારના આપેલા બિંદુમાંથી લંબ દોરવો.



बक એક આપેલી લીટી છે અને अ, તેની બહાર એક આપેલું બિંદુ છે, તો अમાંથી **बक** ઉપર એક લંબ દોરવાનો છે.

રચના—अ મધ્ય બિંદુ લઇ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઇ **बक** ને **ड, इ**માં છેદે તેમ એક વર્તુળ દોરો. (સ્વી० કૃ०)

ड, इ મધ્યબિંદુઓ લઇ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઇ બે સરખા વર્તુળો **फ**માં છેદે તેમ દોરો (સ્વી० કૃ०)

अफ, अड, अइ, फड, फइ સાંધો.

ત્યારે **अफ**, એટલે **अम**, **बक**ને લંબ થશે.

સિદ્ધતા—△**अडफ** અને △**अइफ**માં

अड=अइ અને **डफ=इफ** (રચના)

અને **अफ** સામાન્ય છે, ∴ ∠**डअम**=∠**इअम** (સિ० ૧૪)

વળી △**डअम** અને △**इअम**માં

डअ=इअ અને **मअ** સામાન્ય છે

અને અંતર્ગત ખૂણો **डअम**=અંતર્ગત ખૂણો **इअम**.

∴ △**डअम** ≡ △**इअम** ∴ ∠**डमअ**=∠**इमअ** (સિ० ૧૦)

∴ **अम, बक** ને લંબ છે. કૃ० કૃ०

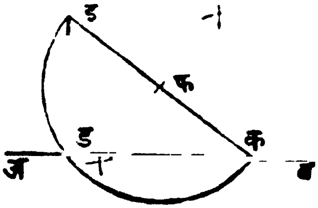
વ્યા० ૫૬—ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા લંબ અરસપરસ જે બિંદુમાં છેદે તેને **લંબચ્છેદનબિંદુ** યા **લંબસંપાત બિંદુ** કહે છે.

પ્રશ્નો.

૧. ઉપલી આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો.

૨ એક મોટો સાંકડખૂણુ ત્રિકોણ લઇ તેના શિરોબિંદુમાથી સામેની બાજુ ઉપર લબ દોરો

૩ કાટખૂણુ અને પહોળખૂણુ ત્રિકોણ લઇ પ્રશ્ન ૨ પ્રમાણે કરો.



૪. अब એક આપેલી લીટી છે અને इ એક બહાર આપેલું બિંદુ છે अब મા क કોઇ પણ બિંદુ છે અને कइ જોડી દુભાગી તેની ઉપર એક અર્ધ વર્તુળ अबને ફરીથી डમા છેદે તેમ દોરો તો डइ, अबને લબછે

૪. अब એક આપેલી લીટી છે. અને क એક બહાર આપેલુ બિંદુ છે, अब મા બે બિંદુઓ ड અને इ છે ड,इ મધ્ય બિંદુ લઇ डक, इक ત્રિજ્યાથી બે વર્તુળો ઉલટી બાજુએ प માં છેદે તેમ દોરો તો कप,बअ ને કાટખૂણે છેદશે.

૬. ∠अबकને દુભાગી बड દુભાગનારી લીટીના ड બિંદુમાથી अब અને बक ઉપર બે લબ દોરો, તો આ લબ સરખા છે.

૭. પ્રશ્ન ૬ મા ∠ अबक કાટખૂણો યા પહોળો ખૂણો લઇ કરો

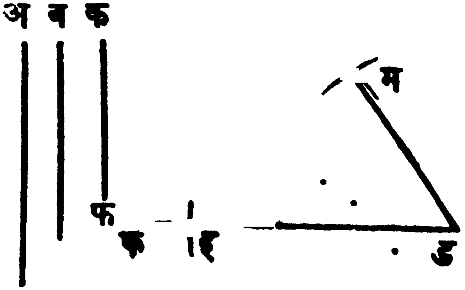
૮. વર્તુળના મધ્યબિંદુમાથી ત્રિજ્યા ઉપર લબ દોરો.

૯. એક ત્રિકોણમાં બે શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર લંબ દોરો. આ લબ જે બિંદુમાં છેદે તેમાંથી ત્રીજી બાજુ ઉપર લબ દોરી આ લંબ બાકીનાં શિરોબિંદુ તરફ લંબાવો.

§ ૨૧. ત્રિકોણ રચના; અને કોણ રચના.

સિદ્ધાંત ૩૦. કૃત્ય.

ત્રણ આપેલી લીટીની બરાબર બાજુવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવો.



अ, ब, क ત્રણ આપેલી લીટી છે તેા अ, ब, क, ની બરાબર બાજુ હેાય એવેા એક ત્રિકેાણ બનાવવાનેા છે.

રચના—डफ કેાઇ પણ લીટી લઇ તેમાંથી अ=डइ કાપેા.

ड મધ્યબિંદુ લઇ क ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દેારેા, અને इ મધ્યબિંદુ લઇ ब ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દેારેા. આ બે વર્તુળ म માં છેદે છે. मड, मइ સાધેા ત્યારે मडइ એક માગેલેા ત્રિકેાણ થશે.

સિદ્ધતા—હવે Δ मडइ માં.

डइ=अ, डम=क; मइ=ब છે. (રચના)

मडइ માગેલેા ત્રિકેાણ છે. ક્ર૦ ક્ર૦

નેાટ ૧—મેાટામા મેાટી બાજુ સેાથી પહેલી દેારવી.

નેાટ ૨—ત્રણ આપેલી લીટીમાંથી એક જો બીજી બેના સરવાળાથી મેાટી અથવા બરાબર હેાય તેા ત્રિકેાણ અશક્ય છે; કારણ કે દેારેલા વર્તુળેા એક બીજાને ન છેદતા મેાટી લીટી પર એક બીજાની બહારનાં કે એકજ બિંદુમાં છેદશે. જુએા સિદ્ધાંત ૧૮.

નેાટ ૩—કેાઇ પણ આકૃતિ માપ વિનાની દેારવાની હેાય તેા હમેશા મેાટી આકૃતિ દેારવી, કારણ કે જે ભૂલ નાની આકૃતિમા માલમ પડે તે મેાટીમાં માલમ પડવી મુશ્કેલ છે.

પ્રશ્નેા.

૧. મેાટેા ત્રિકેાણ બનાવી તેની બરાબર બીજો ત્રિકેાણ બનાવેા.

૨. ૩·૧", ૪·૪", ૬·૨" ની બાજુવાળેા એક ત્રિકેાણ બનાવેા.

૩. ૪·૩" ની બાજુ ઉપર એક સમબાજુ ત્રિકેાણ બનાવી તેના ખૂણા દુભાગી માપેા.

૪ ૩૫ સે. મી ના પાયા પર ૫૩ સે. મીની બાજુનો એક સમદ્વિબાજુ Δ બનાવો.

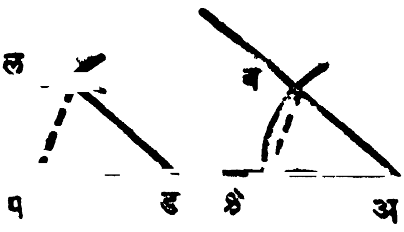
૫ ૬૦°, ૧૨૦°, ૩૦°ના ખૂણાવાળા Δઓ સાહિત્યની મદદ વિના બનાવો. (કંપાસ અને આંકણી વાપરવી)

૬ પ્રશ્ન ૫ માંની આકૃતિના ખૂણાઓ દુભાગો.

૭. ભૂમિતિથી અણજાણ્યો એક છોકરો પોતાની કલમના ૧૦″ ૨·૫′, ૩૬, લાંબા ત્રણ કકડાથી એક ત્રિકોણ બનાવવા બેઠો ત્રિકોણ બનાવો યા બ્રશ્ન બતાવો

સિદ્ધાંત ૩૧. કૃત્ય.

એક આપેલા ખૂણાની બરાબર એક આપેલી લીટીના બિંદુ આગળ એક ખૂણો કરવો



અવક આપેલો ખૂણો છે, અને **ડપ** મા **ડ** એક આપેલું બિંદુ છે તો **ડપ**મા **ડ** આગળ એક ખૂણો ∠**વઅક** બરાબર કરવાનો છે

રચના—**અ** મધ્યબિંદુ લઇ કોઇ પણ વર્તુળ દોરી **અવ**=**અક** કરો. **ડ** મધ્યબિંદુ લઇ તેજ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરી **ડપ** ને **પ** મા કાપો અને **પ** મધ્યબિંદુ લઇ **કવ** ત્રિજ્યા લઇ આગળના વર્તુળને **લ**મા છેદે તેમ એક વર્તુળ દોરો. **કવ**, **ડલ**, **પલ**, સાંધો.

ત્યારે ∠**લડપ**=∠**વઅક** થશે.

સિદ્ધતા—Δ**વઅક** અને Δ**લડપ**મા

बअ=डल अक=डप, कब=पल　　　(રચના)

∠अ=∠ड　　　(સિ ૧૪.) કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧ એક સાકડો ખૂણો કરી તેની બરાબર એક બીજો ખૂણો કરો.

૨ એક પહોળો ખૂણો કરી. તેની બરાબર બીજો ખૂણો કરો.

૩ એક બાજુ પર એક સમદ્વિબાજુ કાટખૂણ ત્રિકોણ બનાવો.

૪. ∠अबक=∠बकड બનાવો અને बड, कड, જો म મા મળે તો मड, मक માપો.

૫. એક △ अबक ના ખૂણા બરાબર ખૂણાવાળો એક △ બનાવો.

૬ એક अबकड ચતુષ્કોણના ખૂણા બરાબર ખૂણાનો ચતુષ્કોણ કરો.

૭. अब=૨ ૦"છે અને क બિંદુ ૦ ૫" અંતરે ઉપર છે, कમાંથી એવી લીટી દોરો કે अब સાથે તે ૫૦°નો ખૂણો કરે કેટલી રચના થઇ શકશે?

૮ ૩ ૫ સે મી ના વ્યાસ ઉપર વર્તુળ દોરો म મધ્ય બિંદુમાથી मअ, मब પરિધ સુધી દોરો. ∠अमब માપો પરિધ ઉપર કોઇ પણ प બિંદુ સાથે अ,ब સાંધો તો ∠अपब કેવડો?

૯ એકજ બાજુ ઉપર આપેલાં प અને ल બિંદુમાથી अब સુધી એવી બે લીટી દોરો કે તેઓ अब સાથે સરખા ખૂણા કરે.

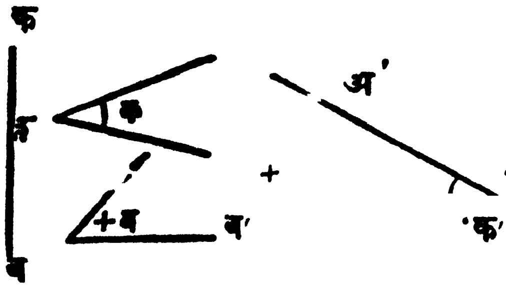
[નોટ–अब ઉપર पक લંબ દોરી पक લંબાવી पक=डक કરો. लड સાધી अब ને જે બિંદુમાં लड છેદે તે બિંદુ प સાથે સાંધો.]

૧૦. प માથી એવી એક લીટી દોરો કે अ,ब માંથી તેની ઉપર દોરેલા લંબ સરખા થાય. આ ક્યારે અશક્ય છે?

૧૧. अ બિંદુમાથી એવી એક લીટી દોરો કે તે बकને ‖ થાય.

સિદ્ધાંત ૩૨. કૃત્ય.

બે ખૂણા અને તેની પાસેની બાજુ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.



ब,क આપેલા ખૂણો અને बक (અ) આપેલી બાજુ છે; તો ∠ब, ∠क, बक અંગવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના-ગમે તે લીટીમાંથી बक=ब'क' બનાવો.

ब આગળ ∠ब=∠अबक' બનાવો અને
क' આગળ ∠क=∠अ'क'ब' બનાવો. } (સિ. ૩૧)

ब अ',अ'अ'ને अ'મા મળવા દો.

ત્યારે अबक માગેલો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા—Δअ'ब'क'માં

ब'क'=बक, ∠ब=∠ब અને ∠क'=∠क છે, (રચના)

अ'ब'क' માગેલો ત્રિકોણ છે કૂ૦ કૂ૦

ઉપસિદ્ધાંત--બે ખૂણા અને તેમાંના એકની સામેની બાજુ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.

પ્રશ્નો.

૧ अब=૫·૧ સે. મી ∠अ=૭૧°,∠ब=૬૭ તો Δ બનાવી બીજાં અંગ માપો.

૨. बक ૨·૯", ∠ब=૯૦°, ∠क=૨૫ તો Δ બનાવો

૩. कअ=૪·૭ સેં મી., ∠अ=૩૨°, ∠क=૧૧૭ તો Δ બનાવો.

૪. અ=૩·૬', ∠ब=૧૧૨°, ∠क=૩૩°, તો Δ બનાવો

નીચેનાં માપ પરથી Δઓ બનાવો.—

૫. ક=૩·૬" મી. ∠अ=૬૭°, ∠क=૭૨°,

૬. બ=૫·૩ સે મી, ∠ब=૩૨°, ∠अ=૬૫°.

૭. ક=૬ ૭ સેં.મી: ∠क=૩૨°, ∠अ=૧૧૨°

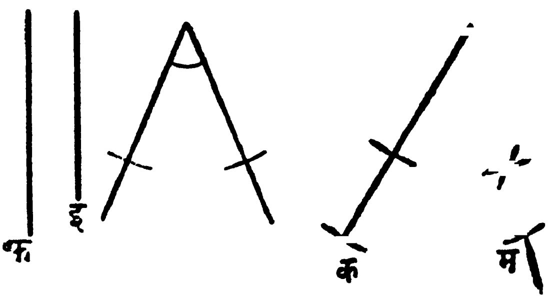
૮. ક=૨ ૧", ∠अ=૫૧°. ∠क=૯૯°.

૯. બ=૧ ૯", ∠ब=૯૯°. ∠अ=૨૦°.

૧૦. અ=૫·૨ સે.મી, ∠अ=૨૭°, ∠ब=૨૯°.

સિદ્ધાંત ૩૩. કૃત્ય.

બે બાજુ અને અંતર્ખૂણો આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.



बफ, डइ બે આપેલી લીટી છે અને अ એક આપેલો અંતર્ખૂણો છે; તો એ અગત્યાનો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના—કોઇ પણ લીટીમાંથી बफ=पक કરો અને प આગળ ∠अ=∠मपक કરો. (સિ० ૩૧.)

અને डइ=पम કરો. मक સાધો. ત્યારે मपक માગેલો Δ થશે.

સિદ્ધતા—Δमपक માં

पक=बफ, पम=डइ, ∠प=∠अ (રચના)

Δमपक માગેલો ત્રિકોણ છે કૃ० કૃ०

પ્રશ્નો.

૧ અ=૨ ૧', બ=૩ ૩', ∠क=૭૫ તો Δ બનાવો.

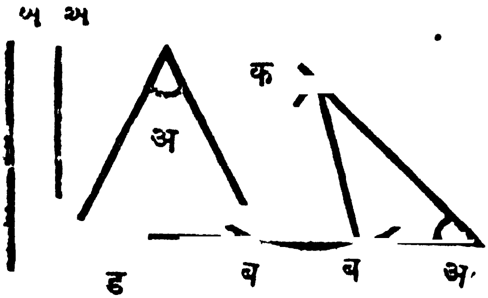
૨. બ=૩ ૭ સે. મી., ક=૫ ૬ સેં. મી, ∠अ=૫૨° તો Δ કરો.

૩. ક=૫·૧ સેં. મી, અ=૮ ૨ સે. મી ∠ब=૧૧૨° તો Δ કરો.

૪. અ=૩ ०", બ=૨·૧", ∠अ=૯०° તો Δ બનાવો.

સિધ્ધાંત ૩૪. કૃત્ય.

બે બાજુ અને તેમાંની એકની સામેનો ખૂણો આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.



બ, અ, બે આપેલી બાજુ છે અને અ ની સામેનો ખૂણો अ આપેલો છે તો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના–अ ह લીટીમા अ' આગળ ∠अ=∠अ' કરો, (સિ. ૩૧) અને બ=अ क કરો क મધ્યબિંદુથી અ ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો જે આ વર્તુળ अ हને ब' અને बમા છેદે તો
अ'कब', अ कब ∆ઓ આપેલા પદ ઉપરથી થશે.

· अ कब ∆માં અને अ'कब' ∆માં

∠अ=∠अ, अ क=બ અને बक= અ	અને	∠अ'=∠अ, अक'=બ, कब'=અ

बअक, अ कब માગેલા ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

નોટ—कमाथी अ ह ઉપર લંબ દોરી હોય અને તેટલીજ લંબાઇની અ હોય તો એકજ ત્રિકોણ થશે ∵ ∆ब=૯૦°=∠ब વળી જો कल લંબ હોય તો कल અંતર (कનું अ हથી) ઓછામાં ઓછું છે. તેથી જો અ, कलથી ઓછી હોય તો કોઇ પણ ત્રિકોણ થશે નહિ. કારણ કે અ ત્રિજ્યાથી દોરેલો વર્તુળ अ हને મળશે નહિ જ્યારે બે ત્રિકોણો થાય છે ત્યારે આ સિધ્ધાંતને અનિશ્ચિત ત્રિકોણ રચના કહે છે.

તેમજ અનિશ્ચિત ત્રિકોણ બનાવવાને માટે અ, બથી ઓછી અને કલ લ બથી વધારે હોવી જોઈએ કારણ કે જો અ, બથી મોટી હોય તો વર્તુળના બન્ને છેદન બિંદુઓ અડ ઉપર ∠ અ' તરફ ન પડતા વિરૂદ્ધ બાજુએ પડશે એટલે એકજ Δ થશે.

પ્રશ્નો.

૧. ઉપરના સિદ્ધાંતમાં અ, બં થી ઓછી હોય અને

(૧) અ, લંબથી ઓછી હોય,
(૨) અ, લંબ બરાબર હોય,　} ત્યારે આકૃતિ દેરો.
(૩) અ, લબથી મોટી હોય,

૨ અ, બ થી મોટી હોય ત્યારે આકૃતિ કાઢો

૩ અ =બ હોય ત્યારે આકૃતિ કાઢો.

૪ ક=૨.૧", બ=૧.૭' અને ∠ब=૩૫' ત્યારે ત્રિકોણ દોરો.

૫ ક=૫૦ સેં મી, બ=૩૦ સે મી અને ∠ब=૩૧° ત્યારે Δ દોરો.

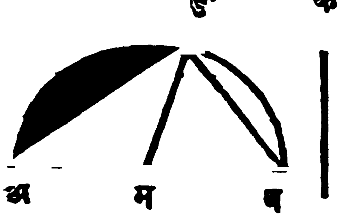
૬ બ=૩.૭", અ=૨.૧" અને ∠अ=૪૨° ત્યારે ત્રિકોણ દોરો.

૭ Δअबक અને Δडइफमा अब=डइ, अफ=डफ અને ∠ब= ∠इ છે બતાવો કે આ ત્રિકોણો સરખા હોય કે ન હોય.

નોટ–ઉપલા આકૃતિઓમાં જ્યા અનિશ્ચિત ત્રિકોણ હોય ત્યાં કારણ આપો

સિદ્ધાંત ૩૫. કૃત્ય.

કર્ણ અને એક બાજુ આપ્યાં હોય તો કાટખૂણ ત્રિકોણ બનાવવો.



अ એક બાજુ અને अब કર્ણ છે.

ત્યારે એક કાટખૂણ ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના-अब ને મમાં દુભાગી म મધ્ય બિંદુ લઈ अम ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો.

अ મધ્ય બિંદુ લઈ क ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળ આગળના વર્તુળને डમાં છેદે છે. डअ, डम, डब સાંધો.

ત્યારે अडब માગેલો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા-अडम△ માં
मअ=मड
∴ ∠अ=∠मडअ
અને
बडम△ માં
मब=मड
∴ ∠ब=∠मबड

∴ ∠अडब = ∠अ+∠ब

∴ अडब એક કાટખૂણ △ છે. (સિ૦ ૭ ઉપ૦)

અને તેમાં अब કર્ણ છે અને अड=क

अडब માગેલો ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાંત ૩૫માં માગેલા △ઓ अब ઉપર કેટલા થઈ શકે ?

૨ અર્ધ વર્તુળમાંનો ખૂણો એક કાટખૂણો છે.

૩. ઉપલી આકૃતિમા डप, अब ઉપર લંબ હોય તો △अडप,△बडप અને △अडब અરસપરસ સમકોણ છે.

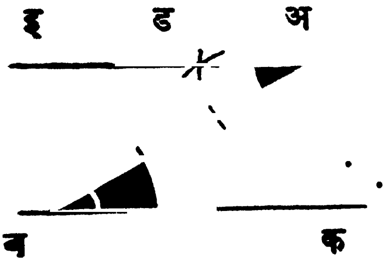
૪. એક વર્તુળમાં ૩૭" કર્ણ અને ૧૨" બાજુના બે કાટખૂણ ત્રિકોણો પાસે પાસે મુકી એક લંબ ચોરસ બનાવો.

૫. એકજ બાજુ ઉપર ને એકજ કર્ણના બે સરખા કાટખૂણ ત્રિકોણ બનાવી તેનાં શિરોબિંદુ સાધી એક લંબ ચોરસ બનાવો.

§૨૨. સમાન્તર લીટી દોરવાનું; અને લીટીના સરખા ભાગ.

સિદ્ધાંત ૩૬. કૃત્ય.

એક આપેલા બિંદુમાંથી એક આપેલી લીટીની સમાન્તર લીટી દોરવાની.



बक એક આપેલી લીટી અને अ એક આપેલુ બિંદુ છે. ત્યારે अમાંથી बअ ‖ એક લીટી દોરવાની છે.

રચના—अब સાધી, अ આગળ ∠ बअड, ∠अबक બરાબર કરો (સિ૰ ૩૧)

અને अड ને इ સુધી લંબાવો ત્યારે अइ ‖ बक થશે

સિદ્ધતા—अइ અને बक લીટીને बअ લીટી મળે છે,

અને વ્યુત્ક્રમ ∠डअब=વ્યુત્ક્રમ ∠अबक કરે છે.

अइ ‖ बक છે. (સિ૰ ૪) કૃ૰ કૃ૰

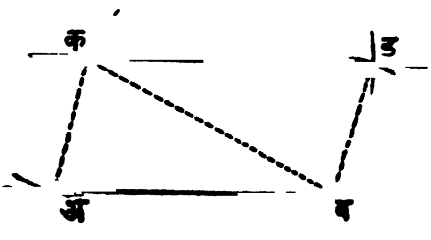
પ્રશ્નો.

૧. अब=૪ ૫ સે મી અને ∠बअक=૬૦°, कમાંથી अब ‖ कड દોરો, અને कड=૪·૫ સેં.મી. છે, डब સાધો, अक, डब, ∠क, ∠बમાપો.

૨ ૧ ૫″ ત્રિજ્યાનો એક વર્તુળ દોરો, अब વ્યાસની બન્ને બાજુએ ड અને इ ૧″ છેટે છે ड,इમાથી બે જ્યા ‖ વ્યાસ દોરો અને તેને માપો.

૪. ∠बअक=૪૫° અને बअ=अक=૩ ૫″ છે. कड ‖ अब અનેबड ‖ अक દોરો. अड,बक, म માં છેદે તો मअ, मब, मक, मड માપો.

૪. સમાન્તર લીટી દોરવાને નીચેની રચના અજમાવોઃ—



अब આપેલી લીટી છે અને क આપેલુ બિંદુ છે. अबમાં ब ગમે તે બિંદુ લો અને ब મધ્ય બિંદુ લઇ बक ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો. क મધ્યબિંદુ અને कब ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો, ब મધ્યબિંદુ લઇ

अक ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો. બે વર્તુળો डमां છેદે તો कड॥अब

૫. વ્યાવહારિક કામમાં કેવી રીતે સમાન્તર લીટી દોરશો?

૬ ૨૧ ના પ્રમાણમાં બાજુએ હોય એવો એક લંબ ચોરસ બનાવો.

૭ ૪",૩",૧·૫" ની બાજુનું એક સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ કરો.

૮ એક બાજુ અને એક કર્ણ ૨ ૪" અને ૪ ૨" છે તો લંબ ચોરસ કરો.

૯ બે કર્ણો અને અંતર્ખૂણો ૪૦",૬૦' અને ૭૫° છે તો સ૦ ચ૦ કરો.

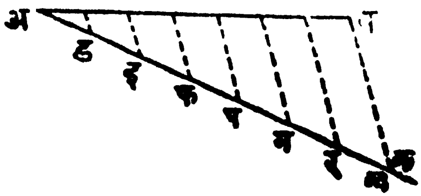
૧૦ ૪૦" પાયા ઉપર ૨૧" ઉંચાઈનો ૫૫° ખૂણે વળેલો એક સ૦ ચ૦ બનાવો.

૧૧ સિદ્ધાંત ૩૬ ની આકૃતિમાં अल લંબ દોરો અને अ તરફ बफ લંબ (अल) દોરો તો फअ, बक ની સમાન્તર છે

સિદ્ધાંત ૩૭. કૃત્ય.

કોઈ સીધી લીટીના સરખા ભાગ કરવા.

ठ ट य व भ च



अब એક આપેલી લીટી છે અને તેના (ધારો કે) સાત સરખા ભાગ કરવાના છે.

રચના—अबની સાથે કોઈપણ લીટી ખૂણો કરે તેમ अक દોરો.

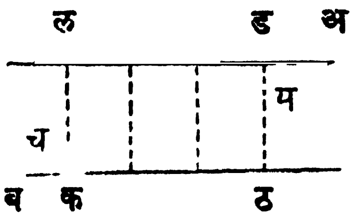
अक ઉપર અનુક્રમે સાત સરખા ભાગ अड, डइ, इफ, फप पम, मर, रल કરો. बल સાંધો

અને लब ‖ रच, मभ, पव, फय, इट, डठ દોરો (સિ૦ ૩૬) ત્યારે अबના સાત સરખા ભાગ થશે.

સિદ્ધતા—अकને છેદી સમાન્તર લીટીઓ अलના
अड, डइ, इफ, फप, पम, मर, रल, સરખા ભાગ કરે છે.
∴ તેજ સમાન્તર લીટીઓ अबના પણ
अठ, ठट, टय, यव, वभ, भच, चब, સરખા ભાગ કરે છે. (સિ० ૨૩)
એજ પ્રમાણે अबના ગમે તેટલા સરખા ભાગ થઇ શકે છે.   ફ० ફ०

સિધ્ધાંત ૩૭ની દ્વિતીય રચના.

अबની સાથે ખૂણો કરતી अल
લીટી દોરો અને बठ || अल દોરો
अल, बठ ને બતાવ્યા પ્રમાણે ચાર
ચાર સરખા ભાગ કરો
અને બતાવ્યા પ્રમાણે સાંધો ત્યારે
अबના પાંચ સરખા ભાગ થશે
डठ, लक વગેરે || છે



अलના ચાર સરખા ભાગ થાય છે અને बठ ના પણ ચાર સરખા ભાગ થાય છે.

अब ના પંચ સરખા ભાગ થય છે.   ફ० ફ०

પ્રશ્નો.

૧ એક લીટીના પાંચ સરખા ભાગ આશરે કરી સરખાવો
૨. ૪ ૫" લીટીના ૬ સરખા ભાગ કરો.
૩ ૧૧ ० સે મી લીટીના સાત સરખા ભાગ કરો.
૪. એક આખી લીટીમાથી તેનો ⅗ ભાગ કાપો.
૫ એક લીટીને લંબાઇ ૧$\frac{5}{6}$ ગણી બનાવો
૬ એક લીટીને લંબાઇ ૧·૩ ગણી બનાવો
૭. એક લીટીમાંથી ૭ ભાગ કાપો.

૮. એક લીટીને ૩ ૨ના પ્રમાણમા કાપો

૯ એક લીટીને ભાગો, અને તેના ભાગનુ પ્રમાણુ કહો.

નિધાન અથવા કક્ષા.

ધારો કે **प** બિંદુ એવુ છે કે તે હમેશા ગમે તે સ્થિતિમાં એક મુકરર **प** બિંદુથી ૫′ અંતરે રહે છે હવે **प** બિંદુની જુદી જુદી સ્થિતિઓ નક્કી કરી પાસે પાસેનાં બિંદુઓ જોડીએ તો જે લીટી થશે તે લીટી ઉપરનુ દરેક બિંદુ **म** થી ૫″ અંતરે હાવુજ જોઇએ. માટે આવી લીટીને **म** થી ૫′ અંતરે રહે એવા બિંદુનુ **નિધાન** વા કક્ષા કહે છે વળી **अ** બિંદુ એવુ છે કે એક આપેલી લીટી **बक** થી હમેશા ૩ ૧ સે મી ને અંતરેજ રહુ છે તેથી **अ** ની જુદી જુદી સ્થિતિઓ નક્કી કરી તેમાથી જે લીટી દોરએ તે **अ**નુ **बक**ના સંબંધમા નિધાન કહેવાય છે એજ પ્રમાણે **अ** અને **ब** બે બિંદુથી સરખે અંતરે જે બિંદુ **क** હમેશા રહે છે તેનુ નિધાન પણ નીકળી શકે કારણ કે જો **क** ની જુદી જુદી સ્થિતિ નીકળી શકે તો એ બિંદુને સાધનારી લીટી તે નિધાન છે.

વ્યાખ્યા—કોઇ આપેલી શરત પુરી કરી જુદી જુદી સ્થિતિમાં જઇ એક બિંદુ જે લીટી નક્કી કરે તે તે બિંદુનુ **નિધાન** વા કક્ષા કહેવાય છે.

ઉપરથી સ્પષ્ટ થશે કે નિધાન રચનામા નીચેની બાબતો જરૂરની છે—

(૧) ચોક્કસ આપેલી લીટી વા બિંદુ;

(૨) એક જુદી જુદી સ્થિતિમાં ફરતું બિંદુ;

(૩) આપેલી ચોક્કસ શરત અને

(૪) ખસતું બિંદુ જે લીટી દોરે તે લીટી

ઉપલા વ્યાખ્યામા "જે લીટી દોરે તે" શબ્દોમાં "લીટી" એટલે "વક્ર વા સીધી લીટી", 'એક વા વધારે લીટી બન્ને અર્થ સમજવા.

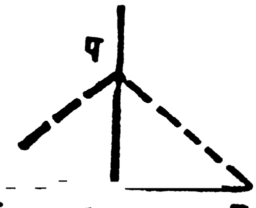
વળી કોઇ પણ નિધાન કાઢની વેળા બનાવવું જોઇએ કે એની લીટીની ઉપરનું કોઇ પણ બિંદુ આપેલી શરત પુરી કરે છે, અને તે લીટીની બહારનું કોઇ પણ બિંદુ આપેલી શરત પુરી કરતું નથી પણ આ દ્વિતીય સિદ્ધાંત વધારે સહેલી હોવાથી વિદ્યાર્થીને માટે પ્રશ્ન તરીકે રહેવા દીધી છે.

---

§ ૨૩ નિધાન રચના; અને કોંસને દુભાગવાનું.

સિદ્ધાંત ૩૮ કૃત્ય.

એક બિંદુ એવી રીતે ખસે છે કે તેનાં અંતરો બે આપેલાં બિંદુથી હંમેશાં સરખાં છે તો તે બિંદુનું નિધાન કાઢવું.



अ,ब બે આપેલાં ચોક્કસ બિંદુઓ છે અને प એવું બિંદુ છે કે अ,ब થી તેનાં અંતરો હમેશાં સરખાં રહે છે ત્યારે प નું નિધાન કાઢવાનું છે.

अब લીટીનું મધ્યબિંદુ म, अ,ब થી સમાન અંતરે છે

म,प ની એક સ્થિતિ છે.

ધારો કે प એ ખસતા બિંદુની એક બીજી સ્થિતિ છે.

તેથી पअ=पब.　　　　　　पम સાંધો.

હવે पमअ અને पमब △ એમાં

∴ ∠पमअ=∠पमब ∴ पम, अबને લબ છે, (સિ૦ ૧૪)

એટલે प, જે अ,ब થી સરખે અંતરે છે તે अबના દુભાગનાર લંબ ઉપર છે.

એજ પ્રમાણે पम ઉપર ગમે તે બિંદુ લઇએ તો તે अ,ब થી સમાન અંતરે છે.

∴ મપ, એ અ, બ થી હમેશાં સરખે અંતરે રહેતા પ નુ નિધાન છે.

ઇ૦ ઇ૦

નોટ-ઉપલી પ્રતિજ્ઞા નીચે પ્રમાણે પણ મૂકી શકાય છેઃ-

(૧) બે સ્થિર બિંદુથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનુ નિધાન કાઢવું.

(૨) બે સ્થિર બિંદુથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન તે બે સ્થિર બિંદુઓને જોડનારી સીધી લીટીનો દુભાગનાર લંબ છે.

પ્રશ્નો.

૧. એક આપેલા બિંદુથી ૨ ૧'ને અંતરે રહેતા બિંદુનુ નિધાન કાઢે.

૨ ઘડિઆળના મીનીટ કાંટાની અણીનું નિધાન શું? કલાક કાંટાની અણીનુ નિધાન શુ?

૩ અવાજ ૧'મા ૩૮૦ ફુટ જાય તો એક સેકન્ડે જે લોકો અવાજ સાંભળે તેનુ નિધાન શુ? [યોગ્ય સંકેત લેવું]

૪ એક અંકણીને કાગળ ઉપર રાખી ગોળ ફેરવીએ તો તેની ધરીનું નિધાન શુ? તેના છેડાના મધ્ય બિંદુનુ નિધાન શુ?

૫ એક રસ્તાની કોરોથી સરખે અંતરે એક માણસ જાય તો તેનુ નિધાન શું?

૬ એક બારણાને ઉઘાડીએ તો તેની ધરીનું નિધાન શુ?

૭ બે રૂપીઆને ટેબલ ઉપર સાથે રાખી એકને સ્થિર કરી બીજાને કોરની અડોઅડ ફેરવીએ તો તેના મધ્ય બિંદુનુ નિધાન શુ?

૮. એક વર્તુળાકાર રસ્તાની કોરથી અમુક વાર છેટે એક ટપાલી દોડે તો તેનું નિધાન શુ?

૯. એક પથરો હાથમાથી જમીન ઉપર પડતો મૂક્યો હોય તો તેના ગુરૂત્વબિંદુનુ નિધાન શુ?

૧૦ એક બિંદુ એવુ છે કે તે બે આપેલી કાટખૂણે છેદતી લીટીઓની એકથી બીજીથી અમુક અંતરે રહે છે તો તેનુ નિધાન શુ?

૧૧. એક આંકણીનો એક છેડો જમીન પર છે અને બીજો છેડો

દિવાલ પર છે અને જો છેડા હમેશા એ પ્રમાણે રાખી આકણીને ખસેડીએ તો તેના મધ્યબિંદુનું નિધાન શું?

૧૨. પ્રશ્ન ૧૦મા મા ખસતુ બિંદુ એકથી બીજીથી ત્રણગણે અંતરે રહે તો તેનું નિધાન શું?

૧૩ એક બિંદુ એવું છે કે તેના અંતરેાનો સરવાળો બે કાટખુણે છેદતી લીટીઓથી ૫૦" છે તો તેનુ નિધન શું?

૧૪ પ્રશ્ન ૧૩મા માં બાદબાકી ૩૦" રહે તો તેનુ નિધાન શું?

૧૫ ત્રણ આપેલા બિંદુથી સરખે અંતરે છે એવું બિંદુ શોધી કાઢો.

૧૬ એક એવુ બિંદુ શોધી કાઢો કે તે अ થી ૮૦ અને ब થી ૪૫" છેટે છે

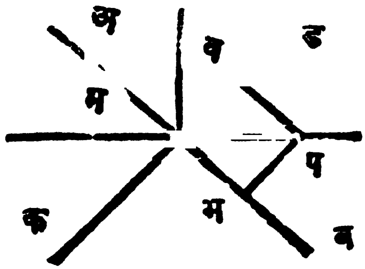
૧૭ એક આપેલા વર્તુળથી અંતર ૨૮' રાખે એવા બિંદુનું નિધાન કાઢો

૧૮ अब થી સરખે અંતરે આવેલું એક બિંદુ पक ઉપર છે તો તે બિંદુ શોધી કાઢો.

૧૯ अ બિંદુ बक લીટીથી ૩૧' છેટે હંમેશા રહે છે તો તેનુ નિધાન કાઢો.

સિધ્ધાંત ૩૯. કૃત્ય.

બે આપેલી અરસપરસ છેદની સીધી લીટીથી સરખે અંતરે આવેલા બિંદુનું નિધાન કાઢવું.



अब, कड બે સીધી લીટી मમાં છેદે છે અને प, એવુ બિંદુ છે કે તેનાં અંતર अब, कडથી હંમેશાં સરખાં છે, તો તેનુ નિધાન કાઢવાનું છે.

म, अब, कड બન્ને ઉપર છે તેથી બન્નેથી તેનું અંતર શૂન્ય છે.

∴ म, प ની એક સ્થિતિ છે.

ધારો કે प બીજી સ્થિતિ છે. · मब=पम पम સાંધો.

હવે Δ पबम અને Δ पमम માં

पम કર્ણ છે અને पब=पम અને ∠ब=∠म=૯૦° છે

∴ प,∠डमबને દુભાગનાર લીટી ઉપર છે (સિ૦ ૧૫)

અને એજ પ્રમાણે प, ∠अमडને દુભાગનાર લીટી ઉપર પણ છે

∴प, म આગળના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ ઉપર છે અને प, ગમે ત્યા આવે તો પણ पब=पम છે

આ ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓની જોડ એ બિંદુનું નિધાન છે

ફ૦ ફ૦

નોટ—ઉપલી પ્રતિજ્ઞા નીચે પ્રમાણે પણ આવી શકે છે:-

(૧) એક બીજીને છેદતી બે સીધી લીટીઓથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન બે આપેલી લીટીની વચ્ચેના ખૂણાઓને દુભાગનાર લીટીની જોડ છે.

(૨) એક બીજીને છેદતી બે સીધી લીટીઓથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન કાઢવું.

નિધાન ઉપર નોટ,

બે આપેલી લીટીઓથી એક બિંદુ ૪·૧ ને છેદે છે તો તે બિંદુ શોધી કાઢો.

(૧) ધારો કે अमब, कमड બે આપેલી લીટી मમાં છેદે છે.

अमबથી ૪ ૧" ને છેટે આવેલાં બિંદુએનું નિધાન કાઢો.
कमडથી ૪.૧"ને છેટે આવેલાં બિંદુઓનુ નિધાન કાઢો.

આ બે નિધાન એક બીજાને ૪ જુદી જુદી જગ્યાએ છેદે છે માટે આ ચાર બિંદુઓ માગેલા બિંદુની સ્થિતિ છે.

(૨) ધારો કે **अब** ‖ **कड** છે

(અ) **अब**થી ૪ ૧" છેટે આવેલા બિંદુનું નિધાન કાઢો.

कडથી પણ ૪ ૧" છેટે આવેલા બિંદુની નિધાન કાઢો.

अब ‖ **कड** છે . આ નિધાન પણ ‖ છે અને બિંદુ અશક્ય છે.

(બ) પણ **अब** અને **कड**નું અતર ૮ ૨' હોય તો આ બન્ને નિધાનો એક બીજા ઉપર મળી જશે અને માગેલુ બિંદુ આ એક મળી જતી લીટી ઉપર છે

ટીપ આ પ્રમાણે જ્યારે કેઇ રચના નિધાનરચના સાથે સબધ ધરાવતી હોય ત્યારે સઘળી જુદી શરતો લઇ નિધાનો કાઢવા અને આ બધી શરતોને એકઠી કરી લઇ નિધાનોને અરસપરસ છેદતા કરવા. આ છેદનબિંદુ એક નહિ પણ તેથી વધારે શરતો પુરી કરે છે અને એજ પ્રમાણે માગેલી રચના થઇ શકે છે.

નિધાન છેદનમા વિદ્યાર્થીને ખાસ લક્ષમા રાખવાનુ છે કે આપેલા પક્ષ શું છે, અને કેટલા જુદા જુદા ભાગ થઈ શકે છે, આ ભાગના કયા કયાં નિધાન છે, અને આ નિધાનોને એકઠા કરવાથી શું પરિણામ આવે છે, આ પ્રમાણે કરતા પ્રશ્નોની રચના સહજ નીકળી આવશે. કોઈ કોઇ વખતે એક કરતા વધારે રચના પણ આવે છે અને દરેક રચના અગત્યની છે તેમજ કોઇ વખતે રચના અશક્ય છે અને તેનું કારણ એવુ હશે કે આપેલી શરતો સિવાયની બીજી કોઈ સ્વતંત્ર શરત રહી જતી હશે બધા પ્રશ્નોમા ઉપર કહ્યા પ્રમાણે રચના તેમજ સિદ્ધતા આપવી અગત્યની છે. અને તે સિવાય પ્રશ્નો પૂર્ણ થયા કહેવાય નહિ.

પ્રશ્નો.

૧ કોઇ પણ ખૂણાને દુભાગનારી લીટી ઉપરનુ કોઇ પણ બિંદુ શાખા લીટીઓથી સમાન અંતરે છે

૨ अ એક સ્થિર બિંદુ અને बक એક સ્થિર લીટી છે. प, बक ઉપર ભમે છે, अप લંબાવતાં તેની ઉપર पड=अप તો ड નુ નિધાન એક સમાન્તર લીટી છે

૩. ૬૦°ને ખૂણે બે લીટીઓ દોરો એકથી ૩૪ સે.મી. અને બીજીથી ૨·૯ સે.મી. દૂર રહે તે બિંદુ શોધી કાઢો

૪ એક આપેલા બિંદુથી અને એક આપેલી લીટીથી ૪૦ દૂર રહેતું બિંદુ શોધી કાઢો આ કયારે અશક્ય છે?

૫ अ,बની ૪૮ દૂર છે એક એવુ બિંદુ શોધી કાઢો કે તે अથી ૫·૦" અને बથી ૫૯ દૂર હોય કેટલા બિંદુ નીકળશે?

૬, એક વર્તુળમાં अ ને ब બિંદુ છે તો વર્તુળ ઉપર अ,बથી સરખે અંતરે આવેલા બિંદુ શોધી કાઢો

૭ कब,कड થી સરખે અંતરે આવેલુ બિંદુ पम ઉપર શોધી કાઢો.

૮. अ,बथी ૬૦ સેં.મી દૂર છે તો क એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે अથી ૪·૦ સે.મી. અને बથી ૫૦ સે. મી દૂર હોય

૯. अबથી ૪૦ સે મી દૂર અને कडથી ૫૦ સે. મી. દૂર આવેલા બિંદુ શોધી કાઢો.

૧૦. એક આપેલી કર્ણ ઉપર દોરેલા કાટખૂણ ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુનું નિધાન કાઢો.

૧૧. ૪·૧" બાજુવાળા સમબાજુ ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુથી ૩·૫" દૂર પાયા ઉપર બિંદુઓ શોધી કાઢો. તેનું અરસપરસ અંતર માપો.

૧૨. ૬·૭" બાજુવાળા સમબાજુ Δ ની બાજુથી ૪·૧" દૂર આવેલું બિંદુ પાયા ઉપર શોધો; પાયાના બે ભાગને માપો.

૧૩. अबक સમદ્વિબાજુ Δ ની अब બાજુ ઉપર प બિંદુ

શોધો કે જે बक (પાયો) અને अक થી સરખે અંતરે હોય. બતાવો કે अप=कप=फप છે.

૧૪. કોઈ પણ ત્રિકોણના પાયા ઉપર એવું બિંદુ શોધો કે જે બન્ને બાજુથી સરખે અંતરે હોય.

૧૫. ૪·૦" વ્યાસ ઉપરના વર્તુળમાં વ્યાસની || એક લીટી દોરો; આ બે લીટીથી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુઓ શોધી કાઢો.

૧૬. એક વર્તુળમાં अब વ્યાસ અને अड, એક જ્યા છે પરિઘ ઉપર अब, अडथी સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુ શોધો.

૧૭. પ્રશ્ન ૧૬માં अब, अक ને લંબાવેલી લીટીથી સરખે અંતરે પરિઘ ઉપર આવેલું બિંદુ શોધો

૧૮. अ એક સ્થિર બિંદુ છે અને बक ઉપર ड એક ખસતું બિંદુ છે; તો अड ના મધ્ય બિંદુનું નિધાન કાઢો

૧૯. अ એક સ્થિર બિંદુ છે અને ड એક આપેલા પરિઘ ઉપર છે, તો अड ના મધ્ય બિંદુનું નિધાન કાઢો.

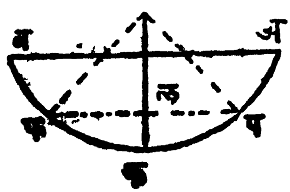
સિધ્ધાંત ૪૦. કૃત્ય.

વર્તુળના આપેલા કૌંસને દુભાગવું.

अकब એક આપેલું કૌંસ છે અને તેને દુભાગવાનું છે.

રચના—अब ને સાંધી તેને ड માં દુભાગો (સિ० ૨૭) અને डम, अबने ⊥ દોરી, मडने લંબાવી કૌંસને कમાં છેદવા દો (સિ.૨૮)

ત્યારે अबक કૌંસના क માં બે સરખા ભાગ થશે.



સિદ્ધતા—અ,બ થી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુનું નિધાન મક છે. [સિ૦ ૩૮]

∴ જે વર્તુળનું અકબ કૌંસ છે તેનુ મધ્યબિંદુ પણ મકમાં છે.
ધારો કે મ મધ્યબિંદુ છે. મક એક વ્યાસ લીટી છે.

વળી પફ જેવી કોઈ પણ જ્યા મકને કાટખૂણે દોરી હોય તો

Δમપલ $\equiv$ Δમફક [સિ૦ ૧૫]

પલ=ફલ.

હવે પફ જ્યા અબની નીચે ગમે ત્યાં લીધી હોય તો પણ પલ=ફલ.
અકબ કૌંસ મક ની આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે.

∴ કૌંસ અને મકનુ સામાન્ય બિંદુ ક, અકબ કૌંસનુ મધ્યબિંદુ છે
અકબ કૌંસના બે સરખા ભાગ કમાં થયા છે. કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧. મધ્યબિંદુ આગળ ૩૦° નો ખૂણો કરે એવા કૌંસને દુભાગો

૨ એક અર્ધ વર્તુળને દુભાગો.

૩. એક અર્ધ વર્તુળથી ઓછા કૌંસને દુભાગો

૪. એક અર્ધ વર્તુળથી મોટા કૌંસને દુભાગો.

૫. ૩ ૪" ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૪૫°નો ખૂણો કરે એવા કૌંસને દુભાગો.

૬. ૬ ૨ સેં.મી ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્ય બિંદુ આગળ ૬૨°નો ખૂણો કરે એવા કૌંસને દુભાગો.

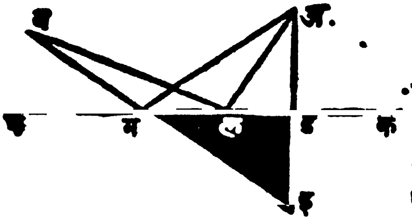
૭. એક કૌંસના ચાર સરખા ભાગ કરો; આઠ સરખા ભાગ કરો.

પરિશિષ્ટ અ, § ૨૪. થોડાક પ્રશ્નોની સિદ્ધતા.

પ્રશ્ન ૧લો.

અ, બ બિંદુમાંથી પક સીધી લીટી સુધી એવી બે

સીધી લીટી દોરો કે તેનો સરવાળો સૌથી ન્યૂન પરિમાણનો હોય.



(૧) ધારો કે અ, બ આપેલી લીટીની એકજ બાજુએ છે. અડ ⊥ પફ દોરો અને અડ લંબાવી અડ=ઇડ કરો. પફમાં કોઇ પણ બિંદુ લ લો. અલ, બઇ, બલ સાંધો; અને બઇ, પફ ને મમાં છેદે છે.

∴ Δમડઅ ≡ Δમઇડ, મઅ=મઇ,

∴ બમ+ મઅ=બઇ. વળી બલઇ Δમા

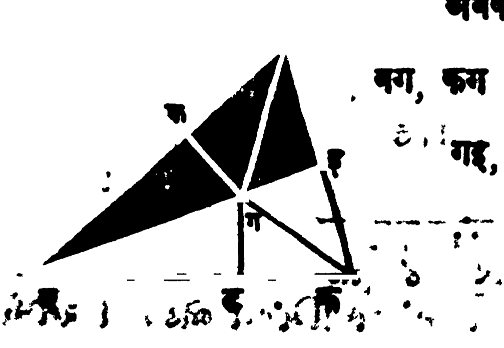
બલ+લઇ > બમઇ એટલે, > બમ+મઅ

∴ મ માગેલું બિંદુ છે.

(૨) જ્યારે અ,બ, પફ ની વિરૂદ્ધ બાજુએ હોય તો સ્પષ્ટ છે કે અબ, જો પફ ને મ માં છેદે તો મ, માગેલું બિંદુ છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૨ જો.

ત્રિકોણના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ એક બિંદુ ગામી છે.



અબક Δ ના ∠ બ, ∠ ક ને બગ, કગ થી દુભાગો. ગઅ સાંધો.

ગઇ, ગડ, ગફ ⊥ બાજુઓ પર દોરો.

∠ ગબ, ∠ બ ને દુભાગે છે.

∵ गड=गफ. અને ∵ गक, ∠ क ને દુભાગે છે.

गड=गइ गइ=गफ=गड.

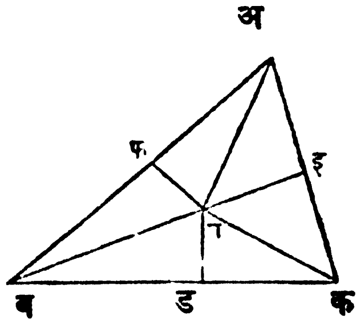
વળી अफग △ અને अइग △ મા अग સામાન્ય છે;

અને गफ=गइ, અને ∠ फ=∠ इ=૧ ⊾

गअ, ∠ अने દુભાગે છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૩ જો.

ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લંબ એક-બિંદુગામી છે.



અ, બ, ક નાં ड, इ, फ, મધ્ય બિંદુ છે इग ⊥ अक અને फग ⊥ अब દોરો. આ લંબ गમા મળવીજ જોઇએ, કારણ કે જો ન મળે તો તેઓ | છે અને अब ∥ अक (?) પણ એ અશકય છે.

इग, फग, गમાં છેદે છે. गड સાધો.

गअ, गब, गक સાધો.

गफ, अब ⊥ દુભાગનારનો છે. गअ=गब

અને તેજ પ્રમાણે गअ=गक गअ=गब=गक.

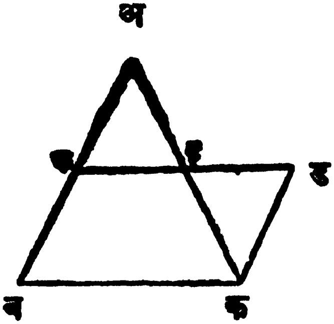
અને ∵ △ गबड≡ △ गकड

गड ⊥ बक છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૪ થો.

એક ત્રિકોણની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી સીધી

દોરી ત્રીજી બાજુની સમાન્તર અને અર્ધી છે.



अबक $\triangle$ ની अब, अक ના फ,इ, મધ્ય બિંદુ છે.

फइ લબાવી इफ=इड કરો.

डक સાંધો.

$\triangle$ अफइ $\equiv$ $\triangle$ कडइ,

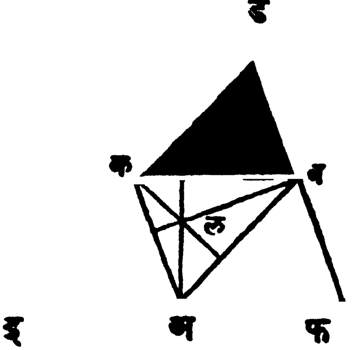
$\angle$ अ=$\angle$ इकड अब ॥ कड

અને अफ=फब=कड कड॥=बफ · बड સ૦ ચ૦ છે.

પણ डफ=૨ इफ बक=૨ इफ અને कब ॥ फइ પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૫ મો.

ત્રિકોણની બાજુ પર સામેનાં શિરોબિંદુઓમાંથી દોરેલી લંબ એક બિંદુગામી છે.



अबक $\triangle$ નાં अ,ब,कમાંથી इअफ ॥ बक, डबफ॥अक અને डकइ॥अब દોરો.

अक ॥ फब અને बक ॥ फअ,

अफबक સ૦ ચ૦ છે.

अक=फब; તેજ પ્રમાણે

अक=बड, बक=फअ=अइ અને बअ=कइ=कड.

अ, ब, क, डइफ $\triangle$ ની બાજુનાં મધ્યબિંદુ છે.

∴ **डइफ**△ની બાજુના **अ**, **ब**,**क**, મધ્ય બિંદુમાથી દોરેલી લંબો **ल**મા એક બિંદુ ગામી છે.

પણ **अबक**△ની બાજુ || **डइफ**△ની બાજુ.

∴ **अल**, **बल**, **कल** લંબ **अबक**△ની બાજુ ઉપર પણ લંબ છે

પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧ **पक**, **रव** બે સાધી લીટી અને **अ**,**ब** બે બિંદુ તેઓની વચ્ચે આપેલાં છે તો **पफ** પર **ड** અને **रव** પર **इ** બિંદુ એવા શોધો કે **अड** + **डइ** + **इब** સૌથી ન્યૂન હોય

૨. આપેલાં બિંદુથી એક આપેલા સીધા લીટી સુધી એવી બે લીટી દોરો કે તેઓ આપેલી લીટી સાથે સરખા ખુણા કરે.

૩ ત્રણ આપેલી સીધી લીટીને છેદે એવો **अ**,**ब**ની વચ્ચે ટુકામા ટુંકો રસ્તો શોધી કાઢો

૪ એક સાધી લીટીની વિરૂદ્ધ બાજુ પર આપેલા બે બિંદુથી તે લીટીના કોઇ બિંદુ સુધા એવી લીટી દોરો કે તેઓનો તફાવત મહત્તમ હોય.

૫ બે આપેલી લીટીથી સરખે અંતરે અને બે આપેલાં બિંદુથી પણ સરખે અંતરે હોય એવુ બિંદુ શોધી કાઢો.

૬. ત્રણ લીટીથી સરખે અંતરે હોય એવુ બિંદુ શોધી કાઢો.

૭ એક △ની બહારના બે ખૂણા, અને સામેના શિરોબિંદુ આગળના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ એક બિંદુ ગામી છે.

૮ જો ત્રણ લીટીઓ, અરસપરસ બબ્બે છેદે તો તેથી સરખે અંતરે રહેતા ૪ બિંદુઓ છે.

૯. બે ત્રિકોણોમા એકની બે બાજુ બીજાની બે બાજુની બરાબર છે અને અંતર્ખૂણા અસમાન છે તો મોટા અંતર્ખૂણાની સામેની બાજુ નાના અંતર્ખૂણાની સામેની બાજુ કરતાં મોટી છે.

૧૦. પ્રશ્ન ૯ નો પ્રતીપ સિદ્ધ કરો.

૧૧ **અડ**, **અબક** Δ ની મધ્યગા છે. જો **અક** > **અબ**, તો ∠ **અડક** < ૧ L

૧૨ **અબક** Δમા **બક** પાયો છે અને **અડ** મધ્યગા છે, તો જે પ્રમાણે ∠ **અ**, કાટખૂણો, પહોળો ખૂણો અથવા સાંકડો ખૂણો હોય તે પ્રમાણે **અડ**=> અથવા< ½ **બક** છે

૧૩ પ્રશ્ન ૧૨ નો પ્રતીપ સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો

૧૪ જે ખૂણામાથી મધ્યગા દેરી છે, તે ખૂણો કરતી બાજુના અર્ધાથી તે મધ્યગા ઓછી છે

૧૫ ત્રણ આપેલા બિંદુથી સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધો.

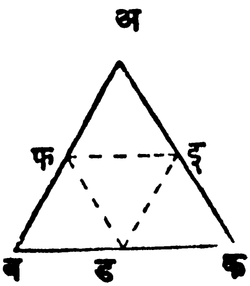
૧૬ એક ત્રિકોણની આસપાસ એક વર્તુળ દોરો.

૧૭ કોઇ પણ ચતુષ્કોણની બાજુના મધ્ય બિંદુ જોડવાથી થતો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે

૧૮ કોઇ પણ ચતુષ્કોણમાં બે સામેની બાજુના મધ્યબિંદુને કર્ણોના મધ્યબિંદુ જોડે સાધવાથી થતો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે.

૧૯ **અબક**Δમાં ∠**ક**=૧ L, **બક**નુ **ડ** મધ્યબિંદુ છે અને **અબ** માંથી **બઇ**=¼ **અબ** કાપી છે તો **ડઇ**=**બઇ**.

૨૦ એક ત્રિકોણની એક બાજુના મધ્ય બિંદુમાથી પાયાની સમાન્તર દોરેલી લીટી બીજી બાજુને દુભાગે છે



૨૧ એક ત્રિકોણની બાજુના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટીઓથી Δના ચાર સર્વ સમાન ભાગ થાય છે.

૨૨. કોઇ પણ સ૦ ચ૦નાં શિરોબિંદુમાથી બહારની એક લીટી પર સમાન્તર દોરી હોય તો સામસામેનાં શિરોબિંદુઓમાથી દોરેલી || ની એક જોડ મળી બીજી જોડની બરાબર છે.

૨૩ સ૦ ચ૦ ની સામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી કર્ણોના છેદન બિંદુમાંથી જાય છે.

૨૪. સ૦ ચ૦ ની अब, कडनां इ, फ મધ્ય બિંદુ છે તો कइ, અને बफ, अकના ત્રણ સરખા ભાગ કરે છે.

૨૫. अब, कडના इ, फ મધ્ય બિંદુ છે અને अफ, इक, बड સાંધી છે. જો अक ‖ इफ, તો बड ‖ इफ

૨૬. ચતુષ્કોણની બાજુના મધ્યબિંદુ જોડવાથી થતો સ૦ ચ૦ આપેલા ચતુષ્કોણથી અર્ધો છે

૨૭ अबक △માં बगइ, कगफ મધ્યગા દોરો गब, गक ને र, ल માં દુભાગો. इफ, फर, रल, लइ સાંધી સિદ્ધ કરો કે ત્રણ મધ્યગાઓ એક બિંદુગામી છે અને દરેક તેજ બિંદુમાં ત્રીજે ભાગે છેદાય છે

૨૮ એક △નાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુની ‖ લીટીઓ દોરી એ પ્રમાણે થતા △ની બાજુ આપેલા △ની બાજુથી બમણી છે

૨૯ अबकड સ ચ મા म, अडનુ મધ્ય બિંદુ અને इ, बकનું મધ્યબિંદુ છે તો बम, डइ, अकના ત્રણ સરખા ભાગ કરે છે,

૩૦. अबकड ચ૦મા प, अबના અને र, कडનુ મધ્ય બિંદુ છે અને पर, डब ને દુભાગે છે તો अड ‖ बक છે

૩૧. अब લીટીના છેડા અને તેના મધ્ય બિંદુમાથી તેને છેદતી અથવા તેની બહારની બીજી કોઇ પણ સીધી લીટી સુધી દોરેલી સમાન્તરોમા પહેલી અને ત્રીજીનો તફાવત અથવા સરવાળો બીજીનાથી બમણો છે.

પરિશિષ્ટ ब. § ૨૫. પૃથક્કરણ.

ગણિતશાસ્ત્રના અન્ય વિષય કરતા ભૂમિતિમા પ્રશ્ન છોડવાનુ કામ વધારે ભારી લાગે છે તેનાં કારણો નીચે પ્રમાણે છે –

(૧) ભૂમિતિમા આપેલા મુખ્ય સિદ્ધાંતો—પ્રમેયો અને કૃત્યો—બરાબર સમજવા જોઇએ એટલુજ નહિ પણ તે ઉપરના પ્રશ્નો છોડવવાનો પ્રયત્ન કરવામાં આવે તે પહેલા તેને મગજમાં બરાબર ઠસાવવા જોઇએ.

(૨) પ્રશ્નો અનેક પ્રકારના હોય છે તેથી અંકગણિત કે બીજા ગણિતની માફક ભૂમિતિમાં પ્રશ્ન છોડવાને માટે ચોક્કસ નિયમો સ્થાપી શકાય નહિ.

(૩) મુખ્ય સિદ્ધાંતોમાં કયાં કારણથી અમુક રીતનીજ સિદ્ધતા લેવામાં આવે છે તે કારણો એકદમ સમજાય એવાં નથી.

ભૂમિતિના સિદ્ધાંતો એકીકરણ પદ્ધતિથી સિદ્ધ કરવામાં આવ્યા છે, એટલે પહેલાં પ્રતિજ્ઞાથી લઇ રચના કરી પાછળ આપેલા સિદ્ધાંતોનો આધાર લઇ એક પછી એક પદ મૂકી માગેલો સાધ્ય સાબિત કરવામાં આવ્યો છે.

આ પ્રમાણે **ભૂમિતિ એકીકરણમાં** જાણેલાં પરિણામો ઉપરથી નવાં પરિણામો સિદ્ધ કરવામાં આવે છે. પણ એ રીતે કાંઇ રચના ભાગ કે સિદ્ધતા ભાગ શોધી કઢી શકાનો નથી આ ભાગ શોધવાને માટે નીચેની સૂચનાઓ કામ લાગશેઃ—

(૧) પ્રશ્નનો મુખ્ય પક્ષ આવી જાય એ પ્રમાણે ચોક્કસ આકૃતિ કાઢવી સરખી લીટીઓ, સરખા ખૂણાઓ—પ્રતિજ્ઞાની એવી શરતો આકૃતિમાં બતાવવી જે પરિણામ લાવવાનુ હોય તે સાથે બાજુ પર લખી દેવુ.

(૨) બે લીટીઓ કે ખૂણાઓ સરખા ફક્ત દેખાતા હોય તેટલા ઉપરથી સરખા ધારી લેવા નહિ સરખા નહિ આપ્યા હોય તો ખૂણા અને લીટી કદી પણ સરખાં દોરવા નહિ ત્રિકોણ ફક્ત આપેલો હોય તો સમદ્વિબાજુ કે સમબાજુ ત્રિકોણ દોરવો નહિ, ચતુષ્કોણ ફક્ત આપેલો હોય તો ત્યાં સમચોરસ કે લંબચોરસ લેવો નહિ ચતુષ્કોણમા બધી બાજુ અને બધા ખૂણા અસમાન દોરવા જો વર્તુળો દોરવાના હોય તો આપ્યા સિવાય તેઓના ત્રિજ્યા સરખી લેવી નહિ, વગેરે ...

(૩) પ્રતિજ્ઞાથી અને સાધ્યથી જે **સિદ્ધાંતો સૂચવાતા હોય** તે લક્ષમા રાખવું, જેમકે, બે લીટીઓ સમાન્તર સિદ્ધ કરવાની હોય તો તે ૪થો, ૫મો ને ૬ ઠ્ઠો સિદ્ધાંત સૂચવે છે, વગેરે...

(૪) આપેલા પક્ષપરથી જે સત્યતા સિદ્ધ થઇ શકતી હોય તે શોધી કાઢવી, અને તેને લગતી સત્યતા પણ લક્ષમાં રાખવી, કે કદાચ તેમાંથી

માગેલું પરિણામ નીકળી શકે, એટલે કે પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી થોડાં પદ **આગળ** ચલાવવાં અને સાધ્ય પરથી થોડાં પદ **પાછળ** ચલાવવાં.

(૫) જો એમ છતાં પણ સાબિતી પરેપુરી ન મળે તો કોઈ પણ ઉપલકીઆ રીત કામ લાગતી નથી અને વિદ્યાર્થીએ પોતાની શક્તિ વધારે વાપરવી.

(૬) પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી નીકળતી **સઘળી** સત્યતાઓનો ઉપયોગ કર્યા વિના પ્રશ્ન છોડી શકાય નહિ

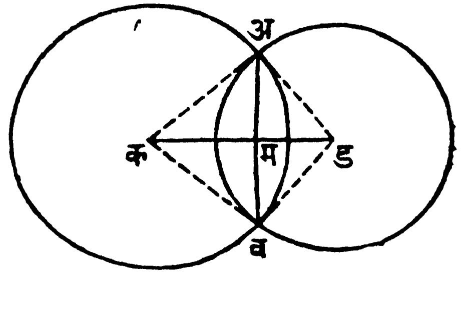
સામાન્ય રીતે પ્રશ્ન છોડવાની શક્તિ પોપટીઆ જ્ઞાનથી આવતી નથી, પણ એ કામમાં હોશિઆરી મેળવવાને વિદ્યાર્થીએ અતિશય મ્હાવરો પાડવો જોઇએ અને ઘણુંજ કુનેહનો ઉપયોગ કરવો જોઇએ આ પ્રમાણે આપેલા પક્ષ અને માગેલા સાધ્યનુ કારણ સહિત **પૃથક્કરણ** કરી તે પક્ષને એવી રીતે પદબંધ ગોઠવવો કે માગેલો સાધ્ય લાવવાને એક પછી એક પદ મુકી **એકીકરણ** લક્ષમાં આવી જાય.

નીચેના પ્રશ્નો પૃથક્કરણથી કરી બતાવ્યા છે.

પ્રશ્ન अ.

જો બે વર્તુળો એક બીજાને છેદે તો તેઓની મધ્યબિંદુ લીટી તેઓની સામાન્ય જ્યાને કાટખૂણે દુભાગે છે.

क, ड મધ્યબિંદુના બે વર્તુળો अ, ब મા છેદે છે, ત્યારે कड, अब ને ⊥ દુભાગશે.



પૃથક્કરણ—આકૃતિમાં બે વર્તુળો છે. ∴ કઅ=કબ અને હઅ=ડબ.

વળી અમ=મબ અને ∠અમક=∠બમક થવા જોઇએ. તે પરથી માલમ પડે છે કે જો બે પાસે પાસેના ખૂણા સરખા થાય તો અકમ △ ≡ △બમક. વળી △અમક ≡ △બમક થવાને માટે △ઓમાં અક=કબ અને કમ સામાન્ય છે; તેથી ∠ અકમ=∠બકમ થવો જોઇએ;

પણ △અકમ=△બકમ થવાને માટે △અકડ ≡ △બકડ જોઇએ;

અને આ △ઓમા એકના ત્રણ અગ=બીજાના ત્રણ અગ છે, તેથી નીચે પ્રમાણે સિદ્ધતા આવી શકે છે.

એકીકરણ—રચના. કઅ, કબ, હઅ, ડબ સાધો.

સિદ્ધતા. અકડ △ અને બકડ △માં અક=બક, અડ=બડ અને કડ સામાન્ય છે, △ઓ સર્વ સમાન છે, (સિ૦ ૧૪)

∠ અકમ=∠બકમ. વળી અકમ △ અને બકમ △ માં અક=બક, કમ સામાન્ય છે અને ∠અકમ=∠બકમ

△ ઓ સર્વ સમાન છે (સિ૦ ૧૦)

મઅ=મબ અને ∠ અમક=∠બમક=૧ L

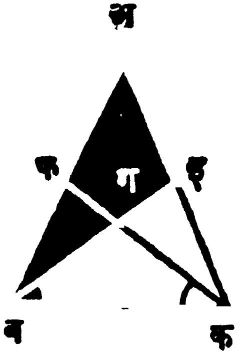
પ્ર૦ સિ૦

નોટ ૧—એકીકરણમાં પૃથક્કરણમાંના પદોનો ક્રમ ઉલટો છે.

નોટ ૨—પ્રશ્નની સિદ્ધતા લખવામાં પૃથક્કરણનો ભાગ ન આપતાં રચના અને સિદ્ધતાનાજ ભાગોની ફક્ત જરૂર છે.

પ્રશ્ન બ

જો કોઈ ત્રિકોણમાં બે મધ્યગાઓ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.



अबक Δમાં बइ મધ્યગા=कफ મધ્યગા છે ત્યારે Δ अबक સમદ્વિબાજુ થશે.

પૃથક્કરણ—ધારો કે अबक Δ સમદ્વિબાજુ છે,

अब=अक, बफ=कइ

અને ∠फबक=∠इकब

Δफबक ≡ Δइकब

∠गबक=∠गकब

અને ∴ गक= गब

અને गब= $\frac{2}{3}$ बइ અને गक= $\frac{2}{3}$ कफ

∴ गब=कफ

એકીકરણ—મધ્યગાઓને गમાં મળવા દો.

बइ=कफ અને गक=$\frac{2}{3}$कफ ને गब=$\frac{2}{3}$बइ

गक=गब

गबक સમદ્વિબાજુ Δમાં

∠ गबक=∠गकब (સિ૦ ૧૨)

इबक Δ અને फकब Δમાં

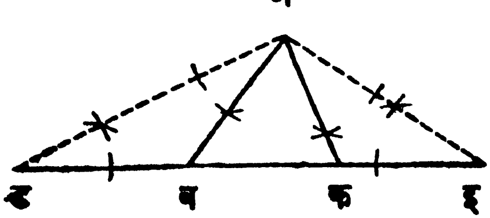
बइ=कफ અને बक સામાન્ય છે.

અને ∠इबफ=∠फकब Δઓ સર્વ સમાન છે. (સિ૦ ૧૦)

∴ बफ=कइ अब= अक. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન क.

પરિમિતિ, ∠ब અને ∠क આપ્યાં હોય તો अबक Δ બનાવો.



પૃથક્કરણ—ધારો કે अबक માગેલો Δ છે.

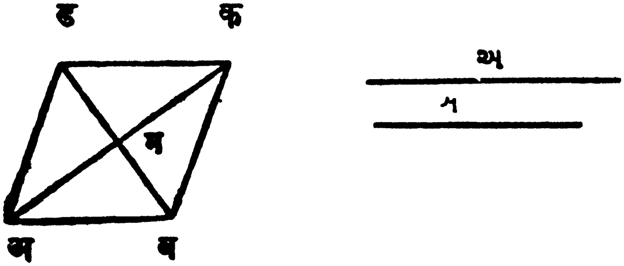
અ+બ+ક, ∠ब, ∠क આપેલાં છે.

बक ને બને બાજુ લંબાવી बड=बअ અને अक=कइ કરો.
જો अड, अइ સાંધીએ તો अबड Δ, अकइ Δ સમદ્વિબાજુ છે.
$\therefore$ $\angle$ड=$\angle$बअड અને $\angle$इ=$\angle$कअइ
અને $\angle$अबक=$\angle$डअब+$\angle$ड=२ $\angle$ड.
અને $\angle$अकब=$\angle$इअक+$\angle$इ=२ $\angle$इ
$\therefore$ $\angle$ड=$\frac{1}{2}$ $\angle$ब અને $\angle$इ=$\frac{1}{2}$$\angle$क
અને डब+बक+कइ=અ+ગ+ક. તેથી

એકીકરણ.—આપેલી પરિમિતિ=डइ લો.
ड આગળ $\frac{1}{2}$$\angle$ब=$\angle$ड કરો.
અને इ આગળ $\frac{1}{2}$$\angle$क=$\angle$इ કરો.
જો डअ, इअ, अમાં મળે તો अ આગળ
$\angle$बअड=$\angle$ड અને $\angle$कअइ=$\angle$इ કરો
ત્યારે Δ अबक માગેલો Δ છે.
સિદ્ધતા—વિદ્યાર્થીએ પુરી કરવી. ફ૦ ફ૦

પ્રશ્ન ड.

કર્ણોની લંબાઈ આપી હોય તો રૉમ્બસ બનાવો.



પૃથક્કરણ—રૉમ્બસના કર્ણો એક બીજાને કાટખૂણે છેદે છે, આ સત્યતા ધ્યાનમાં રાખી કૃત્ય તરત થશે.

એકીકરણ—બે સીધી લીટીઓ અરસપરસ $\perp$ દોરી मज=$\frac{1}{2}$ અ

અને મવ=½ બ કરો. अम, वम લંબાવી मक=मअ અને मड=मव કરો; अवकड સાધો ત્યારે अवकड માગેલો રોમ્બસ છે.

સિદ્ધતા—अक અને वड એક બીજીને કાટખૂણે દુભાગે છે,

∴ अव=वक=कड=डअ. ક્ૃ૦ ક્ૃ૦

§ ૨૬. પ્રથમ ભાગના પરચુરણ પ્રશ્નો.

૧. अव, अक ૮૦°નો ખૂણો કરે છે. अव=૨·૩" અને अक=૪·૧" છે. ∠अની દુભાગનારી લીટી वकને डमा મળે છે તો अड, डक કેવડી અને ∠अडवના એક કાટખૂણાપૂર્ણી અને દ્વિકાટખૂણપૂર્ણી ખૂણા કયા ?

૨. એક સમબાજુ Δની બાજુ ઉપર બહારથી સમબાજુ ત્રિકોણો બનાવ્યા હોય તો આ પ્રમાણે થતી આકૃતિ પણ સમબાજુ આકૃતિ છે.

૩ એકજ પાયા ઉપર બે સમદ્વિબાજુ Δ ઓ છે તો તેનાં શિરો બિંદુને સાધનારી લીટી પાયાને દુભાગનાર લંબ છે

૪. अवक, डवक Δ ઓમાં अव=डक અને अक=डव તો अड ∥ वक છે

૫. પ્રશ્ન ૩મા પાયા ઉપર ત્રીજો સમદ્વિબાજુ Δ દોર્યો હોય તો પાયાને દુભાગનાર લંબ આ ત્રિકોણના સામેના ખૂણાને દુભાગે છે.

૬. અ=૩·૭", ∠व=૬૧° અને ક=૪·૫" છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૭. अवकड સ૦ ચ૦ માં अक કર્ણ ઉપર प, म એવાં બિંદુ છે કે अप=कम તો वपडम સ૦ ચ૦ છે.

૮. વિષમબાજુ ટ્રાપિઝ્યમમાં વિષમ બાજુનાં મધ્ય બિંદુને જોડનારી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે.

૯. अवक Δની अव, वक, कअને ड,इ,फમાં દુભાગો, ड,इ. માંથી अव, वक, अक ઉપર લંબ દોરો; આ લંબના ભાગો માપો.

૧૦. એકજ પાયા ઉપર અને એકજ બાજુએ अवकड, अवकम

બે સ૦ ચ૦ ઓ છે તો **कडमप** સ૦ ચ૦ છે.

૧૧. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણુમાં બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણુ કરે છે.

૧૨. સમાન્તરબાજું ચતુષ્કોણુમાં સામસામેની બાજુનાં મધ્ય બિંદુને જોડનારી લીટી અરસપરસ દુભાગે છે

૧૩. સમદ્વિબાજુ Δ નાં શિરોબિંદુથી પાયાના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી પાયાને લબ છે અને પાયાની સામેના ખૂણાને દુભાગે છે

૧૪. એકજ પાયા ઉપર બે સમદ્વિબાજુ Δ ઓ **अबक, डबक** છે તો ∠**अबड**= ∠**अकड**.

૧૫ કોઇ પણ સમદ્વિબાજુ Δ ના પાયા ઉપર પાયાના છેડાથી સરખે અંતરે આવેલા બે બિંદુઓ શિરોબિંદુથી પણ સરખે અંતરે છે

૧૬. સમબાજુ ત્રિકોણુની બાજુના મધ્ય બિંદુ જોડવાથી થતો ત્રિકોણુ પણ સમબાજુ છે

૧૭. બે ત્રિકોણુમાં ∠**ब**=∠**ब**′=૩૭° છે, ક=ક′=૫·૯ સે મી. અને ખ=ખ′=૬ ૭ સે. મી. છે તો ત્રિકોણો બનાવો અનિશ્ચિત રચના છે ? કારણુ આપો.

૧૮. ૩·૫″ ત્રિજયાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૧૧૨°નો ખૂણો કરતા કૌંસને દુભાગો.

૧૯. **अबक** સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણુની સરખી બાજુ **बअ, कअ** ને **इ, फ** સુધી લંબાવી છે, જો **अइ=अफ**, તો **फब=इक**.

૨૦. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણુના શિરોબિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બહારના ખૂણાને દુભાગે છે.

૨૧ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણુના પાયાની બહારના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ બીજો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણુ કરે છે.

૨૨. ૩ ૧″ ની બાજુ ઉપરના ૭ સમબાજુ ત્રિકોણો કરી સાથે મૂકી એક સમષટ્કોણુ કરી બતાવો કે તેનો દરેક ખૂણો ચાર તૃતીયાંશ કાટખૂણા બરાબર છે.

૨૩ ત્રિકોણમાં कब પાયો અને પાયા ઉપરના લંબ આપ્યા છે તો કેટલા ત્રિકોણ બનાવી શકશો?

૨૪. એક સીડી એક ઘરના પાયાથી ૨૩ ફુટ દુર છે, અને તેનો ઉપલો છેડો બારીના ઉપલા ભાગને દિવાલ પર અડે છે. સીડીના પાયાને ૨૭ ફુટ દૂર ખસેડતા ઉપલો છેડો બારીના નીચેના ભાગને અડે છે. જો સીડી ૪૧ ફુટ હોય તો બારીની ઉંચાઇ કેટલી?

૨૫. अबकड સ૦ ચ૦ની कअ બાજુને લંબાવતાં कइ=कअ, कय ∥ इफ, डक ને લંબાવતાં फ મા મળે છે તો अबफक સ૦ ચ૦ છે.

૨૬. એક હોડી પશ્ચિમમાં ૨૫૦ વાર જાય છે, અને પછી ૩૦° દક્ષિણમાં વળી જઇ ૪૬૦ વાર જાય છે અને પછી ઉતરમાં ૧૨૦ વાર જાય તો પહેલી જગ્યાએથી તે કેટલે અંતરે ગઇ? બન્ને સ્થાનોનું કોણ અંતર કાઢો

૨૭ જ્યારે સૂર્ય ૪૨° ક્ષિતિજથી ઉપર છે ત્યારે જમીનમા દાટેલી એક ઉભી કાડી ૩૦ ફુટ લાંબો પડછાયો નાખે છે તો કાડીની ઉંચાઇ શું

૨૮ એક મેજર્ણીદાર अथी પૂર્વમા ૧૫૦ વાર જાય છે; પછી ત્યાંથી (बथी) क સુધી ઉતરમા ૩૦૦ વાર જાય છે અને પછી ड સુધી પશ્ચિમમા ૪૫૦ વા જાય તો अड કેટલુ? अथी डनुं કોણ અતર શુ?

૨૯. अबकड સ૦ ચ૦ ની બાજુ પર અનક્રમે इ, फ, ग, य ચાર બિંદુઓ છે, જો अय=कफ અને अइ=कग તો इफगय સ૦ ચ૦ છે.

૩૦. अबक સમદ્વિબાજુ Δના પાયા ઉપરના ખૂણને દુભાગનારી લીટીઓ સામેની બાજુને इ, फમા મળે તો इफ ∥ बक છે.

૩૧. अबकड ચતુષ્કોણમાં अब=कड અને ∠ब=∠क તો अड ∥ बक છે.

૩૨. સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમના કર્ણો સરખા છે.

૩૩. સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમમાં સમાન્તર બાજુ આગળના ખુણા બરાબર છે.

૩૪. સમદ્વિબાજુ દ્વાપિઝ્યમની સરખી બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી સમાન્તર બાજુના સરવાળાથી અર્ધી છે.

૩૫. अबकड ચ.માં ∠अ=∠ब અને ∠क=∠ड, તેા अड=बक છે.

૩૬. કેાઇ પણ લંબચેારસની બાજુનાં મધ્ય બિંદુને જોડવાથી થતેા ચતુષ્કેાણ રૅામ્બસ છે. [બીજી કયી લીટીની આસપાસ ચેારસ સમ્મિતરૂપ છે?

૩૭ બતાવેા કે એક ચેારસ તેના કર્ણોની આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે.

૩૮. એક લંબચેારસના કર્ણો બે બધી રીતે સરખા Δ એા કરે છે તેા આ કર્ણો લંબ ચેારસની સમ્મિતરૂપ ધરી છે.

૩૯. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કેાણની સમ્મિતરૂપ ધરી શેાધી કહેા; ન હેાય તેા તેનું સમ્મિતરૂપ મધ્યબિંદુ બનાવેા તે પણ ન હેાય તેા કારણ શું?

૪૦. સ્થાનાંતર સ્થિતિથી બતાવેા કે જો બે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કેાણમા બે પાસેપાસેની બાજુ અને અંતર્ગૃણેા બરાબર હેાય તેા સ० ચ० સર્વ અંગમાં બરાબર છે.　　　[લંબચેારસ બધી રીતે સરખા છે.

૪૧. જો બે લંબચેારસમા પાસે પાસેની બાજુ બરાબર હેાય તેા

૪૨. अबकड, इफगय એ ચતુષ્કેાણમાં अब, बक, कड, डअ; इफ, फग, गय, यइ ની અનુક્રમે બરાબર હેાય અને ∠अ=∠इ, તેા ચતુષ્કેાણેા બરાબર હેાઇ શકે છે.

૪૩. કેાઇ પણ સ० ચ० ના કર્ણના મધ્યબિંદુમાંથી બાજુ સુધી દેારેલી લીટીના તે બિંદુ આગળ બે સરખા ભાગ થાય છે,

૪૪. अबक Δમાં बइ ને फक મધ્યગા गમાં છેદે છે. गब, गक ને અનુક્રમે य,डમાં દુભાગી છે તેા यडइफ સ० ચ० છે.

૪૫. अबकड સ० ચ० માં अकને इ સુધી લંબાવતાં कइ=अक થાય છે. इ અને बમાંથી इफ, बफ, અનુક્રમે कब, कअને ‖ છે તેા अबकफ સ० ચ०છે. [डय અને बव, अकના ત્રણ સરખા ભાગ કરે છે.

૪૬. अबकड સ० ચ० માં अब, कड ના य,व મધ્યબિંદુ છે તેા

૪૭. એક સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કેાણમાં બે સામસામેનાં શિરેાબિંદુમાંથી બીજા કર્ણ ઉપર લંબ દેારી છે તેા આ લંબ સરખી છે.

૪૮ अबक, डइफ Δઓમાં अब=|| डइ અને बक=|| इफ તો अक=|| डफ છે. [∠अ+∠क=૧૮૦°છે, અને अक=बड.

૪૯ अबकड ચતુ'કોણમા अब || डक અને अड=बक તો

૫૦ अप, बक બે સળીઆ સમાન્તર છે. अप, प ની આસપાસ, અને बक, ब નીં આસપાસ સરખાં વેગથી એકજ દિશામાં ફરે છે તો તેઓ હમેશાંજ સમાન્તર છે અને पक કોઈ પણ સ્થિર બિંદુમાંથી જાય છે.

૫૧. જો કોઈ સીધી લીટી આકૃતિમા માહેના ખૂણા બહારના ખૂણા ની (સરવાળાની) બરાબર હોય તો તેની કેટલી બાજુ છે ? કારણ આપો.

૫૨ ∠ब=૧૧૦, ∠क=૧૧૫°, ∠ड=૯૩°, ∠इ=૧૫૨° તો એક પચકોણ બનાવો, રચનાથી બનાવો કે अइ || बक અને તે સિદ્ધ કરો

૫૩ માહેનો ∠अ=૩ બહારના ∠अ અને ૩ ∠ब=૮ ∠क તો ત્રિકોણના ખૂણા કાઢો

૫૪ એક હોડી પશ્ચિમમા જાય છે પણ વચ્ચે બેટ આવવાથી ચાર વખત એક પછી એક એમ ૬૩,૭૮°,૧૧૯°,૬૪°ને ખૂણે તેને દિશા બદલવી પડે છે જો તે પશ્ચિમમાં આવે તો તે આખરે કેવડા ખૂણામાથી ફરે?

૫૫ દરેક સમબહુકોણમા કોઇ પણ અતર્ગામી ખૂણો નથી, અનુક્રમે બધી બાજુ લબાવવાથી એક વખતે ૧૫°, બીજી વખતે ૩૦°, ત્રીજી વખતે ૪૦°, અને ચોથી વખતે ૧૦°નો દરેક ખૂણો થાય છે તો તે ચાર બહુકોણની કેટલી કેટલી બાજુ હશે ?

૫૬ કોઇપણ ત્રિકોણની એક બાજુના મધ્યબિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બાજી બાજુને દુભાગે છે. [પાયાને સમાન્તર છે

૫૭ કોઇ પણ ત્રિકોણની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી

૫૮. કોઇ પણ Δ ની બાજુના મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટીઓ Δ ના ચાર સરખા ત્રિકોણો બનાવે છે.

૫૯. કોઈ પણ ત્રિકોણના શિરોબિંદુથી પાયા સુધી દોરેલી લીટીના બીજી બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી બે સરખાં ભાગ કરે છે.

૬૦. કોઇ પણ સ૦ ચ૦ નાં બે સામેનાં શિરોબિંદુમાંથી બહારની

કોઇ પણ લીટી ઉપર દોરેલી લંબનો સરવાળો બાકીના શિરોબિંદુમાથી તેજ લીટી ઉપર દોરેલી લંબના સરવાળા બરાબર છે.

૬૧. કોઇ પણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયા ઉપરના કોઇ પણ બિંદુ માથી જો સરખી બાજુ ઉપર લંબ દોરીએ તો આ લબનો સરવાળો પાયાના છેડામાથી સામેની બાજુ ઉપરના લંબની બરાબર છે.

૬૨. કોઈ પણ સમબાજુ ત્રિકોણમાં અંદરના કોઇ પણ બિંદુમાંથી બધી બાજુ પર દોરેલી લંબનો સરવાળો ત્રિકોણની ઉંચાઇની બરાબર છે.

૬૩. સરખી અને સમાન્તર લીટીઓ કોઇ પણ એકજ લીટી ઉપર બે સરખા કાટખૂણ પ્રબંધન કરે છે.

૬૪ એક કાટખૂણ ત્રિકોણનો એક ખૂણો જો ૩૦° નો હોય તો તેમાંથી મોટી બાજુ સૌથી નાનીથી બમણી છે

૬૫ એક કાટખૂણ ત્રિકોણમા કાટખૂણ શિરોબિંદુ અને કર્ણના મધ્યબિંદુનું અંતર કર્ણથી અર્ધું છે. [નિધાન કાઢો.

૬૬. કાટખૂણો અને કર્ણ આપ્યા હોય તો કર્ણના મધ્યબિંદુનું

૬૭ કર્ણ આપી હોય તો કાટખૂણ શિરોબિંદુનું નિધાન કાઢો.

૬૮. **अबकड** ચોરસમાં **अ**થી, **बक**, અને **कड** નાં મધ્યબિંદુ સુધી લીટી દોરી છે અને **क**થી, **अड**, **अब** નાં મધ્યબિંદુ સુધી લીટી દોરી છે તો આ લીટીની વચ્ચેની આકૃત રોમ્બસ છે.

૬૯. સમબાજુ △**अबक**માં **अब**માં એક **ड** બિંદુ લો; △ની સામેની બાજુ ઉપર **अड** ઉપર એક સમબાજુ △ **अडइ** દોરો તો **बइ=कड**.

૭૦. **अबक** △ના **∠अ**ને દુભાગનાર લીટી ઉપર જો **प** બિંદુ લીધું હોય (∠**अ**ની બહાર) તો **अब+अक <पब+पक**.

૭૧. **अबक** સમદ્વિબાજુ △માં **अब=अक** અને **डइफ** લીટી **अब**, **बक** અને **अक**ને લબાવતા છેદે છે; જો **डइ=इफ**, તો **बड=कफ**.

૭૨. એક **अबक** કાટખૂણ (**अ**) △ માં **बक=४६०** વાર અને **अब=२६०** વાર તો **अक** કેટલું ?

૭૩. ૫·૦" પાયા ઉપર ૩·૪" ઉંચાઇનો એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ

બનાવો. તેના સર્વ અંગ માપો [સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો

૭૪. ઉંચાઇ અને શિરોબિંદુ આગળનો ખૂણો આપેલાં છે તો

૭૫ એક સમબાજુ ત્રિકોણમાં ઉંચાઈ આપી હોય તો △ બનાવો.

૭૬. એક વહાણ કલાકમાં દશ માઇલ પ્રમાણે ઉત્તરમાં જાય છે. બે વાગે તે એક દીવાદાંડી ઇશાનમાં જુએ છે. અને ૧½ કલાક પછી દીવાદાંડી પૂર્વની દક્ષિણે ૭૬° એ દેખાય છે તો બીજી જગ્યાએથી દીવાદાંડીથી વહાણનું અંતર કેટલું ? અને કયા વખતે તે દીવાદાંડીની પાસેમાં પાસે હતું ?

૭૭. સમબાજુ ત્રિકોણોના સરખા કકડા લઇ કોઇ પણ જગ્યા એ પત્થર જડી શકાય કે નહિ, ? [જડી શકાય છે.

૭૮. ૪, ૫, ૬, ૭ અને ૮ સરખી બાજુના બહુકોણ લઇ એાટલો

૭૯ એક △મા ∠ब=૬૦° અને અ=૮ સેં. મી. છે તો બ કેટલી મોટામા મોટી હશે અને ∠क કેટલો મોટામા મોટો હશે ?

૮૦ △अबक મા अब, अकमा प, ह, એવાં બિંદુ શોધો કે पह ‖ बक થાય અને पह=½बक થાય, [નોટ-પાયાને દુભાગી अब ‖ લો]

૮૧. अब, अक મા ब, क એવાં બિંદુ શોધો કે ∠ब=૩∠क

૮૨. બે સમાન્તર લીટીઓમાં अ, ब એ સ્થિર બિંદુ છે. બીજા प, ह બે બિંદુ એવાં શોધો કે अपबह એક રૉમ્બસ બને.

૮૩. ∠अबक ને આ પ્રમાણે દુભાગો—ब મધ્યબિંદુથી બે વર્તુળો એવા દોરો કે પહેલો बअ, कअને प, ह મા અને બીજો એજ લીટીને म, य મા છેદે, पय, हम, લમા છેદે તો अल, ∠अને દુભાગે છે

૮૪. अ, ब, कड ની વિરૂદ્ધ બાજુએ બે બિંદુ છે તો कड મા એવું બિંદુ શોધો કે ∠अपक=∠बपक.

૮૫. पकरय એવો એક રૉમ્બસ બનાવો કે તેનો पर કર્ણ એક આપેલી લીટી ઉપર છે અને તેની पक, कर, रय ત્રણ બાજુ ત્રણ આપેલાં બિંદુમાંથી જાય.

૮૬. कडની એકજ બાજુએ अ, ब બે બિંદુ છે તો कडમાં એવું એક બિંદુ प શોધો કે पअ, पब નો તફાવત મોટામાં મોટો હોય?

૮૭. પ્રશ્ન ૮૬ માં તફાવત નાનામાં નાનો હોય તો प બિંદુ ક્યાં છે?

૮૮. પ્રશ્ન ૮૬માં प એવું શોધો કે अप+पब નાનામાં નાનો હોય.

૮૯. એક એવો રૅમ્બસ કાઢો કે તેની બે બાજુઓ આપેલા ત્રિકોણની બાજુમાં હોય અને તેનું એક શિરોબિંદુ પાયા ઉપર હોય.

૯૦ બે આપેલી લીટી ઉપર છેડા હોય અને એક આપેલી લીટીની સમાન્તર અને સરખી હોય તેવી એક લીટી દોરો.

૯૧. अकइड એક અર્ધ વર્તુળ अड વ્યાસ ઉપર છે અને ब, તેનું મધ્યબિંદુ છે ; इ,क એવી રીતે પરિઘ ઉપર છે કે कइ લંબાવતાં; अडब ને फ સુધી લબાવેલી લીટી ઉપર મળીને इफ=बइ=बक કરે છે તો બનાવો કે ∠फ=⅓∠अपक છે.

૯૨. अबकΔની ઉંચાઇ बक ઉપર ૫ ૨ સેં. છે અને अब=૫ ૯ સેં. મી. અને अक=૮ ૪ સે. મી. છે તો ત્રિકોણ બનાવી તેનાં ભાગ માપો.

૯૩ अबकΔમાં ∠ब આપેલો ખૂણો અને ∠क બીજો આપેલો ખૂણો છે અને बक ઉપર अ ની ઉંચાઇ આપેલી છે તો Δ બનાવો.

૯૪. એક આપેલા શિરોબિંદુ આગળના ખૂણાવાળો એક આપેલા પાયા ઉપર એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૯૫. એક કાટખૂણ ત્રિકોણમા કર્ણ=૫ ૫″ છે અને બીજી બે બાજુનો સરવાળો ૮·૫″ છે તો ત્રિકોણ બનાવો. [આપ્યા હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૯૬. એક કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કર્ણ અને એક બાજુનો સરવાળો

૯૭. એક કાટખૂણ ત્રિકોણમા કર્ણ અને બાજુઓનો તફાવત આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવો. [∠क=૭૨° છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૯૮. એક ત્રિકોણમાં અ+બ+ક=૧૪·૪ સે. મી., ∠ब=૬૪° અને

૯૯. એક ત્રિકોણમાં અ=૬ ૨ સે. મી., બ+ક=૧૦·૫ સેં. મી. અને ∠ब=૬૪° છે તો ત્રિકોણ બનાવો, [તો Δ બનાવો.

૧૦૦. એક ત્રિકોણમાં બ=૪·૨″ અને અ+ક=૬·૩″ અને ∠क=૨૮°

૧૦૧. એક કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કર્ણ=૫ ૭ સેં. મી. અને બાજુઓનો તફાવત ૧·૩ સેં. મી. છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૨. એક ત્રિકોણમાં અ=૭ ૧ સેં. મી., ક—બ=૧૪'૪ સે.મી. અને ∠બ=૫૫° છે, તો ત્રિકોણ બનાવો [અક=૭'૫" અને બક=૬'૩" હોય.

૧૦૩. એક અબકડ સ૦ ચ૦ એવો બનાવો કે અબ=૪'૨" અને

૧૦૪ એક એવો ર્‌હોમ્બસ બનાવો કે તેમાં એક કર્ણ=બાજુ છે.

૧૦૫ એક ચતુષ્કોણમા કર્ણો બરાબર છે અને તેઓ એક બીજાને ૬૦° એ દુભાગે છે. જો કર્ણ ૫ ૪ સેં મી. હોય તો ચતુષ્કોણ બનાવો પક્ષ અધૂરો હોય તો પૂર્ણ કરો. [Δ બનાવો કેટલા Δ ઓ થશે ?

૧૦૬. પાયો, પાયાની ઉપરની મધ્યગા અને ઉંચાઈ આપેલાં હોય તે

[નોટ—અબ પાયાની ‖ પ ઉંચાઈએ દોરો અબને દુભાગી મધ્ય બિંદુ વર્તુળનું મધ્યબિંદુ લઇ અને ક મધ્યગા ત્રિજ્યા લઇ વર્તુળ દોરો આ વર્તુળ જે સમાન્તર લીટીને ઈમા છેદે તો Δ અઇબ માગેલો ત્રિકોણ છે]

૧૦૭ અબ લીટીના બ બિંદુમાથી દોરેલી લીટી અકને ⊥ છે જો બક, બની આસપાસ ફરે તો અડના મધ્યબિંદુનું નિધાન કાઢો.

૧૦૮. ∠કઅબ એક કાટખૂણો છે અને ∠કઅબ વચ્ચે કોઇ પણ બિંદુ ડમાથી ડઇ, ડફ લબ અક, અબ ઉપર છે, તો જો (૧) ડઇ+ડફ= ૫ ૦ સેં. મી ને (૨) ડઇ–ડફ=૨ ૦ સેં.મી હોય તો ડ નું નિધાન કાઢો

૧૦૯. અબક Δમાં અબ=૩ ૨", અક=૪ ૨" અને બક=૩ ૬"છે તો અબ અને અકથી સરખે અતરે અને બકથી ૧ ૨' ને અતરે આવેલુ બિંદુ શોધી કાઢો. એવાં કેટલાં બિંદુ નિકળશે ? [અતરે આવેલું બિંદુ શોધો

૧૧૦. પ્રશ્ન ૧૦૯માં અબ,અકથી સરખે અતરે અને બ,કથી સરખે

૧૧૧ પ્રશ્ન ૧૦૯માં બ,ક થી સરખે અતરે અને અથી ૧ ૮" ને અંતરે આવેલું બિંદુ શોધી કાઢો, કેટલા બિંદુ નીકળશે ?

૧૧૨ અબક Δ માં બ, ક અને ક,અથી સરખે અતરે આવેલુ બિંદુ શોધો [નોટ-આ બિંદુ Δની આસપાસના વર્તુળનું મધ્યબિંદુ છે]

૧૧૩ અબક Δમા અબ, બક અને બક, કઅ થી સરખે અંતરે આવેલું બિંદુ શોધી કાઢો.

(નોટ—આ બિંદુ ત્રિકોણના અંતર્ગત વર્તુળનું મધ્યબિંદુ છે.)

૧૧૪. **અબ** ઉપર એક **પ** બિંદુ ફરતુ છે અને **ક** એક બહાર સ્થિર બિંદુ છે. **પક**ને લંબાવતાં **કડ=પક**, તો **ડ**નું નિધાન શોધી કાઢો.

૧૧૫ પ્રશ્ન ૧૧૪ની મદદથી ∠**બઅક** ની અંદરના **ડ** બિંદુમાથી એવી લીટી એક શાખાલીટી સુધી દોરો કે તે **ડ** આગળ દુભાગાય.

૧૧૬. બે લીટી **અબ**, **અક** ⊥ છે અને **પ** બિંદુથી તેના ઉપર **પમ**, **પડ** ⊥ દોરેલી છે. જો (૧) **પમ**=૨**પડ**;. (૨) **પમ**=૩ **પડ**છે તો**મ**નુ નિધાન કાઢો.

૧૧૭ એક આપેલા બિંદુથી આપેલા અંતરે અને બે આપેલી ∥ લીટીથી સમાન અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધી કાઢો. ઉપરની રચના કયારે બનશે? કયારે નહિ બનશે? કયારે બે રચના શકય છે?

૧૧૮ એક આપેલી લીટી ઉપર જેનુ શિરોબિંદુ હોય અને જેની એક આપેલી ઉંચાઇ હોય એવો એક △ બનાવો

૧૧૯ એક સમદ્વિબાજુ △મા સરખી બાજુ ઉંચાઇથી બમણી છે તો △ બનાવો [બાનુ અંતર ૨૫ સે મી. છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૦. **અબક**△માં ∠**અ**=૯૦°અને **અબ**=૭૦ સે.મી અને **બક**થી

૧૨૧ એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમા ઉંચાઈ અને પાયાની સામેનો ખૂણો આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો [અર્ધું છે તો રોમ્બસ બનાવો.

૧૨૨. એક રોમ્બસમા બે સામેની બાજુનુ અંતર એક બાજુથી

૧૨૩. **અબકડ** ટ્રાપિજયમમા **બક**=૧૦ સે.મી, **અબ**;**કડ**નુ અંતર=૪ સે મી, **અડ**=૪ ૫ સે મી. અને **બક**=૪ ૨ સે. મી. તો ટ્રાપિજયમ બનાવો.

૧૨૪. ત્રિકોણની બાજુના મધ્યબિંદુમાંથી બાજુને દોરેલા લંબ એકજ બિંદુમાં મળે છે. (નોટ-બે લબ દોરી, તેના છેદનબિંદુને ત્રીજી બાજુના મધ્યબિંદુ જોડે સાધી બતાવો કે આ લીટી પણ તેને લબ છે.)

૧૨૫. ત્રિકોણના ખૂણાને દુભાગનારી લીટી એકજ બિંદુમાં મળે છે.

૧૨૬. ત્રિકોણની મધ્યગાઓ એકજ બિંદુમાં મળે છે.

૧૨૭. **અ** બિંદુમાથી **બક** સુધી એવી એક લીટી દોરો કે તે ∠**અબક** આપેલા ખૂણાની બરાબર ખૂણો કરે

૧૨૮. **અબ**, **અક**, **અડ** ત્રણ લીટીઓ **અ**માં મળે છે, તો, એવી

એક વકડ આડી લીટી દોરો કે ક આગળ તેના બે સરખા ભાગ થાય.

૧૨૯. એક સમબાજુ ત્રિકોણની મદદથી એક આપેલી લીટીના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૧૩૦. ત્રણ બાજુનાં મધ્યબિંદુઓ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૩૧. બે બાજુઓ અને ત્રીજી બાજુને દુભાગનારી મધ્યગા આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૩૨. એક બાજુ અને બાકીની બાજુને દુભાગનારી મધ્યગા આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૩૩. ત્રણ મધ્યગાઓ આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૩૪. ૨·૪" ઉંચાઇ અને પાયા આગળના ખૂણા ૪૦° અને ૬૦° હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૩૫. એક મધ્યગા અને જે બાજુને તે દુભાગે તેની અર્ધી લંબાઇનો સરવાળો બીજી બે બાજુના અર્ધા સરવાળાથી મોટો છે.

§ ૨૭. પરિશિષ્ટ क. વ્યાખ્યાનુક્રમ.

૧. "અતિકાટખૂણ" એક કાટખૂણાથી મોટા પણ બે કાટખૂણાથી નાના ખૂણાને "અતિકાટખૂણ ખૂણો" કહે છે (Obtuse angle)

૨. "અતિકાટખૂણત્રિકોણ" એક અતિકાટખૂણ જેમા હોય એવા ત્રિકોણને "અતિકાટખૂણત્રિકોણ" કહે છે. (Obtuse-angled Triangle)

૩. "અતિદ્વિકાટખૂણ" બે કાટખૂણાથી મોટા પણ ચાર કાટખૂણાથી નાના ખૂણાને "અતિદ્વિકાટખૂણ" (Reflex angle) કે "અંતર્ગામી યા રીફ્લેક્ષ ખૂણો" કહે છે. (Re-entrant angle)

૪. "અર્ધ વર્તુળ." વ્યાસ અને વર્તુળના કોરની વચ્ચેના ભાગને "અર્ધ વર્તુળ" કહે છે. (Semi-circle.)

૫. "અવચ્છેદક સિદ્ધતા." જે સિદ્ધતામાં એક સિવાય સાધ્ય બીજી બધી રીતે ખોટું છે એમ બતાવવામાં આવે છે તેને "અવચ્છેદક સિદ્ધતા" કહે છે. (Proof of exhaustion.)

૬. "અંશ" એક કાટખૂણાના ૯૦ સરખા ભાગ કર્યા છે અને તે દરેકને "અંશ" કહે છે. અંશના ભાગને "કળા," કળાના ભાગને "વિકળા" કહે છે. (Degree) [હોય તેને "અષ્ટકોણ" કહે છે. (Octagon.)

૭. "અષ્ટકોણ," જે આકૃતિમાં આઠ બાજુ અને આઠ ખૂણા

૮ "ઉદ્દેશ." સિદ્ધાંતની સામાન્ય પ્રતિજ્ઞાને "ઉદ્દેશ" કહે છે (General Ennunciation,) [કહે છે. (Acute angle.)

૯ "ઉન કાટખૂણ." એક કાટખૂણાથી નાના ખૂણાને "ઉન કાટખૂણ"

૧૦ "ઉન કાટખૂણ ત્રિકોણ." બધા ખૂણા જેમાં ઉન કાટખૂણ હોય એવા ત્રિકોણને "ઉન કાટખૂણ ત્રિકોણ" કહેછે. (Acute angled T.)

૧૧ "ઉપસિદ્ધાત". સિદ્ધાંતના ઉપરથી સહજ રીતે નીકળતા સિદ્ધાતને "ઉપસિદ્ધાત" કહે છે. (Corollary.)

૧૨. "એક કાટખૂણ પૂર્ણી ખૂણો". જો બે ખૂણાનો સરવાળો એક કાટખૂણા બરાબર હોય તો તે દરેકને "એક કાટખૂણ પૂર્ણી યા કોટિ ખૂણો" કહે છે. (Complementary angle) [બિંદુગામી" કહે છે. (Concurrent.)

૧૩. "એક બિંદુ ગામી." જે લીટીઓ એકજ બિંદુમાં છેદે તેને "એક

૧૪. "એક લીટી સ્થાયી". જે બિંદુઓ એકજ સીધી લીટી ઉપર આવી શકે તેને "એક લીટી સ્થાયી" કહે છે. (Collinear.)

૧૫ "કક્ષા." આપેલી શરત પ્રમાણે એક બિંદુના ખસવાથી જે લીટી દોરાય તેને "કક્ષા" કહે છે. (Locus or Orbit.)

૧૬. "કર્ણ લીટી". સામસામેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી સીધી લીટી "કર્ણ" યા "કર્ણ લીટી" કહેવાય છે. (Diagonal; Hypotenuse.)

૧૭. "કળા" અંશના ૬૦ મા ભાગને "કળા" કહે છે. (Minute.)

૧૮ "કાટખૂણો". જ્યારે એક સીધી લીટી બીજી ઉપર, એવી રીતે પડે કે પાસેપાસેના ખૂણા બરાબર હોય તો તે દરેક ખૂણો "કાટખૂણો" કહેવાય છે. (Right angle.)

૧૯. "કાટખૂણ ત્રિકોણ". જે ત્રિકોણમાં એક ખૂણો કાટખૂણો હોય તેને "કાટખૂણ ત્રિકોણ" કહે છે. (Right-angled triangle.)

૨૦. "કાટખૂણ પ્રલંબન યા પ્રોજેકશન". એક લીટીના છેડામાંથી

બીજી લીટી ઉપર જો લંબ દોર્યા હોય તો આ લંબની વચ્ચેના ભાગને પહેલી લીટીનું બીજી ઉપર "કાટખૂણુ પ્રલંબન યા પ્રોજેકશન" કહે છે. (Orthogonal Projection.) (યા કૃત્ય સિધ્ધાંત" કહેછે (Problem)

૨૧ "કૃત્ય". જે સિદ્ધાંતમાં કાંઇ નવું બનાવવું હોય તેને "કૃત્ય"

૨૨. "કોટિખૂણો". જુઓ એક કાટખૂણુથી ન્યૂન ખુણો (Acute angle.)

૨૩ 'કોણ અંતર" નીચે કે ઉપરના સ્થાનને સાધનારી લીટી ક્ષિતિજ લીટી સાથે જે ખુણો કરે તેને 'કોણ અંતર" કહેછે (Bearing)

૨૪. "કાંસ" પરિધના કોઇ પણ ભાગને "કાંસ કહે છે (Arc)

૨૫ "ખંડ' વર્તુળમા આપેલા પરિધ સુધીની કોઇ પણ સીધી લીટી અને કોસની વચ્ચેના ભાગને "ખંડ" કહેછે. (Segment of a circle)

૨૬ 'ખુણો' જયારે બે લીટીઓ એક બીજીને મળે છે ત્યારે બન્નેની વચ્ચેના ગાળાને "ખણો" યા "કોણ" કહેછે. (Angle)

૨૭. "ઘન વસ્તુ" જેને લંબાઇ, પહોળાઈ અને જાડાઇ હોય તેને "ઘન વસ્તુ" કહેછે (Solid) ["ચતુ'કોણ' કહેછે(Quadrilateral)

૨૮ "ચતુ'કોણ" ચાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને

૨૯ "ચાપ". જુઓ કાંસ. (Arc)

૩૦ 'ચોરસ" જે લંબ ચારસમા પાસે પાસેની બાજુઓ અરસપરસ બરાબર હોય તેને "ચોરસ" યા 'સમચોરસ" કહેછે. (Square)

૩૧ "જયા" જે સીધી લીટી વર્તુળમા રહી પરિધ ઉપર હદ પામે છે તેને "જયા" કહે છે (Chord)

૩૨ "ટાપ્રિજ્યમ". ચતુ'કોણની સામસામેની બાજુઓની એકજ જોડ સમાન્તર સીધી લીટી હોય તેને "ટાપિજ્યમ" કહેછે (Trapezium)

૩૩ "ત્રિકોણ" ત્રણ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "ત્રિકોણ" કહે છે. (Triangle)

૩૪ "ત્રિજ્યા", વર્તુળના મધ્યબિંદુથી જે સરખી લીટીઓ પરિધ સુધી દોરીએ તેને "ત્રિજયા" કહે છે (Radius.)

૩૫ "ત્રિજ્યાચાપ". બે ત્રિજ્યા અને વચ્ચેના કોંસની અંદરના વર્તુળના ભાગને "ત્રિજ્યાચાપ". કહે છે. (Sector) [કહે છે, (Decagon.)

૩૬. "દસકોણ" દશબાજુથી નિયમિત થએલી આકૃત "દશકોણ"

૩૭. "દ્વાદશકોણ" બાર બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "દ્વાદશકોણ" કહે છે (Duodecagon.)

૩૮. "દ્વિકાટખૂણુ". બે કાટખૂણાની બરાબર જે ખૂણો હોય તેને "દ્વિકાટખૂણુ" કહે છે (Straight angle)

૩૯ 'દ્વિકાટખૂણપૂર્ણ ખૂણો" જ્યારે બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર હોય ત્યારે તે દરેકને "દ્વિકાટખૂણપૂર્ણ યા ન્યૂનતાપૂરક ખૂણો" કહે છે (Supplementary angle.)

૪૦. "નક્કર વસ્તુ". જેને લંબાઇ, પહોળાઇ, અને જાડાઇ યા ઉંચાઇ હોય પણ જે પોલીજ ન હોય તેને "નક્કર" વસ્તુ કહે છે. (Solid)

૪૧ "નવકોણ" નવ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "નવકોણ" કહે છે (Nonagon) [(Conclusion.)

૪૨. "નિગમન" સિદ્ધાંતના સમાપ્તિ ભાગને "નિગમન" કહે છે

૪૩ 'નિધાન' કોઇપણ આપેલી શરત પ્રમાણે જુદી જુદી સ્થિતિમાં જવાથી એક બિંદુથી જે લીટી યા લીટીઓ (વક્ર યા સીધી) દોરાય તેને તે બિંદુનું "નિધાન" કહે છે. (Locus)

૪૪ "નિયમિત બહુકોણ." જેમાં બધી બાજુ અને બધા ખૂણા સરખા હોય તેને "નિયમિત બહુકોણ" કહે છે. (Regular polygon)

૪૫ "ન્યૂનતાપૂરક ખૂણો". જુઓ દ્વિકાટખૂણપૂર્ણ. (Supplementary angle [ભાગ" કહે છે. (Data, Hypothesis.)

૪૬. "પક્ષ". સિદ્ધાંતમાં જે ભાગ આપેલો હોય તેને "પક્ષ યા પક્ષ

૪૭. "પંચકોણ" પાંચ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને પંચકોણ" કહે છે, (Pentagon)

૪૮. "પરિધ". જે વક્ર લીટી યા વર્તુળની હદ નિયમિત થએલી હોય તેને "પરિધ" કહેછે.(Circumference) [મિતિ કહેછે.(Perimeter.)

૪૯. "પરિમિતિ" કોઇ પણ આકૃતિની બાજુઓના સરવાળાને "પરિ

૫૦. "પહોળો ખૂણો". એક કાટખૂણાથી મોટો પણ બે કાટખૂણાથી નાનો હોય એવા ખૂણાને "પહોળો ખૂણો" કહે છે. (Obtuse angle.)

૫૧ "પહોળખૂણુ ત્રિકોણ.", કોઇ પણ ત્રિકોણમાં જો એક ખૂણો

પહોળો હોય તો તેવા ત્રિકોણને "પહોળ ખૂણ ત્રિકોણ" કહે છે. (O angled tri.)

૫૨. "પાસે પાસેના ખૂણા." એકજ શાખા લીટીની આસપાસ આવેલા ખૂણાઓ "પાસે પાસેના ખૂણા" કહેવાય છે (Adjacent angles.)

૫૩. "પ્રતીપ સિદ્ધાંતો" જ્યારે બે સિદ્ધાંતમાં એકનો પક્ષ ભાગ બીજાનો સાધ્ય ભાગ હોય અને એકનો સાધ્ય ભાગ બીજાનો પક્ષ ભાગ હોય ત્યારે તે બન્ને સિદ્ધાંતો એક બીજાના "પ્રતીપ યાં વ્યત્યાસ" સિદ્ધાંતો કહેવાય છે. (Converse propositions)

૫૪. "પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ" જે પ્રમાણની સત્યતા બીજી વધારે સાબિતી વિના પોતાની મેળે પ્રત્યક્ષ દેખાઇ આવે તેને "પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ" કહે છે. (Axiom.)

૫૫. "પ્રતિજ્ઞા". કેાઇ સિદ્ધાંતમાં જે સાબિત કરવાનું હોય અથવા રચવાનું હોય તે જ્યારે સામાન્ય શબ્દસમૂહમા મૂકવામા આવે ત્યારે તેને સિદ્ધાંતની "પ્રતિજ્ઞા" કહે છે. (Enunciation)

૫૬. "પ્રમેય સિદ્ધાંત" જે સિદ્ધાંતમા કાંઈ સિદ્ધ કરવાનું હોય તેને "પ્રમેય" યા "પ્રમેય સિદ્ધાંત" કહે છે. (Theorem.)

૫૭. "બહુકોણ" પાંચ અથવા વધારે સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "બહુકોણ" કહે છે. (Polygon).

૫૮. "બિંદુ." જેને ફક્ત સ્થિતિજ હોય પણ લંબાઇ, પહોળાઇ, જાડાઈ વા ઉંચાઇ કોઇ પણ પરિમાણ ન હોય તેને "બિંદુ" કહે છે (Point)

૫૯. "બેરિંગ." જુઓ કોણ અંતર (Bearing)

૬૦. "મધ્યગા" કોઇ પણ ત્રિકોણમા શિરોબિંદુને સામેની બાજુના મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી "મધ્યગા" કહેવાય છે. (Median)

૬૧. "મધ્યબિંદુ" વર્તુળમા જે મુકરર બિંદુથી પરિધ સુધી સરખી લીટીઓ દોરી હોય તે બિંદુને વર્તુળનું "મધ્યબિંદુ" કહે છે (Centre)

૬૨. "મળતા આવતા ખૂણા." એકજ દિશા તરફ જતી બબ્બે લીટીની વચ્ચેના, યા સરખી બાજુની સામસામેના "મળતા આવતા ખૂણા" છે. (Corresponding angles.)

૬૩. "મીનીટ." જુઓ કળા (Minute.)

૬૪. "શાખાલીટીઓ". જે લીટીઓની વચ્ચે ખૂણો થયો હોય તેને

"શાખાલીટીઓ" કહે છે. (Arms of an angle)

૬૫. "ષટ્કોણ" ૭ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "ષટ્કોણ" કહે છે. (Haxagon.)

૬૬. "સમકેંદ્ર વર્તુળો." જે વર્તુળોનું મધ્યબિંદુ એકજ હોય તેને "સમકેંદ્ર વર્તુળો". કહે છે. (Concentric circles.)

૬૭. "સમચોરસ." જુઓ ચોરસ. (Square.)

૬૮. "સપાટ આકૃતિ" સપાટ સફાઈમાં આવેલી આકૃતિને "સપાટ આકૃતિ" કહે છે. (Plane figure.)

૬૯. "સપાટ સફાઈ" સીધી લીટીની બનેલી સફાઈને "સીધી યા સપાટ સફાઈ" યા "સમતલપૃષ્ઠ" કહે છે. (Plane Surface.)

૭૦ "સપ્તકોણ". સાત બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "સપ્તકોણ" કહે છે (Heptagon)

૭૧ "સમતલપૃષ્ઠ" જુઓ સપાટ સફાઈ. (Plane Surface.)

૭૨, "સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ" જે ત્રિકોણની ગમે તે બે બાજુઓ સરખી હોય તેને 'સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ" કહેછે.(Isoscéles triangle.)

૭૩ "સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ" જે ટ્રાપિઝ્યમની સમાન્તર નહિ એવી બાજુઓ સરખી બાજુ હોય તેને "સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ" કહે છે. (Isoscles trapezium)

૭૪ "સમબહુકોણ". જે બહુકોણમા સર્વ બાજુઓ સરખી અને સર્વ ખૂણાઓ સરખા હોય તેને "સમબહુકોણ"કહેછે. (Regular P)

૭૫. "સમબાજુ ત્રિકોણ' ત્રણે બાજુ સરખી હોય એવા ત્રિકોણને "સમબાજુ ત્રિકોણ" કહે છે. (Equilateral triangle.)

૭૬. "સમાધાન સ્થિતિ" એક આકૃતિને ઉચકીને બીજી ઉપર મૂકવામાં આવે તે રીત "સમાધાન સ્થિતિ" કહેવાય છે. (Superposition.)

૭૭. "સમાન્તર લીટીઓ". કોઈ પણ લીટીઓ એકજ સફાઈમાં એવી રીતે હોય કે તેઓને ગમે તે બાજુએ લંબાવતાં કદી પણ એક બીજીને મળે નહિ તો તેઓ "સમાન્તર લીટીઓ" છે. (Parallel st. lines.)

૭૮. "સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ". જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓ

સમાન્તર હોય તેને 'સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ' કહે છે (Parallelogram.)

૭૯. 'સમાપ્તિ". જ્યારે સિદ્ધાંતમાં માગેલી સત્યતા પૂર્ણ કરી છે એમ કહેવામા આવે છે ત્યારે તેને "સમાપ્તિ" કહે છે (Conclusion.)

૮૦. "સફાઇ". જેને લંબાઇ અને પહોળાઇ ફક્ત હોય પણ જાડાઇ યા ઉંચાઇ ન હોય તેને "સફાઇ" કહે છે. (Superficies)

૮૧ "સમ્મિતરૂપ આકૃતિ' આકૃતિને તેની અંદર આવેલી કોઇ સીધી લીટીની આસપાસ વાળતા જો બન્ને ભાગો બરાબર સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી મળી જાય તો તેને "સમ્મિતરૂપ આકૃતિ" કહે છે, અને આવી લીટીને 'સમ્મિતરૂપ ધરી યા આસ" કહે છે(Figure, and Axis of Sym)

૮૨ "સમ્મિતરૂપ મધ્યબિંદુ" જ્યારે આકૃતિ તેની અંદર આવેલા કોઇ બિંદુની આસપાસ સમ્મિતરૂપ હોય ત્યારે એવા બિંદુને "સમ્મિતરૂપ મધ્યબિંદુ" કહે છે (Centre of Symmetry)

૮૩. "સ્થાનોપરિ સ્થિતિ" જો એક આકૃતિને બીજી ઉપર મૂકીએ તો આવી સ્થિતિને "સ્થાનોપરિ સ્થિતિ" કહે છે (Superposition.)

૮૪. "સાધન" જ્યારે પ્રતિજ્ઞાને સિધ્ધાંતમા આકૃતિના સાથે સંબંધથી વર્ણવામા આવે ત્યારે તેને "સાધન" કહે છે (Porti Enunci)

૮૫. "સાધ્ય" સિદ્ધાંતમા માગેલા ભાગને "સાધ્ય" કહે છે.

૮૬. "સાંકડો ખૂણો" એક કાટખુણાથી જે ખુણો નાનો હોય તેને "સાંકડો ખૂણો" કહે છે. (Acute angle.)

૮૭. "સાંકડખૂણ ત્રિકોણ". કોઇ પણ ત્રિકોણમાં જો ત્રણે ખૂણા સાંકડા ખૂણા હોય તો તેને "સાંકડખૂણ ત્રિકોણ" કહે છે (Acute ang.T.)

૮૮. "સામસામેના ખૂણા" કોઇ પણ બે સીધી લીટી એક બીજીને છેદે તો આ શિરોબિંદુ આગળ તેજ બે લીટીઓના જુદા જુદા ભાગોની વચ્ચેના "સામસામેના ખૂણા" છે.(Vertically opposite angles.)

૮૯. "સામાન્યપ્રતિજ્ઞા" જુઓ ઉદ્દેશ. (General. Enunciation.)

૯૦. "સિદ્ધતા". સિદ્ધાંતમા જે સત્યતા સિદ્ધ કરવાની હોય અથવા રચવાની હોય તે જ્યારે સિદ્ધ કરવામા આવે અથવા રચવામા આવે ત્યારે

જે સિદ્ધના વાપરીએ તેને "સિદ્ધતા" કહે છે (Proof.)

૯૧. "સીધી લીટી" જે લીટી પોતાની આખી લંબાઈમાં એકથી બીજા બિંદુ સુધી એકજ દિશા રાખે તેને "સીધી લીટી" કહે છે. (St. line)

૯૨. "સીધી લીટી આકૃતિ". જે આકૃતિની હદ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી હોય તેને "સીધીલીટી આકૃતિ" કહે છે (Rectilinear fig.)

૯૩ "સીધી સફાઈ." જુઓ સપાટ સફાઇ (Plane surface.)

૯૪ "સેકન્ડ" મીનીટનેા ૬૦મેા ભાગ. (Second)

૯૫ "સ્વીકૃત કૃત્ય" જે કૃત્ય આપણે કબુલી લઈએ છીએ તેને "સ્વીકૃત કૃત્ય" કહે છે. (Postulate.)

૯૬ "રચના" સિદ્ધાંતની સત્યતા બતાવવાને માટે કોઈ નવી લીટી યા આકૃતિ દોરવામાં આવે ત્યારે તેને "રચના" કહે છે. (Construction)

૯૭ "રીફ્લેક્ષ ખૂણેા." જુઓ અંતર્ગામી ખૂણેા (Reflex angle)

૯૮. "રૉમ્બસ." જે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસે પાસેની બાજુ અરસપરસ બરાબર હોય પણ ખુણા કાટખુણા ન હોય તેને "રૉમ્બસ" કહેવામાં આવે છે. (Rhombus)

૯૯ "લંબ" બે લીટીઓ જો કાટખૂણે છેદે તેા તે દરેક એક બીજીને "લંબ" છે એમ કહેવાય છે. (Perpendiculer)

૧૦૦. "લંબચેારસ." જે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં એક ખૂણેા કાટખૂણેા હોય તેને "લંબચેારસ" કહે છે. (Rectangle)

૧૦૧ "લંબછેદનબિંદુ" ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર દોરેલા લંબ જે બિંદુમાં એક બીજીને છેદે તે બિંદુને ત્રિકોણનું "લંબછેદનબિંદુ" કે "લંબ સંપાતબિંદુ" કહે છે. (Orthocentre.)

૧૦૨. 'લીટી." જેને ફક્ત લંબાઈજ હોય પણ પહોળાઈ અને જાડાઈ કાંઈ પણ ન હોય તેને "લીટી" કહે છે. (Line.)

૧૦૩. "વક્ર આકૃતિ." વક્ર લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "વક્ર આકૃતિ" કહે છે. (Curved figure.)

૧૦૪. "વક્ર લીટી." જે લીટી પોતાની લંબાઈમાં એક બિંદુથી બીજા

બિંદુ સુધી દિશા બદલે છે તેને "વક્ર લીટી" કહે છે.(Curved line.)

૧૦૫. "વક્ર સપાટ". વક્ર લીટીની બનેલી સપાટીને "વક્ર સપાટ" કહે છે.(Curved Surface.)

૧૦૬. "વર્તુળ." આકૃતિની એવી એક વક્ર લીટીથી હદ થએલી હોય કે તે વક્ર લીટી સુધી આકૃતિ માંહેના એક મુકરર બિંદુમાંથી કોઇ પણ સીધ લીટીનું અંતર હંમેશા એકજ રહે તો તે આકૃતિને "વર્તુળ" કહે છે; અને આ વક્ર લીટીને વર્તુળનો "પરિઘ" કહે છે. (Circle) (circumfe)

૧૦૭. "વિકળા". કળાનો ૬૦મો ભાગ (Second.)

૧૦૮. "વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા,". જુઓ સાધન (Particular Enunci.

૧૦૯. "વિષમકોણ". જે સીધી લીટી આકૃતિમાં ખૂણા સરખા ન હો એવી આકૃતિ "વિષમ કોણ" કહેવાય છે. (Irregular figure)

૧૧૦. "વિષમ ચતુસ્ર." જુઓ રોમ્બસ (Rhombus.)

૧૧૧ વિષમ બહુકોણ" જે બહુકોણમાં બાજુ યા ખૂણા બરાબ ન હોય તેને "વિષય બહુકોણ" કહે છે.(Irregular Polygon)

૧૧૨. વિષમબાજુ ત્રિકોણ.'' જે ત્રિકોણમાં ત્રણે બાજુઓ અરસ પરસ બરાબર ન હોય તેને "વિષમબાજુ ત્રિકોણ" કહે છે (Scalene tri

૧૧૩ "વૃત્ત ખંડ." વર્તુળમા બે ત્રિજયા અને તે ત્રિજયાની વચ્ચે આવેલા કૌસની વચ્ચેના ભાગને "વૃત્ત ખંડ" કહે છે.(Sector.)

૧૧૪. "વ્યાસ." વર્તુળમા જે સીધીલીટી મધ્યબિંદુમાં થઇને પરિ ઉપર બંન્ને બાજુએ હદ પામે છે તે "વ્યાસ છે. (Diameter)

૧૧૫. "વ્યાસ ચાપ." જુઓ અર્ધવર્તુળ. (Semi-circle)

૧૧૬. "વ્યત્યાસ સિદ્ધાંતો." જુઓ પ્રતીપ સિદ્ધાંતો. (Convers Propositions.)

ભૂમિતિ ૧લો ભાગ સમાપ્ત.

બીજાં પુસ્તકો.

રૂા. આ પા

१. ભૂમિતિ ભાગ ૧લો પુસ્તક ૧લુ, નવી આવૃતિ.
[ટેક્ષ્ટ, ઇનામ તથા લાઇબ્રેરી બુક તરીકે મંજુર છે] ૦-૧૨-૦
૨. નવી ભૂમિતિ, ભાગ ૨-૩જો (તૈયાર થાય છે)
૩ જ્યુનીઅર અંકગણિત- નવી આવૃતિ
[ગુજરાતી તથા અંગ્રેજી ધોરણો માટે મંજુર છે] ૦-૧૩-૦
૪. જ્યુનીઅર અંકગણિતનો આણપાણનો વધારો ૦ ૦-૬
૫ પ્રાથમિક અંકગણિત ભાગ ૧લો
[સરકારી છેલ્લા નવા અભ્યાસક્રમ પ્રમાણે ખાસ લખેલુ] ૦- ૯-૦
૬. પ્રાથમિક અંકગણિત ભાગ ૨ જો (છપાય છે)
[ગુજરાતી ઉપલા ધોરણો માટે] ૦ ૧૪-૦
7 Senior Arithmetic (In the press) 1- 8-0

ઉપલા પુસ્તકો નીચેને ઠેકાણેથી મળશે

૧. આ આવૃતિના હોલ એજન્ટ મી કરસનદાસ નારણદાસ, સુરત,
૨ ન્યુ ગુજરાત બુક ડીપો, નડીઆદ,
૩. ગુજરાત ઓરીએન્ટલ બુક ડીપો, અમદાવાદ.
૪ મેસર્સ એન એમ ત્રિપાઠી, કાલબાદેવી, મુંબઈ.
૫ મી બેચર મેઘજી, બુકસેલર, રાજકોટ તથા
૬. જી આર. નાયક, ગવર્નમેન્ટ હાઇસ્કુલ, સુરત
૭ મી કે ડી. દેશાઇ, ગવર્નમેન્ટ હાઇસ્કુલ, ગોધરા અને
૮. તમામ શહેરોના બીજા જાણીતા બુકસેલરો